BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

Préparation à l'oral

Mécanique des fluides

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

Flasher ce code pour accéder aux corrigés

Rapports du jury

2019 : Rien sur la mécanique des fluides.

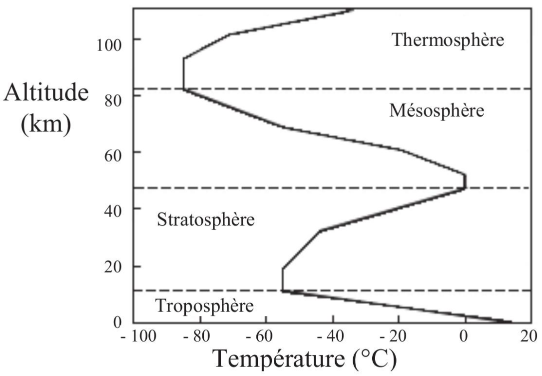
2018 : Rien sur la mécanique des fluides.

2017 : Nous notons des progrès en cette matière. Toutefois la notion de perte de charge est généralement connue mais entraine des difficultés pour sa prise en compte quantitative en particulier au niveau du signe. La poussée d'Archimède semble être une notion mystérieuse et généralement non prise en considération.

2016 : Nous notons des progrès en cette matière. Toutefois la notion de charge semble assez mystérieuse et les candidats préfèrent se raccrocher à des formules. Très peu de candidats sont en mesure de justifier l'origine et le signe du gradient de pression dans l'expression donnée du champ de vitesse d'un écoulement de Poiseuille.

Exercice 1 : Atmosphère adiabatique et polytropique — 2 | 2

▷ *Relation de la statique des fluides dans un gaz ;*
▷ *Loi de Laplace.*



Cet exercice propose d'envisager d'autres modèles d'atmosphère que celui de l'atmosphère isotherme, qui ne permet évidemment pas d'expliquer les variations de températures observées, récapitulées sur la courbe ci-contre. On se limitera à la troposphère, c'est-à-dire la couche occupant les douze premiers kilomètres de l'atmosphère en partant de la surface de la Terre, dans laquelle la température varie linéairement. Le gradient de température est défini par

$$\delta = \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\,.$$

On rappelle que l'indice adiabatique γ de l'air modélisé comme un gaz parfait diatomique est égal à $7/5$. Sa masse molaire vaut $29{,}0\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

1 - À partir de la figure, donner la valeur de la température au sommet de la troposphère à 12 km d'altitude ainsi que celle du gradient de température réel $\delta_{\text{réel}}$.

Supposons pour commencer que les transformations de l'air dans l'atmosphère sont adiabatiques.

2 - Déterminer deux exposants x et y tels que le produit $T^x P^y$ soit constant.

3 - En déduire la relation donnant $\mathrm{d}T/T$ en fonction de $\mathrm{d}P/P$ et γ.

4 - Établir l'expression du gradient de température adiabatique δ_{adiab} en fonction de γ, M_{air}, g et R. Donner sa valeur pour l'air. Commenter la qualité du modèle, à comparer notamment au modèle d'atmosphère isotherme.

Les transformations réelles dans l'atmosphère ne sont en fait ni isothermes ni adiabatiques, mais entre les deux. Elles sont dites polytropiques et vérifient $P/\rho^q = \text{cte}$ où le coefficient polytropique q est supérieur à 1.

5 - Déterminer la valeur de q à partir de la figure.

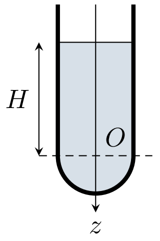
6 - En déduire le profil de température $T(z)$ et de pression $P(z)$.

7 - Calculer numériquement T et P à 10 km d'altitude dans le modèle polytropique.

Exercice 2 : Force de pression sur un tube à essais

oral banque PT | 2 | 2

- *Relation de l'hydrostatique ;*
- *Résultante des forces de pression ;*
- *Intégration par découpage mésoscopique.*

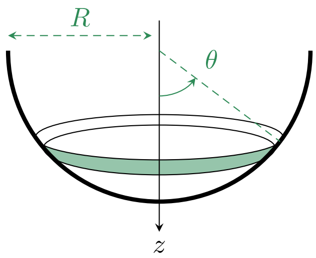


On considère un tube à essais rempli d'un liquide incompressible de masse volumique ρ. On raisonne sur un axe vertical z descendant dont l'origine se trouve comme indiqué sur le schéma ci-contre.

1 - Calculer la pression $P(z)$.

2 - Donner sans calcul la direction de la résultante des forces de pression subies par le tube.

3 - Faire le calcul. Commenter.



Données :

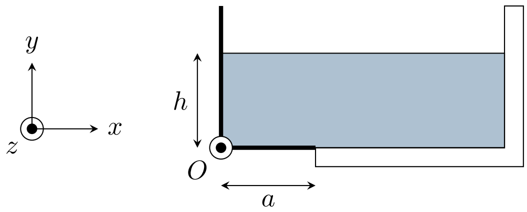
- Aire d'une couronne sphérique élémentaire (ci-contre) : $\mathrm{d}S = 2\pi R^2 \sin\theta \, \mathrm{d}\theta$
- Aide au calcul :

$$\int \cos\theta \sin\theta \, \mathrm{d}\theta = -\frac{\cos(2\theta)}{4} + \mathrm{cte}$$
$$\int \cos^2\theta \sin\theta \, \mathrm{d}\theta = -\frac{\cos^3\theta}{3} + \mathrm{cte}$$

Exercice 3 : Plaque pivotante

oral banque PT | 3 | 2

- *Lien entre mécanique des fluides et des solides.*
- *Résultante des forces de pression.*
- *Moment cinétique.*



Les deux parois du récipient ci-contre dessinées en traits épais sont rigidement liées et peuvent pivoter sans frottement autour de l'axe (Oz). Le récipient est parallélépipédique et possède une longueur b dans la direction (Oz). On note P_0 la pression dans l'air environnant et $\vec{g} = -g\,\vec{e}_y$.

1 - Exprimer la pression dans l'eau.

2 - La pression sur la plaque horizontale est-elle uniforme ? Exprimer la résultante des forces de pression sur la plaque horizontale et le moment résultant autour de z.

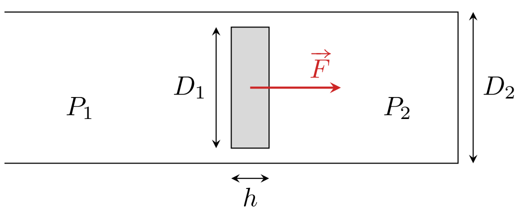
3 - Mêmes questions pour la plaque verticale.

4 - À quelle condition sur la hauteur d'eau y a-t-il basculement ? Déterminer la hauteur h_0 pour laquelle la plaque bascule.

Exercice 4 : Déplacement d'un piston à huile

oral banque PT | 3 | 2

- *Débit volumique ;*
- *Force de viscosité ;*
- *Lien entre mécanique des fluides et des solides.*



On considère un piston formé d'un cylindre plein (diamètre D_1, épaisseur h) coulissant dans un cylindre creux (diamètre $D_2 > D_1$). Le fluide à l'intérieur du piston est de l'huile de masse volumique μ et de viscosité η. On suppose $P_2 = 2P_1$. Un opérateur appuie de manière quasi-statique sur le piston avec une force F.

1 - Estimer simplement le gradient de pression GP dans l'interstice.

2 - On admet que la vitesse débitante du fluide dans l'interstice s'écrit $v_\mathrm{d} = \alpha\,\mathrm{GP}/\eta$, où α est une constante dépendant uniquement des diamètres. Déterminer le débit volumique de fuite.

3 - Estimer la force de frottement visqueux sur le piston.

4 - En déduire la force que doit exercer l'opérateur pour pouvoir pousser le piston.

Exercice 5 : Résistance hydraulique d'une conduite — 2 | 2

▷ *Débit volumique.*

On considère une conduite cylindrique de longueur L et de rayon R dans laquelle se trouve un fluide homogène et incompressible de viscosité η et de masse volumique μ. On impose à l'aide d'une pompe une différence de pression ΔP entre les deux extrémités de la conduite, ce qui entraîne un écoulement du fluide.

On admet qu'en coordonnées cylindriques le champ des vitesses $\vec{v} = v(r)\vec{e}_z$ dans la conduite est solution de l'équation différentielle

$$\frac{\eta}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right) = -\frac{\Delta P}{L}\,.$$

1 - Établir l'expression de $v(r)$ et représenter le profil de vitesse.

2 - Déterminer le débit volumique dans la conduite.

3 - On appelle résistance hydraulique $R_\mathrm{H} = \Delta P / D_\mathrm{v}$. Justifier cette dénomination par analogie avec d'autres phénomènes connus, puis exprimer R_H en fonction des données du problème.

4 - On souhaite imposer un débit volumique D_v avec une unique pompe. Pour minimiser la surpression à imposer par la pompe, est-il préférable d'utiliser une conduite de section $2S$ ou deux conduites de section S installées en parallèle ?

Exercice 6 : Vase de Mariotte — oral banque PT | 2 | 3

▷ *Écoulement parfait ;*
▷ *Conservation de la masse ;*
▷ *Intégration par séparation de variables.*

On remplit à ras bord un réservoir de hauteur H et de section S (dispositif ① sur la figure 1) avec de l'eau de masse volumique ρ. L'eau s'écoule dans une conduite de section $s \ll S$ puis tombe dans un bécher initialement vide placé sur une balance. La pression extérieure $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$.

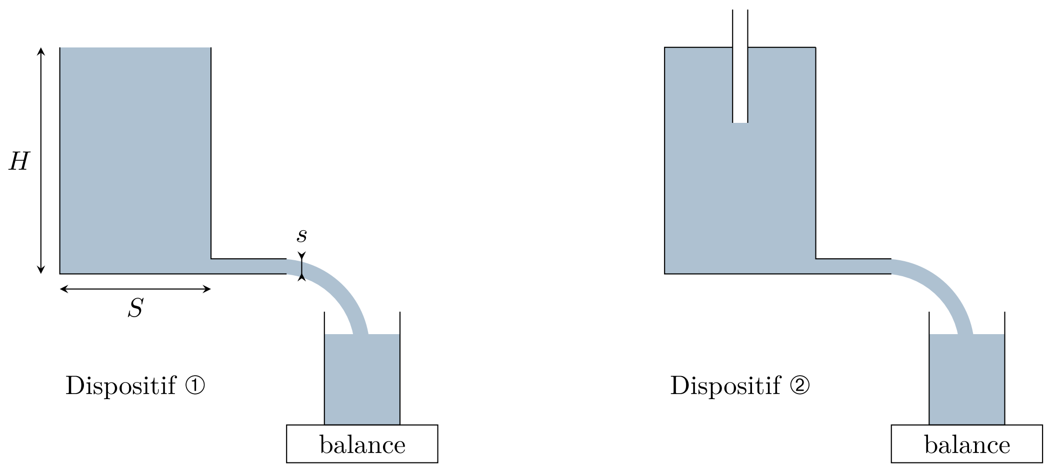


Figure 1 – Vase de Mariotte.

1 - Rappeler la relation de Bernoulli et ses hypothèses d'application.

2 - Déterminer le débit D_1 du fluide en sortie du tuyau, puis la masse $m_1(t)$ contenue dans le bécher au cours du temps.

On considère maintenant le dispositif ② de la figure 1. Le réservoir est fermé, mais un tuyau permet l'entrée d'air.

3 - Expliquer qualitativement pourquoi le mouvement du fluide est inchangé. On pourra penser à montrer qu'en régime permanent la pression à la base du tuyau est environ égale à la pression atmosphérique.

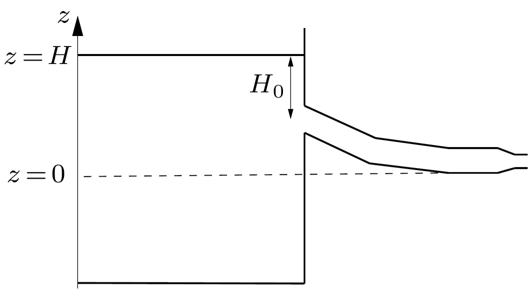
4 - On constate expérimentalement que $m_2(t) = at$. Expliquer.

5 - Que se passe-t-il lorsque le bas de l'arrivée d'air se retrouve émergée ?

Exercice 7 : Cavitation dans une conduite forcée

inspiré oral banque PT | 2 | 2

▷ *Pertes de charge ;*
▷ *Puissance indiquée.*



Considérons une installation hydraulique de moyenne puissance, exploitant une retenue d'eau de hauteur $H = 95\,\mathrm{m}$ qui alimente une turbine, non représentée sur le schéma, par l'intermédiaire d'une conduite forcée de diamètre $D = 450\,\mathrm{mm}$, coudée en plusieurs endroits. La section de la conduite se resserre sur une longueur négligeable juste avant la turbine : ce dispositif est appelé injecteur. Il permet notamment d'empêcher la cavitation, c'est-à-dire la vaporisation du liquide lorsque la pression dynamique devient trop faible.

Donnée : pression de vapeur saturante de l'eau $P_{\mathrm{sat}} = 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{bar}$.

1 - Calculer la vitesse en sortie de la conduite en supposant l'écoulement parfait et en négligeant l'injecteur.

2 - Déterminer la pression $P(z)$ dans la conduite en fonction de P_0, ρ, g et z. Peut-il y avoir un phénomène de cavitation ?

3 - On tient désormais compte de l'injecteur. Comparer la pression d'entrée et de sortie de l'injecteur. Si l'injecteur a un diamètre de sortie $d = 25\,\mathrm{mm}$, aura-t-on un phénomène de cavitation ?

4 - Le débit de sortie nominal vaut $80\,\mathrm{L \cdot s^{-1}}$ séparé en quatre injecteurs, qui traitent donc chacun $20\,\mathrm{L \cdot s^{-1}}$. Estimer les pertes de charge.

5 - En supposant la vitesse de l'eau négligeable une fois passée la turbine, estimer la puissance électrique produite par l'installation.