TD 4 – Préparation à l'oral *Correction*

Mercredi 29 mai

Planche d'oral complète

Exercice 1 : Détente dans une turbine [exemple officiel banque PT]

1 Le diagramme (T, s) de l'eau n'est pas fourni : c'est donc au candidat de dessiner son allure. La transformation est adiabatique réversible, c'est donc une verticale, qui part de la courbe de saturation (l'état 1 correspond à de la vapeur saturante) et finit dans le domaine diphasé. On peut proposer l'allure de la figure 1.

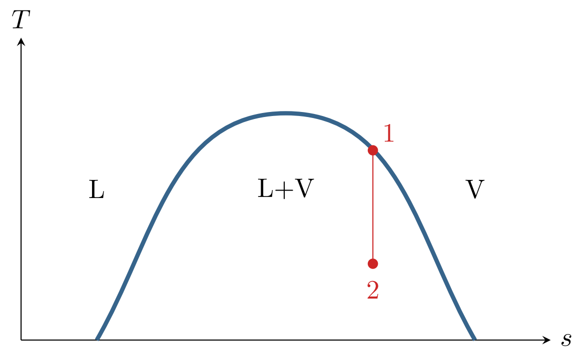

Figure 1 – Transformation étudiée en diagramme (T, s).

2 La transformation est adiabatique réversible, donc isentropique. Dans l'état final on a donc

$$s_2 = s_1 = s_\mathrm{V}(T_1) = 6{,}35\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}\,.$$

On en déduit le titre en vapeur d'après le théorème des moments

$$\boxed{x = \frac{s_2 - s_\mathrm{L}(T_2)}{s_\mathrm{V}(T_2) - s_\mathrm{L}(T_2)} = 0{,}83\,.}$$

3 Initialement, l'eau a une enthalpie massique

$$h_I = h_\mathrm{V}(T_1) = 2801\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}\,.$$

L'enthalpie massique de l'eau dans l'état final vaut

$$h_F = (1-x)h_\mathrm{L}(T_2) + x\,h_\mathrm{V}(T_2) = 2300\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}\,.$$

La détente est adiabatique, et on suppose les variations d'énergie cinétique et potentielle du fluide négligeables. D'après le premier principe,

$$h_F - h_I + 0 + 0 = -w + 0$$

avec w le travail indiqué massique fourni par le fluide. On en déduit

$$\boxed{w = h_I - h_F = 501\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}\,.}$$

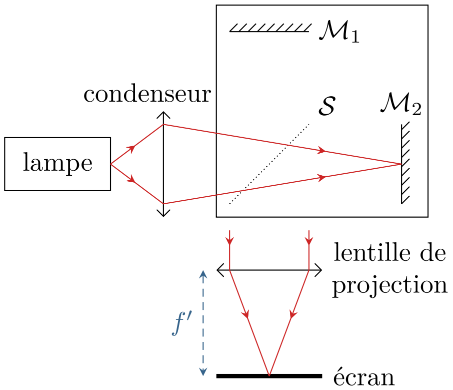

Figure 2 – **Michelson en lame d'air.**

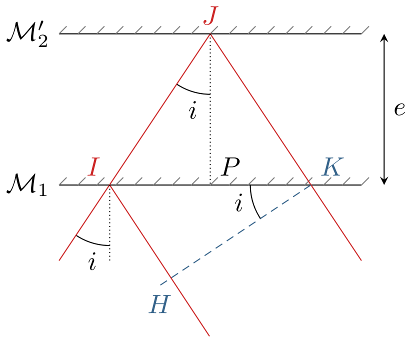

Figure 3 – **Différence de marche en lame d'air.**

Exercice 2 : Observation d'anneaux [exemple officiel banque PT]

1 Voir figure 2. Les franges sont localisées à l'infini, donc l'observation se fait dans le plan focal image de la lentille de projection.

2 Utilisons les notations de la figure 3. On se place dans l'air : $n = 1$. Par définition,

$$\delta(M) = (IJM) - (IM)$$

L'observation est à l'infini : si une source était placée au point d'observation, alors d'après le théorème de Malus K et H seraient sur le même plan d'onde, donc d'après le principe de retour inverse $(HM) = (KM)$. Ainsi,

$$\delta = (IJK) - (IH)\,.$$

- **Calcul de (IJK) :**

$$\cos i = \frac{e}{IJ} \qquad \text{d'où} \qquad (IJK) = \frac{2e}{\cos i}$$

- **Calcul de (IH) :** on reconnaît l'angle i dans le triangle IKH, d'où

$$\sin i = \frac{IH}{IK}$$

De plus,

$$\tan i = \frac{IP}{e} \qquad \text{donc} \qquad IK = 2IP = 2e\tan i\,.$$

Ainsi,

$$(IH) = 2e\tan i \sin i = 2e\frac{\sin^2 i}{\cos i}\,.$$

- **Conclusion :** en combinant il vient

$$\delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e\frac{\sin^2 i}{\cos i} = \frac{2e(1-\sin^2 i)}{\cos i}$$

et enfin

$$\delta = 2e\cos i \qquad \text{soit} \qquad \boxed{p = \frac{2e}{\lambda}\cos i\,.}$$

3 Un anneau est associé à un ordre d'interférence donc à une valeur de i. À partir de la figure 4, on constate que

$$R = f'\,\tan i\,.$$

En supposant les angles petits,

$$R = f' i \qquad \text{et} \qquad p = \frac{2e}{\lambda}\left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = \frac{2e}{\lambda}\left(1 - \frac{R^2}{2f'^2}\right)$$

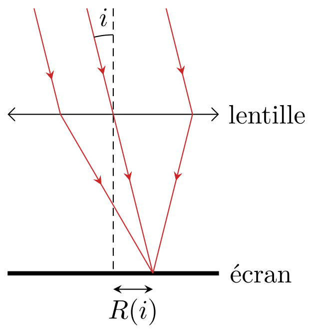

Figure 4 – Rayon des anneaux.

En notant R_{ext} le rayon total de la figure d'interférences, on en déduit l'ordre à l'extérieur p_{ext} en fonction de l'ordre au centre p_0,

$$p_{\text{ext}} = p_0 - \frac{e\,R_{\text{ext}}^2}{\lambda\,f'^2}\,.$$

La figure compte davantage d'anneaux dans le second cas, donc $p_0 - p_{\text{ext}}$ est plus grand, et comme R_{ext} est le même dans les deux situations alors **e est plus grande dans le second cas**.

Pour suivre un anneau donné, raisonnons à p fixé. En inversant la relation précédente, son rayon est donné par

$$R_p = f'\sqrt{2 - p\frac{\lambda}{e}}\,,$$

donc si e augmente alors R_p augmente : **les anneaux sortent de la figure** lors du passage d'une situation à l'autre.

$\boxed{4}$ La lumière émise par la source est constituée d'une succession de trains d'ondes indépendants les uns des autres. Lorsque la différence de marche devient (nettement) supérieure à la longueur de cohérence de la source, ce sont deux trains d'ondes différents qui sont superposés sur l'écran, ce qui ne donne pas lieu à des interférences.

La différence de marche au centre des anneaux est reliée à l'épaisseur de la lame d'air par

$$\delta = 2e\,.$$

Ainsi, lorsque e varie de Δe la différence de marche varie de

$$\Delta\delta = 2\,\Delta e\,.$$

En ordre de grandeur, la longueur de cohérence temporelle correspond à la différence de marche entre la situation de contraste maximal et celle de contraste nul, soit

$$\boxed{\ell_{\text{c}} = \frac{\Delta\delta}{2} = \Delta e = 0{,}32\,\text{mm}\,.}$$

Par définition, la longueur de cohérence est reliée au temps de cohérence de la source par

$$\ell_{\text{c}} = c\,\tau_{\text{c}}$$

et celui-ci est relié à la largeur en fréquence du spectre via

$$\tau_{\text{c}}\,\Delta\nu = 1 \qquad \text{soit} \qquad \Delta\nu = \frac{c}{\ell_{\text{c}}}\,.$$

Exprimons maintenant la largeur en longueur d'onde $\Delta\lambda$: comme

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \qquad \text{alors} \qquad \mathrm{d}\nu = -\frac{c}{\lambda^2}\mathrm{d}\lambda$$

et on peut interpréter

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c}\Delta\nu \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\ell_{\text{c}}} = 0{,}9\,\text{nm}\,.}$$

Cette valeur est un ordre de grandeur raisonnable bien que surestimé de la largeur en longueur d'onde $\Delta\lambda$ de la raie, qui est plutôt dix fois plus faible : ceci vient d'une mauvaise estimation de la longueur de cohérence, qui correspond plutôt à la longueur caractéristique de décroissance du contraste et pas à la longueur pour laquelle il s'annule.

Résolution de problème

Exercice 3 : Siphon [oral CCP PSI]

Le débit de vidange du réservoir correspond au débit en sortie du siphon, $D_\text{s} = s v_\text{s}$. Supposons l'écoulement parfait et incompressible.

Déterminons la vitesse débitante de sortie v_s avec le théorème de Bernoulli, appliqué entre la surface libre du réservoir (où $v \simeq 0$ car la surface du bassin est certainement très supérieure à celle du siphon) et la sortie du siphon :

$$\frac{P_\text{atm}}{\rho} + 0 + g h(t) = \frac{P_\text{atm}}{\rho} + \frac{{v_\text{s}}^2}{2} - g h_\text{s} \qquad \text{d'où} \qquad v_\text{s} = \sqrt{2g(h_\text{s} + h)}$$

et ainsi

$$D_\text{s} = s\sqrt{2g(h_\text{s} + h)}\,.$$

Pour que le siphon fonctionne correctement,

- ▷ si $h = H$ alors il faut avoir $D_\text{s} > D_\text{e}$ (le réservoir se vide plus vite qu'il ne se remplit) sinon le réservoir déborde, d'où
$$s > \frac{D_\text{e}}{\sqrt{2g(h_\text{s} + H)}} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$$
- ▷ si $h = h_\text{e}$ alors il faut avoir $D_\text{s} < D_\text{e}$ (le réservoir se remplit plus vite qu'il ne se vide) sinon le siphon se désamorce
$$s < \frac{D_\text{e}}{\sqrt{2g(h_\text{s} + h_\text{e})}} = 5{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$$

> *Énoncé pas très clair : si le réservoir déborde, est-ce par dessus la butte ou sur le côté gauche de la figure ? Cependant cela ne change rien à la résolution et c'est très simple à rectifier devant l'examinateur.*

Annale de concours

Exercice 4 : Cristallographie du fer [oral banque PT]

Voir cours de PTSI.