BY-NC-SA

Équation différentielle linéaire à coeffs constants ?
La grandeur cherchée u, ses dérivées, et un forçage $f(t)$. Pas de carré, sinus, etc., ni de coeff dépendant du temps

Mise sous forme canonique :
Préfacteur 1 devant la dérivée la plus élevée,
Paramètres caractéristiques :
τ, ω_0, Q, etc.

Solution particulière u_P :
Décrit le régime permanent
donc de même type que le forçage.
Se trouve directement sur l'équation différentielle.

+

Solution homogène u_H :
Décrit le régime transitoire.
Connue par cœur à partir de la forme canonique.

Détermination des constantes :
Identification de la solution
(et sa dérivée si ordre 2)
avec les conditions initiales.

Le nombre de conditions intiales nécessaires est égal à l'ordre de l'équation.

Attention les constantes se déterminent sur la solution complète.

$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u = f(t)$	$A\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$
$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 u = f(t)$	$A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) = U_\mathrm{m}\cos(\omega_0 t + \varphi)$
$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} - \frac{1}{\tau^2}u = f(t)$	$A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + B\,\mathrm{e}^{+t/\tau}$ (se trouve par le polynôme caractéristique)
$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u = f(t)$	Discriminant du polynôme caractéristique $\Delta < 0 \Rightarrow [A\cos(\omega_\mathrm{p} t) + B\sin(\omega_\mathrm{p} t)]\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ $\Delta = 0 \Rightarrow (A + Bt)\,\mathrm{e}^{rt}$ $\Delta > 0 \Rightarrow A\,\mathrm{e}^{r_1 t} + B\,\mathrm{e}^{r_2 t}$

s'applique aussi si équation d'ordre 1 à coefficients constants, mais moins utile

Équation différentielle non-linéaire ou à coefficients variables ?

si ordre 1

autres cas

pas de méthode à connaître, suivre l'énoncé.

Séparation des variables :
À gauche ce qui dépend de u, à droite ce qui dépend de t, puis recherche de primitive et intégration.

Attention aux bornes d'intégration : côté gauche de $u(0)$ à $u(t)$, côté droit de 0 à t.

Conditions initiales à déterminer au préalable car elles interviennent dans les bornes de l'intégrale.

© Étienne Thibierge, www.etienne-thibierge.fr