

# Nombres complexes

\*\*\* **Attention !** L'objectif de cette fiche n'est pas de procéder à des révisions sur les nombres complexes avec toute la rigueur mathématique requise, mais plutôt d'introduire des outils (mnémo)techniques qui nous seront très utiles en physique.

On évite les gros calculs autant que possible. En particulier, il est presque toujours possible de se passer de la quantité conjuguée. Pour cela, il est toujours profitable de raisonner graphiquement dans le plan complexe.

## Notations propres à la physique :

- ▷ en électronique on note  $j$  le nombre complexe habituellement noté  $i$  : on a donc  $j^2 = -1$  ;
- ▷ un nombre complexe est **souligné** :  $\underline{Z}$  ;
- ▷ le complexe conjugué est noté d'une étoile :  $\underline{Z}^*$  ;
- ▷ les autres notations (module, etc.) sont analogues à celles que vous utilisez en mathématiques.

## I - Plan complexe

Soit  $M$  un point du plan complexe d'affixe  $\underline{Z}$ . Rappeler la signification géométrique de sa partie réelle, sa partie imaginaire, son module et son argument. Représenter son complexe conjugué  $\underline{Z}^*$ .

## II - Partie réelle et imaginaire

Identifier la partie réelle et la partie imaginaire des nombres complexes suivants ( $U_m$  et  $\varphi$  sont deux réels).

$$-2 + 3j \quad \frac{1}{j} \quad U_m e^{j\varphi} \quad -e^{j\pi/2} \quad U_m e^{j\pi} \quad e^{-j\pi/2} \quad e^{-j\pi} \quad (1 + 3j) + (2 - j) \quad (1 + 3j)(2 - j)$$

## III - Module et argument

Exprimer le module et l'argument des nombres complexes suivants ( $a$  et  $b$  sont deux réels positifs).

$$a + jb \quad -a + jb \quad a + b \quad a - b \quad \frac{ja}{1 + b} \quad -\frac{a}{jb} \quad \frac{1 + ja}{1 - ja} \quad (1 + ja) + (1 + 2ja)$$

## IV - Fonctions à valeur complexe

Exprimer le module et l'argument des expressions ci-dessous dans les deux limites  $x \rightarrow 0$  et  $x \rightarrow +\infty$ .

$$\frac{1}{1 + jx} \quad \frac{jx}{1 + jx} \quad \frac{jx}{1 - jx + x^2} \quad \frac{1}{1 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$