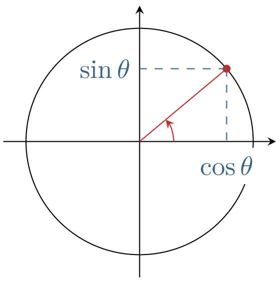
Fonctions trigonométriques

Attention ! L'objectif de cette fiche n'est pas de procéder à des révisions de trigonométrie avec toute la rigueur mathématique requise, mais plutôt d'introduire des outils (mnémo)techniques qui nous seront très vite utiles en physique. À ce titre, on s'abstiendra de toute utilisation du modulo, source d'hécatombe à la première division rencontrée, et on privilégiera systématiquement une écriture du type « $+2n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ ».

I - Utilisation du cercle trigonométrique

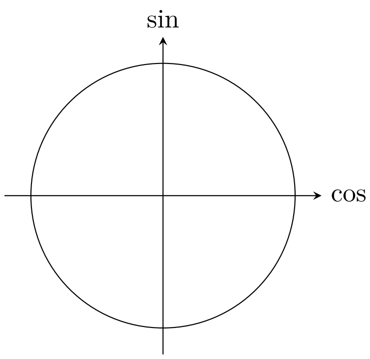


Le cercle trigonométrique a pour rayon 1. Un point situé sur ce cercle permet de lire les valeurs du cosinus (en abscisse) et du sinus (en ordonnée) de l'angle associé. C'est sans aucun doute l'outil le plus utile en trigonométrie.

Sauf mention contraire, les angles s'expriment en radians.

Espace 1

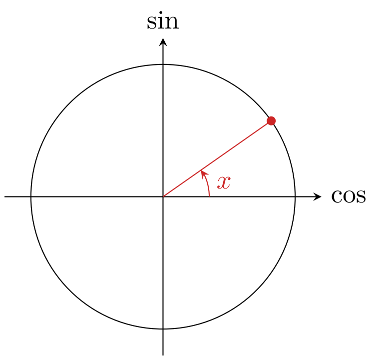
I.1 - Valeurs remarquables



En utilisant si besoin le cercle trigonométrique ci-contre, compléter le tableau ci-dessous, restreint aux angles compris entre 0 et $\pi/2$.

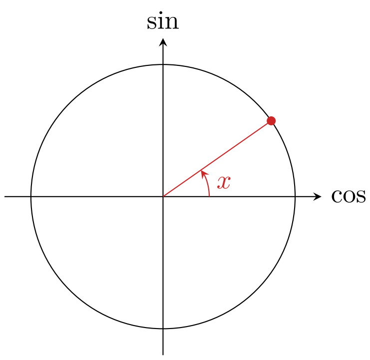
Angle (rad)			
Angle (°)			
Cosinus	1		
Sinus			1
Tangente		1	

I.2 - Relations fonctionnelles



En utilisant le cercle trigonométrique ci-contre, exprimer les quantités ci-dessous en fonction de $\cos x$.

- ▷ $\cos(x+2\pi) =$
- ▷ $\cos(x+\pi) =$
- ▷ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$
- ▷ $\cos(-x) =$
- ▷ $\cos(\pi-x) =$
- ▷ $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) =$



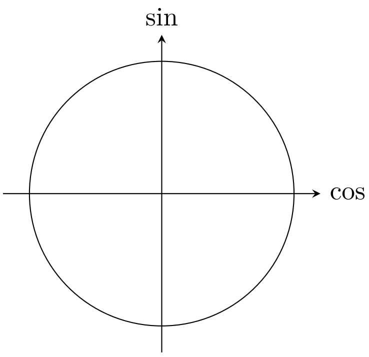
En utilisant le cercle trigonométrique ci-contre, exprimer les quantités ci-dessous en fonction de $\sin x$.

- ▷ $\sin(x+2\pi) =$
- ▷ $\sin(x+\pi) =$
- ▷ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$
- ▷ $\sin(-x) =$
- ▷ $\sin(\pi-x) =$
- ▷ $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) =$

Dans une fonction trigonométrique, changer le signe de l'argument ou lui ajouter $\pm\pi$ conserve la fonction mais peut en changer le signe.

Au contraire, ajouter $\pm\pi/2$ interchange sinus et cosinus.

I.3 - Résolution d'équations



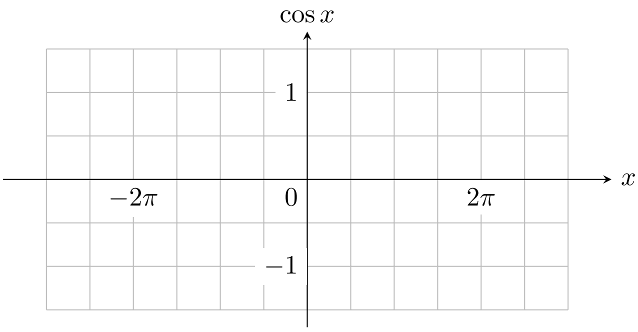
En utilisant le cercle trigonométrique, résoudre dans $\mathbb{R}$ (et pas seulement sur $[0, \pi/2]$) les équations suivantes.

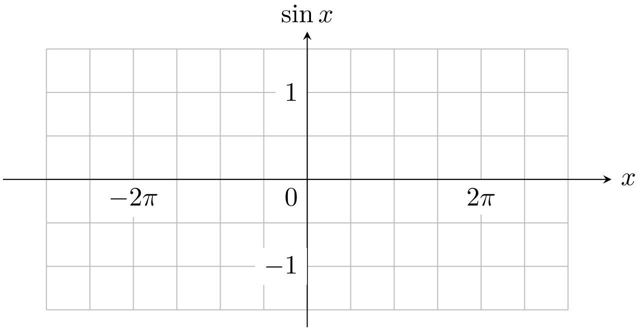
- $\sin x = 0$
- $\cos \dfrac{x}{2} = \pm 1$
- $\sin(2x) = 1$

II - Représentations graphiques

II.1 - Tracés de référence

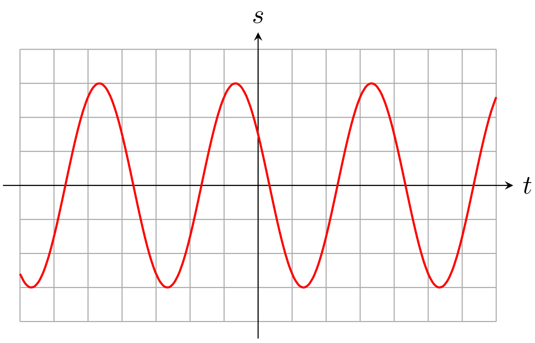
Tracer les courbes représentatives des deux fonctions cosinus et sinus.





II.2 - Du tracé à la fonction

On s'intéresse à une tension de la forme $s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ où A, ω, φ sont trois paramètres positifs. L'axe des abscisses est gradué en ms, l'axe des ordonnées en V.



- Justifier sans calcul mais rigoureusement que les valeurs minimale et maximale de s sont $-A$ et A.
- Exprimer la période de s en fonction de ω.
- Que vaut $s(0)$? En déduire une méthode pour déterminer φ.
- La courbe représentative de s est tracée ci-dessous, un carreau représente une unité. Déterminer les valeurs des réels A, ω et φ.

II.3 - De la fonction au tracé

Lorsqu'un synthétiseur électrique joue un LA, on peut mesurer une surpression qui suit la loi

$$\Delta P(t) = P_0 \cos\left(2\pi f t + \frac{\pi}{4}\right) \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} P_0 = 0{,}01\,\mathrm{Pa} \\ f = 440\,\mathrm{Hz} \end{cases}$$

Représenter le chronogramme associé.

Étienne Thibierge, 31 août 2017, www.etienne-thibierge.fr