Remise en route

Préambule

Bienvenue en PTSI au lycée Langevin–Wallon.

Les deux années qui vous attendent seront longues et bien remplies. La première des choses à faire cet été est donc de vous reposer et de vous détendre, pour démarrer l'année en pleine forme.

Néanmoins, le rythme que nous suivrons sera sensiblement différent de celui que vous avez connu jusqu'à présent et **il est important que vous vous y prépariez**. La lecture soigneuse des **œuvres au programme de lettres** est votre premier impératif. Il faudra ensuite que vous réactiviez vos connaissances de terminale dix à quinze jours avant la rentrée, ce que nous vous demandons de faire par l'intermédiaire des exercices qui suivent. Les trois matières scientifiques seront abordées d'une façon plus formalisée et plus mathématisée que ce dont vous avez l'habitude : ces exercices permettent donc de revoir toutes les techniques de calcul usuelles vues au lycée. **Faites-les sérieusement, et amenez votre travail à la rentrée**, certains exercices seront repris dès les premières séances de l'année. Les calculs sont à effectuer à la main. Cependant n'hésitez pas à les vérifier à la calculatrice.

Pensez également à **régler toutes les questions d'organisation** (carte de transport, ...) *avant* la rentrée, et à acheter les classeurs, cahiers et autres copies dont vous aurez besoin. **L'achat de livres spécifiques n'est pas utile pour le moment** : vos premiers outils de travail seront vos notes de cours et de TD. Si après quelques semaines vous estimez avoir besoin d'un complément, nous pourrons alors vous conseiller.

En attendant de vous retrouver début septembre, nous vous souhaitons un bel été.

MM. Busson, Nargil et Thibierge.

Professeurs de sciences en PTSI.

1 Fractions et puissances

Exercice 1. Calculer les sommes suivantes.

1. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}$
2. $\dfrac{1}{28}-\dfrac{1}{42}+\dfrac{1}{84}$
3. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{24}$
4. $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{70}+\dfrac{1}{42}$

Exercice 2. Écrire les nombres suivants en écriture scientifique, c'est-à-dire sous la forme $a\cdot 10^b$ avec $1 \leq a < 10$. On rappelle que le symbole $\cdot$ est synonyme du symbole $\times$.

1. $2\cdot 10^5\times 10^{-3}$
2. $\dfrac{10^7}{2\cdot 10^3}$
3. $\dfrac{6\cdot 10^{-7}\times 2\cdot 10^2}{2\cdot 10^{-3}\times 3\cdot 10^{-4}}$
4. $\dfrac{4\cdot 10^5\times 6\cdot 10^{-2}\times 1\cdot 10^3}{2\cdot 10^3\times 4\cdot 10^2\times 3\cdot 10^7}$

2 Équations du second degré

Exercice 3. Résoudre :

1. $x^2-x-12=0$
2. $x^2-2x-35=0$
3. $3x^2-26x+35=0$
4. $14x^2+3x-5=0$

3 Résolution d'inéquations

Exercice 4. Dresser le tableau de signe des expressions suivantes :

1. $\frac{3}{2}x+1$
2. $-\frac{x}{4}+3$
3. $1-\frac{2}{x+3}$
4. x^2-x-1
5. $\sqrt{x^2+1}-2$ (pensez à la quantité conjuguée)
6. $\frac{x^2-2x-1}{(x^2-1)(x+3)}$

Exercice 5. Résoudre les inégalités suivantes :

1. $4x \leq x^2$
2. $-\frac{x}{3} + 2 < \frac{3x}{2} - \frac{1}{3}$
3. $\frac{4x-3}{4-5x} > 0$
4. $(2x-3)(x+2) \leq -3$
5. $4x^2 - 24x + 36 > 0$
6. $\frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$
7. $\sqrt{x^2-1} - \sqrt{2x-3} < 0$

4 Résolution d'équations en ln et exp

Il pourra être judicieux de poser $X = \exp x$ dans certaines questions.

Exercice 6. Résoudre ;

1. $(e^x)^3 = 2$
2. $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$
3. $e^x - e^{x+3} + 2 = 0$
4. $e^{2x} + e^x - 2 \geq 0$

Exercice 7. Résoudre :

1. $\ln(3+x) = \ln(x) + \ln(3)$
2. $\ln(x^2 - 2x) = \ln(x+10)$
3. Donner le domaine de définition de $f(x) = \ln(e^{2x} + e^x - 2)$

5 Résolution d'équations en cos et sin

Utiliser le plus souvent possible le cercle trigonométrique

Exercice 8.

1. Résoudre $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ pour x entre $-\pi$ et π puis entre 0 et 2π.
2. Résoudre $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ pour x entre $-\pi$ et π puis entre 0 et 2π.
3. Résoudre $\cos x \geq \frac{1}{2}$ pour x entre $-\pi$ et π puis entre 0 et 2π.
4. On sait que $\sin(x) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ et que x est entre $\frac{\pi}{2}$ et π, calculer $\cos(x)$

6 Dérivation

Exercice 9. Dériver les fonctions suivantes.

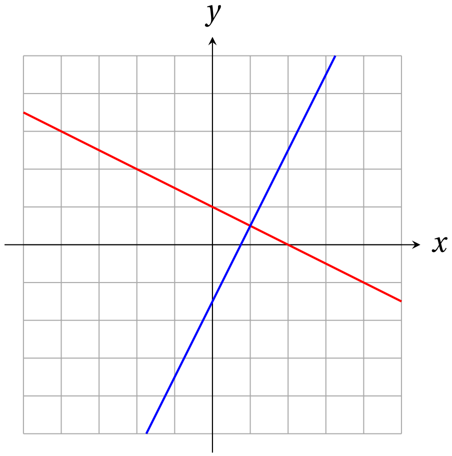
1. $\sqrt{x+1}$
2. $\dfrac{7x-8}{6x+5}$
3. $(2x+5)(4x-3)$
4. $\left(\dfrac{x+7}{x-7}\right)^2$
5. $\sin(x)\cos(x)$
6. $\dfrac{x^3}{1+\cos^2(x)}$
7. $\sin(2x-1)$
8. $\sqrt{x} + \dfrac{4}{x}$
9. $\dfrac{3(2x-1)}{2x^2-2x+5}$
10. $2x + (x+1)^2\sqrt{x^2+3}$
11. $\sin^3(x)$
12. $\sin(x^3)$
13. $(x^3+2x+1)^4$
14. $\ln(x+1$
15. $(x^2+x-1)e^x$
16. $e^x \ln(x)$
17. $\ln\left(\dfrac{x+2}{3x-1}\right)$
18. $\dfrac{x-1}{\ln(x)}$

7 Représentations graphiques

Utiliser le plus possible les courbes représentatives des fonctions de référence ; les valeurs particulières (en $x = 0$, annulations de la fonction, limites) ; les propriétés de parité ; etc.

Exercice 10. Un carreau représente une unité.

1. Déterminer les équations des deux droites tracées ci-dessous.
2. Retrouver les coordonnées de leur point d'intersection par résolution d'un système.



Exercice 11. Tracer la courbe représentative de la fonction exponentielle. En déduire les courbes représentatives des fonctions

$$f_1(x) = e^{-x} \qquad f_2(x) = e^{x} + 1 \qquad f_3(x) = 1 - e^{x-1}$$

Ne pas hésiter à vérifier les tracés avec la calculatrice après coup.

Exercice 12. On s'intéresse à la fonction $f(x) = A\cos(Bx + C)$ où A, B, C sont trois réels positifs.

1. Justifier sans calcul mais rigoureusement que les valeurs minimale et maximale de f sont $-A$ et A.
2. En utilisant la périodicité de la fonction cosinus, montrer que la période de f vaut $2\pi/B$. On rappelle que la période est le plus petit réel positif T tel que $f(x+T) = f(x)$.
3. La courbe représentative de f est tracée ci-dessous, un carreau représente une unité. Déterminer les valeurs des réels A, B et C.