Révisions R1

Électronique

Ressources en ligne

Scanner ou cliquer sur les QR-code pour accéder aux ressources.

Cartes mémo, réalisées par C. Cayssiols.

Vidéos, réalisées par JJ. Fleck. Les vidéos « l'essentiel » et « démonstrations principales » sont très adaptées à des révisions.

QCM d'applications. Choisir d'abord le mode « j'apprends » puis éventuellement le mode « je révise ».

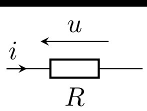
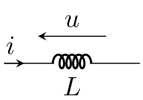
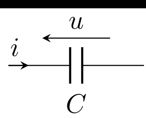
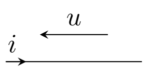
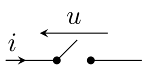
... sans oublier le Cahier d'entraînement édité par Colas Bardavid : `https://colasbd.github.io/cde/`

Plusieurs de ces ressources correspondent au programme de PCSI, un peu plus vaste que celui de PTSI : me demander en cas de doute sur ce que vous devez savoir ou pas.

Rappels de cours

A - Dipôles modèles

- **Dipôles passifs**

	Résistance	**Bobine**	**Condensateur**	**Fil ou interrupteur fermé**	**Interrupteur ouvert**
Symbole					
Loi de comportement	$u = Ri$	$u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$	$i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$	$u = 0$, i qcq	$i = 0$, u qcq
Impédance	$\underline{Z_R} = R$	$\underline{Z_L} = \mathrm{j}L\omega$	$\underline{Z_C} = \dfrac{1}{\mathrm{j}C\omega}$	0	∞
Admittance	$\underline{Y_R} = \dfrac{1}{R}$	$\underline{Y_L} = \dfrac{1}{\mathrm{j}L\omega}$	$\underline{Y_C} = \mathrm{j}C\omega$	∞	0
Équivalent basse fréquence		Fil	Interrupteur ouvert		
Équivalent haute fréquence		Interrupteur ouvert	Fil		
Énergie stockée	Aucune	$\dfrac{1}{2}Li^2$	$\dfrac{1}{2}Cu^2$	Aucune	Aucune
Continuité	Aucune	i	u	Aucune	Aucune

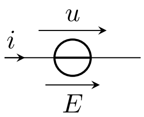
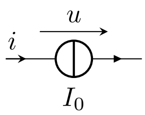
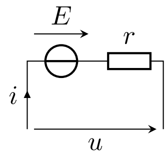
Attention ! La tension aux bornes d'un interrupteur ouvert est inconnue a priori (= la connaître nécessite un calcul). En particulier, elle n'a aucune raison d'être toujours nulle.

▷ Les lois de comportement et les impédances complexes sont valables uniquement en convention récepteur. En convention générateur, il faut ajouter un signe.

▷ Les impédances complexes supposent le régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω. Elles se démontrent à partir de la loi de comportement avec la correspondance $\mathrm{d}/\mathrm{d}t \leftrightarrow \times \mathrm{j}\omega$.

▷ La grandeur physique nécessairement continue « la plus fondamentale » est l'énergie stockée. On en déduit ensuite que pour une bobine, comme $\mathcal{E} \propto i^2$ alors i est continue, et de même pour un condensateur. Aux bornes des dipôles qui ne stockent pas d'énergie, i et u peuvent être discontinus.

- **Sources de courant et de tension**

	Source idéale de tension	Source idéale de courant	Générateur réel
Symbole			 modèle de Thévenin
Loi de comportement	$u = E$, i qcq	$i = I_0$, u qcq	$u = E - ri$

▷ La résistance interne r d'un GBF est par construction toujours égale à $50\,\Omega$ (sauf réglage particulier).

▷ Un générateur réel peut également être modélisé par la mise *en parallèle* de la résistance interne r avec une source idéale de courant : c'est le modèle de Norton (exercice classique mais pas à connaître).

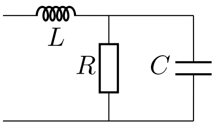
B - Associations de dipôles

- **Association série**

$$\underline{Z}_{\text{éq}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

- **Association parallèle**

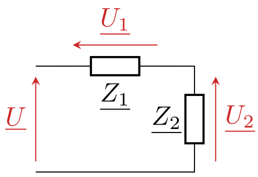
$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{éq}}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \qquad \text{soit} \qquad \underline{Y}_{\text{éq}} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$



Attention ! Deux dipôles peuvent n'être ni en série ni en parallèle : c'est par exemple le cas de L et R (et également de L et C) sur l'exemple ci-contre.

C - Lois de Kirchoff et conséquences utiles

- **Loi des mailles**

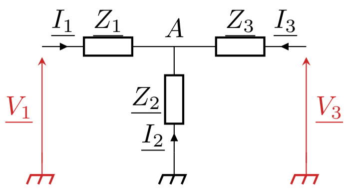


Loi des mailles : $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$

Conséquence : pont diviseur de tension

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

- **Loi des nœuds**



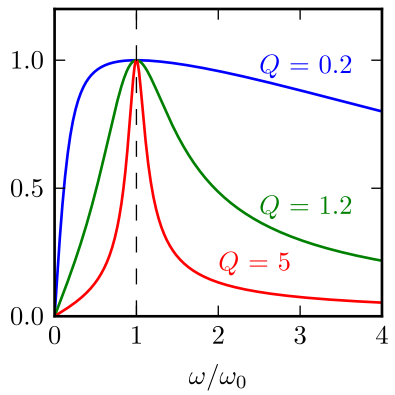
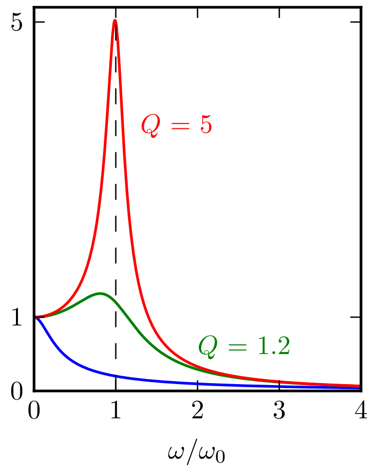
Loi des nœuds : $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

Conséquence : loi des nœuds en termes de potentiel (abordée en PT)

$$\frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_A}{\underline{Z}_1} + \frac{0 - \underline{V}_A}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_3 - \underline{V}_A}{\underline{Z}_3} = 0\,.$$

D - Synthèse sur les résonances

Rappelons qu'il existe **deux** types de résonance différents. Seules les trois premières lignes de ce tableau sont vraiment à savoir. Les informations indiquées dans les lignes suivantes, rappelées à titre indicatif, seront systématiquement à retrouver dans un exercice.

Exemple électronique Exemple mécanique	Résonance en intensité i Résonance en vitesse	Résonance en tension u_C Résonance en élongation
Existence	Toujours	uniquement si $Q > 1/\sqrt{2}$
Pulsation de résonance Largeur de la résonance	ω_0 $\Delta\omega = \dfrac{\omega_0}{Q}$	$\omega_{\text{res}} \lesssim \omega_0$ $\Delta\omega \simeq \dfrac{\omega_0}{Q}$
Aspects notables à $\omega = \omega_{\text{res}}$ Aspects notables à $\omega = \omega_0$	Maximum d'amplitude, Forçage et réponse en phase C'est la résonance !	Maximum d'amplitude, Aucune relation de phase Forçage et réponse en quadrature, Rapport des amplitudes égal à Q
Mesure de ω_0 Mesure de Q	Pulsation de résonance Largeur de la résonance	Quadrature de phase Rapport des amplitudes à ω_0 ou largeur de la résonance
Courbe de gain (échelle linéaire)	 Plus le facteur de qualité est élevé, plus la résonance est fine, mais la valeur maximale ne change pas.	 Plus le facteur de qualité est élevé, plus la valeur maximale est élevée.

Applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT* seront interrogés en colle sur les applications marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

R1.1 - Circuit RC série en régime sinusoïdal forcé par une tension harmonique $e(t) = E_{\text{m}} \cos(\omega t)$: déterminer $u_C(t)$ sous la forme $u_C(t) = U_{C,\text{m}} \cos(\omega t + \varphi)$.

Éléments de réponse : *par un pont diviseur de tension,*

$$\underline{U_C} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega}\underline{E} = \frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{E}\,.$$

Par définition de la représentation complexe,

$$U_{C,m} = \left|\underline{U_C}\right| = \frac{E_m}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \qquad \text{et} \qquad \varphi = \arg \underline{U_C} = -\arg(1 + jRC\omega) + \arg \underline{E} = -\arctan(RC\omega)$$

R1.2 - Circuit RC série en régime sinusoïdal forcé : la tension aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E_\mathrm{m}}{\tau}\cos(\omega t)\,.$$

Établir la relation de récurrence donnée par le schéma d'Euler explicite appliqué à cette équation, puis compléter le code ci-dessous permettant de déterminer numériquement $u_C(t)$ en supposant $u_C(t{=}0) = -2\,\mathrm{V}$.

```python
import numpy as np

tau = 1e-3      # en s
Em = 2          # en V
w = 2 * np.pi * 1e3    # pulsation, en rad.s-1

dt = 2e-5       # pas de temps, en s
N = 500         # nbre de pas de temps

t = [n*dt for n in range(N)]      # tps, en s
```

Éléments de réponse : *Cette question de révisions a été refaite dans le cours sur les SLCI. Par application du schéma d'Euler explicite, on trouve*

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}\,u_n = \frac{E_\mathrm{m}}{\tau}\,\cos(\omega t_n) \qquad \text{soit} \qquad u_{n+1} = u_n + \frac{\Delta t}{\tau}\left(E_\mathrm{m}\cos(\omega t_n) - u_n\right)\,.$$

Les lignes de code manquantes peuvent être les suivantes :

```python
u = [None for n in range(N)]  # tension condensateur, en V
u[0] = -2                     # cond initiale u(0) = -2 V

for n in range(N-1):
    u[n+1] = u[n] + dt/tau * ( Em * np.cos(w*t[n]) - u[n] )
```

... mais d'autres codes sont possibles, en particulier définir au préalable une liste contenant les valeurs prises par la tension d'entrée aux différents instants t_n.

R1.3 - Filtre RC passe-bas : établir la fonction de transfert et construire le diagramme de Bode en gain. Le diagramme de Bode doit être justifié (asymptotes), et pas seulement construit par cœur.

(★) R1.4 - Circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé par une tension harmonique $e(t) = E_\mathrm{m}\cos(\omega t)$: établir la fonction de transfert en courant (qui est ici l'admittance $\underline{Y} = \underline{I}/\underline{E}$). Établir l'expression de la pulsation de résonance et rappeler sans démonstration le lien entre la largeur de la résonance et le facteur de qualité.

Éléments de réponse : *l'admittance du montage complet s'écrit*

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{R + \mathrm{j}\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}\,.$$

Il y a résonance en courant lorsque le module de l'admittance est maximal, c'est-à-dire lorsque le module du dénominateur est minimal. La partie réelle étant indépendante de ω, ce minimum est atteint lorsque la partie imaginaire est nulle. On retrouve alors la pulsation de résonance bien connue $\omega_\mathrm{r} = 1/\sqrt{LC}$.

Rappelons aussi que la bande passante (= largeur) de la résonance est reliée au facteur de qualité par

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

R1.5 - Filtre RLC série : lorsque l'on prend la sortie aux bornes de la résistance, la fonction de transfert s'écrit

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Identifier la nature du filtre à partir de la fonction de transfert. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain en justifiant, puis l'allure du diagramme réel pour $Q = 0{,}1$ et $Q = 100$.

> ***Éléments de réponse :*** *Le tracé du diagramme réel demande de calculer la valeur* **exacte** *de* $\underline{H}$ *puis du gain en* $\omega = \omega_0$*. Cette question de révision correspond à l'application 3 du cours sur les SLCI.*

Pour s'entraîner

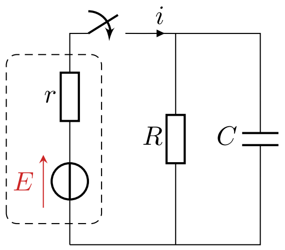
- Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- Difficulté technique et calculatoire ;
- Exercice important.

Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Par souci de simplicité, tous les exercices sur les filtres sont regroupés avec le TD sur les systèmes linéaires.

Exercice 1 : Transitoire d'un circuit RC parallèle — 2 | 2

▷ *Transitoire du premier ordre.*



Considérons le circuit ci-contre, dans lequel un générateur est branché en parallèle d'une cellule RC à l'instant $t = 0$. Le générateur est décrit par son modèle de Thévenin, de fém E constante et de résistance interne r.

1 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le courant i débité par le générateur.

2 - Montrer que $i(0^+) = E/r$.

3 - En déduire l'expression de $i(t)$.

✎ ***Correction*** — *Raisonnons avec les notations de la figure 1.*

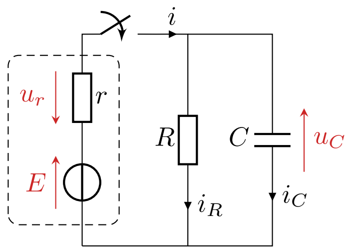


Figure 1 – Schéma du montage.

1 - *D'après la loi des nœuds et les lois de comportement des dipoles,*

$$i \underset{LN}{\underset{\uparrow}{=}} i_R + i_C \underset{LC}{\underset{\uparrow}{=}} \frac{u_C}{R} + C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

> ***Question d'analyse 1*** *- Justifier que* $i_R = u_C/R$*, alors que* u_C *est la tension aux bornes du condensateur.*

D'après la loi des mailles,

$$E = u_r + u_C \qquad \text{donc} \qquad u_C = E - u_r = E - ri$$

ce qui conduit à

$$i = \frac{E - ri}{R} - rC\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\,.$$

> ***Question d'analyse 2*** *- Pourquoi la tension aux bornes de* R *n'apparaît-elle pas dans la loi des mailles ?*
>
> ***Question d'analyse 3*** *- Pourquoi la dérivée de* E *n'apparaît-elle pas ?*

En réorganisant les termes, on obtient

$$rC\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \left(1 + \frac{r}{R}\right) i = \frac{E}{R} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{rC}\left(1 + \frac{r}{R}\right) i = \frac{E}{RrC}\,.}$$

On reconnaît ainsi une équation différentielle du premier ordre de temps caractéristique τ tel que

$$\boxed{\frac{1}{\tau} = \frac{1}{C}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right) .}$$

Question d'analyse 4 *- Pourquoi n'identifie-t-on pas $1/\tau = 1 + r/R$ dès la première étape ?*

Question d'analyse 5 *- Le terme $1/r + 1/R$ apparaît-il car les deux résistances sont montées en parallèles ?*

2 - *À l'instant $t = 0^-$, c'est-à-dire juste avant la fermeture de l'interrupteur, aucun courant ne parcourt le circuit donc*

$$i(0^-) = i_R(0^-) = i_C(0^-) = 0 .$$

La tension aux bornes des résistances est donc nulle à cet instant, et la tension $u_C(0^-)$ aux bornes du condensateur aussi puisqu'il est monté en parallèle de R.

Question d'analyse 6 *- Pourquoi est-il faux d'en déduire $i(0^+) = 0$?*

Considérons maintenant l'instant $t = 0^+$. D'après la loi des mailles,

$$u_C(0^+) = E - ri(0^+)$$

Puisque $u_C(0^+) = 0$, il vient directement

$$\boxed{i(0^+) = \frac{E}{r} .}$$

Question d'analyse 7 *- Quel argument permet d'affirmer que $u_C(0^+) = 0$?*

3 - *Cherchons une solution particulière constante i_p :*

$$0 + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right) i_p = \frac{E}{rRC} \qquad \text{d'où} \qquad i_p = \frac{E}{r+R} .$$

Question d'analyse 8 *- Pourquoi la solution particulière est-elle cherchée constante ?*

Ainsi, les solutions de cette équation différentielle sont de la forme

$$i(t) = A\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{E}{r+R}$$

À l'instant initial,

$$i(0^+) \underset{\substack{\uparrow \\ CI}}{=} \frac{E}{r} \underset{\substack{\uparrow \\ expr}}{=} A + \frac{E}{r+R} \qquad \text{d'où} \qquad A = \frac{R}{r(r+R)}E .$$

Question d'analyse 9 *- Poser le calcul conduisant à l'expression de A.*

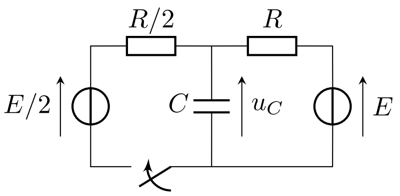
Finalement,

$$\boxed{i(t) = \frac{R}{r(r+R)}E\ \mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{E}{r+R} = \frac{E}{r+R}\left(1 + \frac{R}{r}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}\right) .}$$

Question d'analyse 10 *- Proposer un test de vraisemblance du résultat autre que l'homogénéité.*

Exercice 2 : Condensateur alimenté par deux générateurs — oral CCINP MP | 2 | 1

- *Équation différentielle du premier ordre ;*
- *Puissance électrique.*



Dans le montage ci-contre, l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$.

1 - Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C.

2 - Résoudre cette équation.

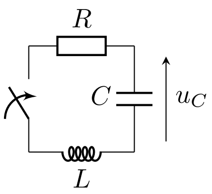
3 - Déterminer le temps t_1 nécessaire pour que la valeur finale soit atteinte à 1 % près.

4 - (Plus difficile et moins important) Exprimer la puissance dissipée. Interpréter sa valeur finale.

Exercice 3 : RLC série en régime libre

oral CCINP PSI | 1 | 2

▷ *Équation différentielle du second ordre ;*
▷ *Montage expérimental.*

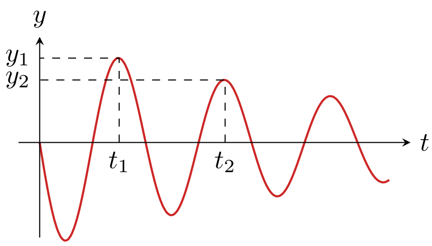


On étudie le circuit ci-contre où le condensateur est initialement chargé : $u_C(t{=}0) = U_0$.

1 - Déterminer les valeurs de i, de u_C et de u_L à la fermeture du circuit en $t = 0^+$, puis en régime permanent pour $t \to \infty$.

2 - Parmi ces grandeurs, laquelle correspond à y représentée ci-contre ? Comment doit-on procéder pour la mesurer ? Indiquer sur le schéma les branchements de l'oscilloscope.

3 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant i en fonction de $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $m = R/2L\omega_0$.



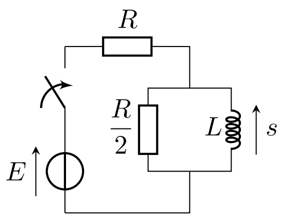
4 - On suppose $m < 1$. Déterminer la solution en fonction de $\Omega = \omega_0\sqrt{1-m^2}$. Que représente Ω ? Comment peut-on l'évaluer à partir de la courbe ?

5 - En utilisant des approximations adéquates, trouver une relation simple entre le rapport y_1/y_2 et m.

Exercice 4 : Circuit RL à deux mailles

oral Mines-Télécom PSI | 3 | 2

▷ *Équation différentielle du premier ordre ;*
▷ *Recherche de condition initiale.*

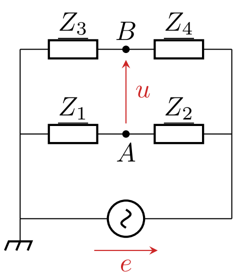


L'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$. Étudier l'évolution de $s(t)$ et tracer sa courbe.

Exercice 5 : Ponts de mesure

inspiré oraux banque PT | 2 | 2 |

▷ *Impédances complexes ;*
▷ *Loi des mailles.*



Les ponts de mesure constituent une famille de circuits électriques permettant la mesure d'impédances. Il en existe plusieurs déclinaisons selon la nature capacitive, inductive ou résistive du dipôle étudié, mais toutes reposent sur la même structure à quatre branches schématisée ci-contre : l'une des impédances est celle que l'on souhaite déterminer, deux sont des résistances connues et fixées, et la quatrième est une impédance variable.

Le pont est alimenté par une tension e sinusoïdale de pulsation ω. Le réglage consiste à modifier l'impédance variable jusqu'à obtenir $u = 0$: le pont est alors dit équilibré. Connaître l'impédance variable dans cette situation permet d'en déduire l'impédance inconnue.

1 - Exprimer les potentiels $\underline{V_A}$ et $\underline{V_B}$ en fonction de $\underline{E}$ et des impédances.

2 - En déduire la relation que doivent vérifier les quatre impédances pour que $\underline{U}$ s'annule, appelée *condition d'équilibre du pont*.

On s'intéresse en guise d'illustration à un pont de Maxwell, qui permet de mesurer les caractéristiques d'une bobine inconnue. Dans cette structure,

▷ l'impédance 1 est la bobine étudiée, modélisée par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L et d'une résistance interne r ;
▷ l'impédance 4 est constituée d'un condensateur C et d'une résistance R montés en parallèle, dont les valeurs peuvent être modifiées à volonté par l'expérimentateur ;

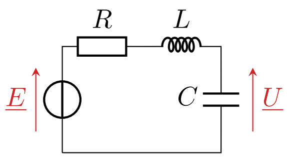
▷ les impédances 2 et 3 sont deux résistances R_2 et R_3.

3 - Exprimer $\underline{Z_1}$ et $\underline{Z_4}$.

4 - Déduire de la condition d'équilibre du pont l'expression de L et r en fonction des autres grandeurs.

Exercice 6 : Résonance en tension d'un circuit RLC 2 | 2 |

▷ *Impédances complexes ;*
▷ *Résonance.*



Considérons un circuit RLC série aux bornes duquel un générateur impose un forçage sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude E_0. On se place en régime permanent, et on travaille en représentation complexe.

1 - Exprimer l'amplitude complexe $\underline{U}$ de la tension aux bornes du condensateur en fonction de $\underline{E}$ et des différents dipôles.

2 - Identifier la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q tels que

$$\underline{U} = \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + \dfrac{\mathrm{j}\omega}{Q\omega_0}}\underline{E}\,.$$

3 - Identifier la fonction f telle que

$$|\underline{U}| = \frac{E_0}{\sqrt{f(X)}} \qquad \text{avec} \qquad X = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\,.$$

4 - À quelle condition sur f observe-t-on un phénomène de résonance ? En travaillant sur la dérivée f', en déduire une condition sur Q pour que la résonance soit effectivement observable.

5 - Déterminer la pulsation de résonance.

✎ ***Correction*** — ***1 -*** *Par un pont diviseur de tension,*

$$\underline{U} = \frac{1/jC\omega}{1/jC\omega + R + jL\omega}\underline{E} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\underline{U} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}\underline{E}\,.}$$

2 - *Par identification,*

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\omega_0^2} = LC \\ \dfrac{1}{Q\omega_0} = RC \end{cases} \qquad \text{d'où} \qquad \begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \dfrac{1}{RC\omega_0} \end{cases}$$

Question d'analyse 1 *- Sur quel critère se base-t-on pour l'identification ?*

Question d'analyse 2 *- Terminer le calcul de Q pour l'exprimer en fonction de R, L et C uniquement (et donc faire disparaître ω_0 du calcul).*

3 - *Calculons le module,*

$$|\underline{U}| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(\dfrac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2}}|\underline{E}|$$

et comme $|\underline{E}|$ on peut identifier

$$\boxed{f(X) = (1-X)^2 + \frac{X}{Q^2}\,.}$$

Question d'analyse 3 *- Dans le module, pourquoi le premier terme s'écrit-il $\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2$ et non pas $1 + \left(\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2$?*

Question d'analyse 4 *- Pourquoi y a-t-il un signe $\oplus$ devant le second terme malgré le j dans l'expression de $\underline{U}$?*

4 - *Il y a résonance si le module $|\underline{U}|$ admet un maximum pour une valeur non nulle de ω, c'est-à-dire si la fonction f admet un minimum pour une valeur non nulle de X. Au niveau de ce minimum, la dérivée f' s'annule. La dérivée s'écrit*

$$f'(X) = -2(1-X) + \frac{1}{Q} = 2X + \frac{1}{Q^2} - 2\,,$$

Question d'analyse 5 - *Justifier le premier terme de la dérivée.*

La dérivée s'annule en X_{res} tel que

$$X_{res} = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{1}{Q^2}\right).$$

Pour obtenir un résultat physiquement acceptable, il faut avoir $X_{res} > 0$, ce qui impose

$$\frac{1}{Q^2} < 2 \qquad \textit{soit} \qquad \boxed{Q > \frac{1}{\sqrt{2}}}.$$

Question d'analyse 6 - *Pourquoi X_{res} doit il être positif pour que la résonance existe ?*

5 - *En repartant de la définition de X,*

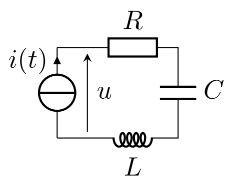
$$\omega_{res}^2 = {\omega_0}^2\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) \qquad \textit{soit} \qquad \boxed{\omega_{res} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}.$$

Exercice 7 : Circuit RLC série forcé en courant

2 | 2

- *Impédances complexes ;*
- *Résonance.*

> *Cet exercice est une variante autour des résonances du RLC : au lieu d'étudier un forçage en tension comme on le fait le plus souvent, on étudie un forçage en courant. La question 3 est très calculatoire, probablement trop pour un écrit de la banque PT. Le reste de l'exercice, qui reprend des méthodes classiques et à maîtriser, peut être travaillé en admettant les expressions de $\omega_{1,2}$.*



Considérons un circuit RLC série alimenté par un générateur idéal de courant imposant $i(t) = I_\mathrm{m}\cos(\omega t)$.

1 - Déterminer l'amplitude complexe $\underline{U}$ et l'écrire sous la forme

$$\underline{U} = R\left[1 + \mathrm{j}Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right]\underline{I}.$$

2 - Justifier que ce circuit ne présente pas de résonance en tension, mais une anti-résonance pour laquelle le rapport $U_\mathrm{m}/I_\mathrm{m}$ est minimal. Déterminer la pulsation d'anti-résonance ω_a. Que vaut le déphasage entre i et u à cette pulsation ? L'existence de l'anti-résonance dépend-elle du facteur de qualité du circuit ?

3 - On s'intéresse à la largeur en fréquence de l'anti-résonance. Montrer que les pulsations ω_1 et $\omega_2 > \omega_1$ telles que $|\underline{U}(\omega_1)| = |\underline{U}(\omega_2)| = \sqrt{2}\,|\underline{U}(\omega_\mathrm{a})|$ sont données par

$$\omega_{1,2} = \Omega \pm \frac{\omega_0}{2Q} \qquad \text{avec} \qquad \Omega = \frac{\omega_0}{2}\sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4}.$$

En déduire la largeur $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ de l'anti-résonance.

4 - Des relevés expérimentaux de $U_\mathrm{m}/I_\mathrm{m}$ et du déphasage de u par rapport à i sont représentés figure 2. En déduire la fréquence propre et le facteur de qualité du circuit.

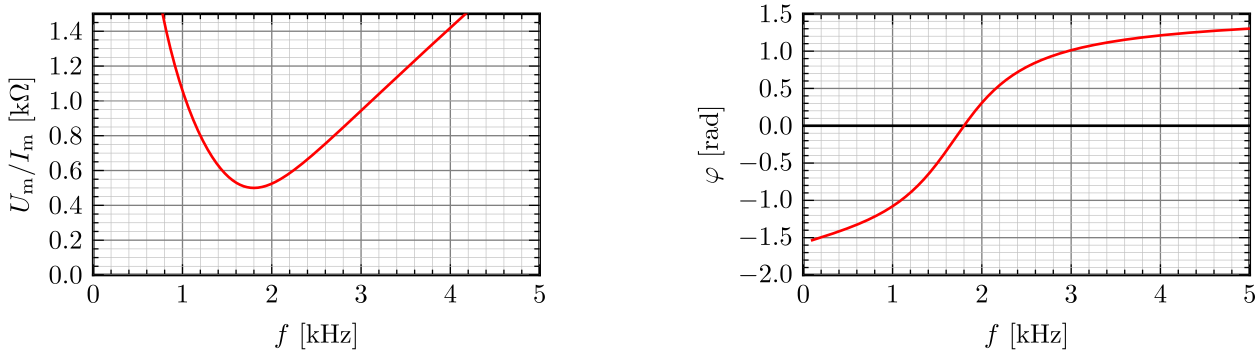


Figure 2 – Mesures d'amplitude et de déphasage.