



Optique géométrique

Exercice 1 : Détecteur de pluie sur un pare-brise



- ▷ Lois de Snell-Descartes ;
- ▷ Réflexion totale.

1 Un rayonnement infrarouge a l'avantage d'être invisible. Utiliser une longueur d'onde visible ferait un peu trop tuning ... et surtout risquerait de gêner la conduite, notamment des autres véhicules.

2 La somme des angles (non orientés) dans le triangle $H I J$ de la figure 1 est donnée par

$$\alpha + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \text{soit} \quad \alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \text{et} \quad \alpha + \pi - \theta_0 = \pi \quad \text{d'où} \quad \boxed{\theta_0 = \alpha}$$

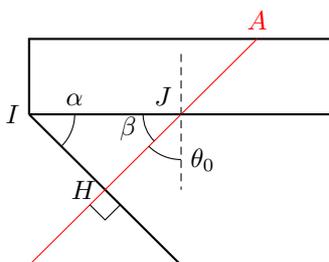


Figure 1 – Détermination de l'angle d'incidence à l'interface plexiglas verre.

Pour retrouver (ou se convaincre) que $\beta = \pi/2 - \theta_0$ on peut tester les cas limites $\theta_0 = 0$ et $\theta_0 = \pi/2$.

3 D'après la seconde loi de Descartes concernant la réfraction,

$$n_p \sin \theta_0 = n_v \sin \theta_1 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\theta_1 = \arcsin \left[\frac{n_p}{n_v} \sin \theta_0 \right] = 47,8^\circ .}$$

Pour tester la vraisemblance du résultat, on vérifie que $\theta_1 < \theta_0$ en accord avec le fait que le verre est un peu plus réfringent que le plexiglas.

On constate que la différence entre les deux angles est très faible : comme les indices sont très proches, il n'y a quasiment pas de réfraction.

4 Le verre étant plus réfringent que l'air ($n_v > n_a$), il peut y avoir réflexion totale à l'interface verre \rightarrow air. L'angle d'incidence limite θ_{lim} au delà duquel la réflexion totale a lieu est tel que

$$\theta_{\text{lim}} = \arcsin \frac{n_a}{n_v} = 40,2^\circ .$$

Or l'angle d'incidence du rayon dans le verre en A est égal à $\theta_0 > \theta_{\text{lim}}$. De plus, l'application successive de la loi de la réflexion en A puis en B (on néglige la réfraction à l'interface verre-plexiglas) indique que l'angle d'incidence en C est également θ_0 . Le résultat se généralise donc : **il y a réflexion totale à toutes les interfaces verre \rightarrow air.**

5 En présence de pluie, l'interface extérieure du pare-brise n'est plus verre \rightarrow air mais verre \rightarrow eau. Dans ce cas, l'angle limite donnant lieu à une réflexion totale vaut

$$\theta'_{\text{lim}} = \arcsin \frac{n_e}{n_v} = 59,1^\circ .$$

Cette fois, $\theta_0 < \theta'_{\text{lim}}$, **un rayon est donc transmis vers l'extérieur du pare-brise lorsqu'il est mouillé.**

6 On a raisonné jusqu'ici sur un seul rayon lumineux. En pratique, d'une part la DEL émet un pinceau lumineux, d'autre part celui-ci se réfléchit plusieurs fois sur la face extérieure du pare-brise. Cela permet de tester la présence d'eau sur une surface plus étendue du pare-brise. Plus l'intensité reçue par le photodétecteur est faible, plus il y a de « fuites » de lumière à cause de l'eau, et plus les essuies-glace doivent balayer rapidement.

Ne pas oublier que le rayon réfléchi existe toujours, même lorsqu'il y a réfraction. Le capteur reçoit donc toujours une intensité lumineuse non nulle.

Exercice 2 : Microscope optique

PT A 2017 | 💡 2 | ✂ 2



- ▷ Instrument d'optique ;
- ▷ Relations de conjugaison ;
- ▷ Construction de rayons.

1 Les rayons doivent être **proches de l'axe optique** et **peu inclinés** par rapport à l'axe optique.

2

soit

d'où

$$\begin{aligned} \overline{O_1O_2} &= \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2O_2} \\ \overline{F'_1F_2} &= \overline{O_1O_2} - \overline{O_1F'_1} - \overline{F_2O_2} \\ \Delta &= D_0 - f'_1 - f'_2 = 100 \text{ mm.} \end{aligned}$$

3 L'image intermédiaire est sur F_2 , donc $\overline{O_1A'} = \overline{O_1F_2} = f'_1 + \Delta$ et $\overline{O_1A} = -d$. D'après la relation de conjugaison

$$\frac{1}{f'_1 + \Delta} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_1 + \Delta} = \frac{\Delta}{f'_1(f'_1 + \Delta)}$$

et finalement

$$d = \frac{f'_1(f'_1 + \Delta)}{\Delta} = 5,25 \text{ mm.}$$

4 D'après la relation de grandissement,

$$\gamma_1 = \frac{f'_1 + \Delta}{-d} = -\frac{(f'_1 + \Delta) \times \Delta}{f'_1(f'_1 + \Delta)} \quad \text{soit} \quad \gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1} = -20.$$

5 Si l'image intermédiaire se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, alors l'image finale se forme à l'infini. Cela permet à un œil de **observer sans accommoder**, donc sans fatigue visuelle.

6 Voir figure 2. L'image finale est notée A_sB_s .

7 Notons $h = AB$ la hauteur de l'objet. En raisonnant sur la figure 3 dans l'approximation des petits angles, on constate que

$$\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{h}{D}.$$

En raisonnant cette fois sur la figure 2, on constate que

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{|A'B'|}{f'_2} = \frac{|\gamma_1 \overline{AB}|}{f'_2} = \frac{|\gamma_1| h}{f'_2}.$$

En combinant ces deux expressions,

$$G = \frac{|\gamma_1| h}{f'_2} \times \frac{D}{h} \quad \text{d'où} \quad G = -\frac{\gamma_1 D}{f'_2} = 333.$$

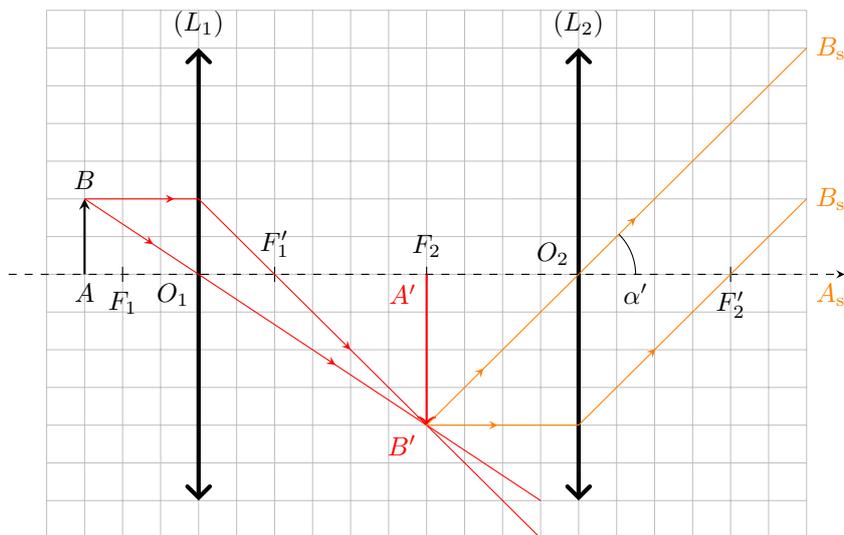
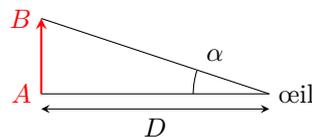


Figure 2 – Schéma du microscope.

Figure 3 – Définition de l'angle α .

Exercice 3 : Tripleur de focale de Barlow

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2



- ▷ Instrument d'optique ;
- ▷ Relations de conjugaison ;
- ▷ Construction de rayons.

1 La distance minimale entre la Terre et Jupiter est $D_{\min} = R_J - R_T = 6,3 \cdot 10^8$ km. En utilisant directement l'approximation des petits angles,

$$\alpha_0 = \frac{D_J}{D_{\min}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{°}.$$

2 Jupiter étant située à l'infini, son image par L_1 se forme dans le plan focal image. C'est donc là qu'il faut placer le capteur, à une distance $D_c = f_1' = 2550$ mm de L_1 . Comme Jupiter est vue sous un angle α_0 alors les rayons les plus extrêmes arrivent sur la lentille en formant un angle $\alpha_0/2$ avec l'axe optique. Ainsi, l'image de Jupiter a pour rayon

$$r = f_1' \tan \frac{\alpha_0}{2} = \frac{D_J f_1'}{2D_{\min}} = 0,28 \text{ mm}.$$

3 Voir figure 4. Se lancer à main levée n'est pas évident pour que les rayons convergent bien sur le capteur ... il faut donc *commencer* par tracer les rayons, *puis ensuite* placer le capteur sur la figure à l'endroit où se forme l'image.

4 L'objet pour L_2 est l'image de Jupiter par L_1 . On sait qu'elle se trouve dans le plan focal image de L_1 . Ainsi, en notant O_c le centre du capteur où se trouve l'image finale, la relation de grandissement donne

$$\frac{\overline{O_2 O_c}}{\overline{O_2 F_1'}} = 3 \quad \text{donc} \quad \overline{O_2 F_1'} = \frac{1}{3} \overline{O_2 O_c} \quad \text{soit} \quad \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F_1'} = \frac{1}{3} \overline{O_2 O_c}$$

Remplaçons les distances algébriques par les paramètres géométriques de la lunette, avec D_{12} la distance entre les centres optiques des deux lentilles,

$$-D_{12} + f_1' = \frac{d}{3} \quad \text{d'où} \quad D_{12} = f_1' - \frac{d}{3} = 2483 \text{ mm}.$$

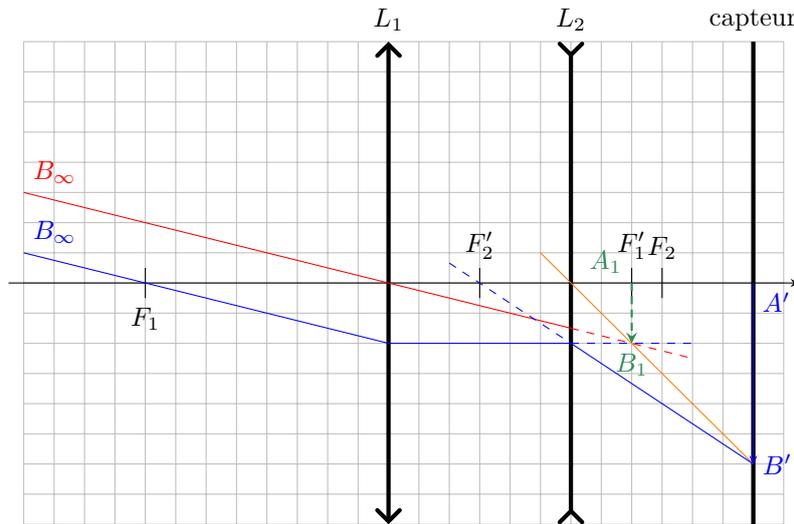


Figure 4 – Marche des rayons dans l'instrument.

La relation conjugaison de Descartes appliquée à L_2 donne ensuite

$$\frac{1}{O_2O_c} - \frac{1}{O_2F'_1} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{O_2O_c} - \frac{3}{O_2O_c} = \frac{1}{f'_2}$$

d'où

$$f'_2 = -\frac{d}{2} = -100 \text{ mm}.$$

La lentille est divergente, il est donc normal de trouver $f'_3 < 0$.

5 Comme démontré précédemment, la taille de l'image sur le capteur sans oculaire est directement proportionnelle à la distance focale image de l'objectif L_1 . L'oculaire de Barlow permet d'obtenir une image trois fois plus grande sur le capteur, ce qui nécessiterait de tripler la focale de la lentille objectif si on voulait l'utiliser seule. L'intérêt de l'oculaire est bien sûr un encombrement bien moindre.

Exercice 4 : Distance hyperfocale d'un appareil photo

oral banque PT | 💡 2 | ✂ 2 | 📏

- Relation de conjugaison ;
- Profondeur de champ.

1 Voir figure 5. La mise au point est à l'infini, l'image se forme donc dans le plan focal image de l'objectif, c'est là que doit être placé le capteur.

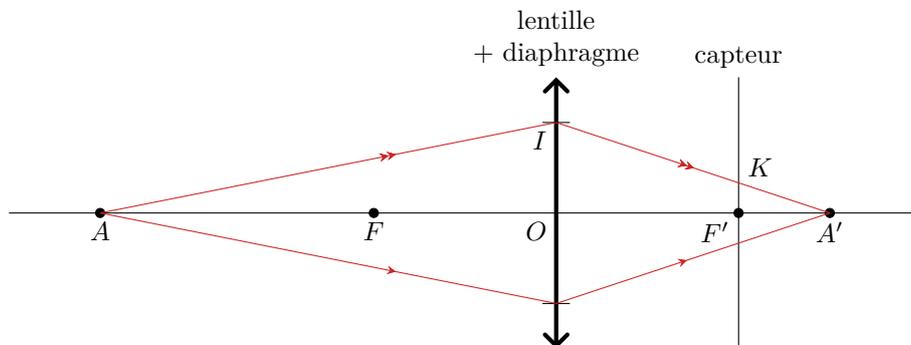


Figure 5 – Construction des rayons issus de A dans l'appareil photo.

2 Le plus simple est d'utiliser la relation de conjugaison avec origine au foyer,

$$\overline{FA} \overline{F'A'} = -f'^2 \quad \text{soit} \quad (f' - d) \Delta = -f'^2 \quad \text{donc} \quad \Delta = \frac{f'^2}{d - f'}$$

Sachant que $d \gg f'$, on peut approximer

$$\Delta \simeq \frac{f'^2}{d}.$$

Pour retrouver rapidement cette relation, la retenir sous la forme $\overline{FAF'A'} = \text{cte}$ indépendante du point A . Retrouver la valeur constante se fait en choisissant un point particulier, en l'occurrence le point O qui est son propre conjugué.

Le résultat peut aussi être établi à partir de la relation de conjugaison avec origine au centre optique, mais c'est un peu plus long :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{f' + \Delta} - \frac{1}{-d} = \frac{1}{f'} \quad \text{etc.}$$

3 La marche des rayons issus de A et passant par les extrémités du capteur est représentée figure 5. Ces deux rayons se rejoignent en A' , image de A par l'objectif. D'après le théorème de Thalès (ou en exprimant la tangente de l'angle d'inclinaison des rayons),

$$\frac{F'K}{OI} = \frac{F'A'}{OA'}$$

Ainsi, la hauteur $h = 2F'K$ de la tâche lumineuse sur le capteur est donnée par

$$h = 2 \times \frac{\Delta}{OA'} \times \frac{D}{2}.$$

De plus, avec la relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d} = \frac{d - f'}{f'd} \simeq \frac{1}{f'}.$$

On en conclut

$$h = \frac{f'^2}{d} \times \frac{1}{f'} \times D \quad \text{soit} \quad h = \frac{f'D}{d}.$$

4 Pour que l'image de A soit nette, il faut avoir

$$h \leq a \quad \text{soit} \quad d \geq \frac{f'D}{a} = 10 \text{ m}.$$