

Impédance complexe d'une bobine

Objectifs

- ▷ Élaborer un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF ;
- ▷ Visualiser un signal électrique à l'oscilloscope ;
- ▷ Gérer les contraintes liées à la liaison entre les masses ;
- ▷ Réaliser des mesures d'amplitude et de déphasage à l'oscilloscope ;
- ▷ Réaliser une régression linéaire ;
- ▷ Confronter des résultats expérimentaux à un modèle théorique.

Matériel :

- ▷ Une résistance variable (boîte à décade) ;
- ▷ Une bobine à noyau de fer doux ;
- ▷ Une plaquette de branchement ;
- ▷ Un générateur basse fréquence ;
- ▷ Un oscilloscope ;
- ▷ Fils et adaptateurs BNC.

L'objectif de ce TP est de mesurer expérimentalement l'impédance complexe \underline{Z} d'une bobine à noyau de fer doux, afin de proposer un modèle de plus en plus précis de son comportement.

Travail préparatoire

- ▷ Lire la totalité de l'énoncé du TP, et en particulier les trois documents regroupés en fin d'énoncé. Cette lecture doit vous permettre d'avoir les idées claires sur les objectifs du TP et les méthodes de mesure que vous utiliserez.
- ▷ Répondre aux trois questions théoriques indiquées par le symbole (♣).

I - Comment mesurer une impédance ?

La bobine étudiée est montée en série avec une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$. L'ensemble est alimenté par un générateur, qui délivre une tension harmonique d'amplitude de l'ordre de 5 V et de fréquence variable.

(♣) Indiquer les grandeurs électriques qu'il est nécessaire de mesurer pour déterminer totalement l'impédance complexe \underline{Z} à une pulsation donnée.

(♣) Indiquer sur un schéma du circuit les branchements de l'oscilloscope permettant d'accéder à ces grandeurs. On utilisera le mode MATH, qui peut notamment calculer la somme ou la différence entre les deux entrées.

II - Étude en basse fréquence

II.1 - Mesures

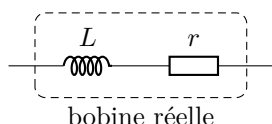
Mesurer l'impédance complexe de la bobine pour six à huit fréquences allant d'environ 10 Hz à environ 1 kHz. Prendre trois mesures supplémentaires entre 1 Hz et 10 Hz. Reporter les résultats dans Regressi.

Les mesures de tension peuvent être faites à l'aide des mesures automatiques de l'oscilloscope, mais les mesures de phase avec le mode mathématique sont peu robustes : les déphasages seront donc mesurés suivant la méthode du document 1.

II.2 - Premier modèle : bobine idéale

Le plus simple serait de modéliser la bobine par une bobine idéale, d'impédance complexe $\underline{Z}(\omega) = jL\omega$. Justifier que ce modèle n'est pas compatible avec les résultats expérimentaux concernant la phase.

II.3 - Second modèle : ajout d'une résistance interne



Une première amélioration au modèle consiste à prendre en compte une résistance r interne à la bobine, qui serait due à la résistance des fils du bobinage. Cette résistance est montée en série avec une bobine idéale d'inductance L .

Calculer $|\underline{Z}(\omega)|$ dans ce modèle. En déduire une régression linéaire qui permettrait de vérifier sa validité et d'estimer les valeurs de L et r . Réaliser la régression et conclure.

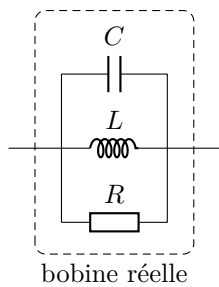
III - Étude en haute fréquence

III.1 - Mesures

Mesurer l'impédance complexe de la bobine pour une dizaine de fréquences allant de 500 Hz à 1 MHz. Compte tenu de la plage de fréquence à balayer, on utilisera une **échelle logarithmique** pour les fréquences, voir document 3, et on utilisera les touches **Range** du GBF pour modifier les fréquences rapidement.

Que penser de la compatibilité des modèles précédents avec ces nouvelles mesures ?

III.2 - Troisième modèle



Un modèle plus élaboré de bobine réelle est celui représenté ci-contre. Le condensateur décrit les effets capacitifs entre les différentes spires de la bobine : la capacité C est nommée « capacité interfilaire ». La résistance R modélise un effet physique appelé effet de peau, que vous étudierez en PT. L'inductance L de la bobine idéale est la même que celle déterminée en basse fréquence.

(♣) Montrer que dans ce modèle l'impédance complexe de la bobine réelle s'écrit

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{R}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = RC\omega_0 = R\sqrt{\frac{C}{L}} \end{cases}$$

En étudiant \underline{Z} dans la limite très haute fréquence ($\omega \gg \omega_0$), justifier que ce modèle peut être compatible avec la deuxième série de mesures.

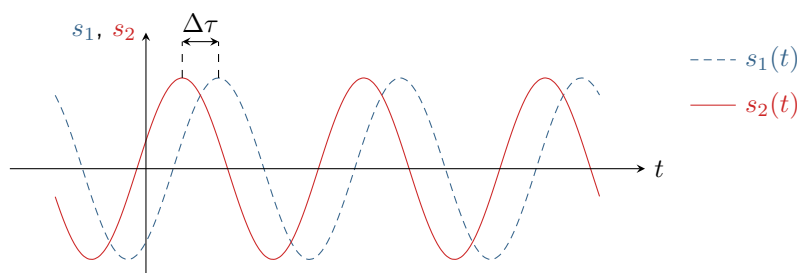
Montrer rapidement que $|\underline{Z}|$ passe par une valeur maximale pour $\omega = \omega_0$: la bobine est alors résonante. Pour déterminer expérimentalement la fréquence de résonance précisément, il est plus précis de s'intéresser au déphasage : expliquer.

Cette valeur particulière de déphasage est simple à repérer par la méthode de Lissajous, décrite dans le document 2. À partir de mesures faites à la résonance, estimer les valeurs manquantes de C et R .

Question subsidiaire : la résistance r du deuxième modèle n'apparaît pas ici. Qu'en penser ?

Document 1 : Mesure d'un déphasage quelconque à l'oscilloscope

Sur un chronogramme et à condition que le déphasage soit compris entre 0 et π alors le premier des deux signaux à atteindre son maximum est en avance de phase sur l'autre. Sur la figure ci-dessous, s_2 est en avance de phase sur s_1 (ou s_1 est en retard de phase sur s_2) donc $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$.



Le déphasage peut être mesuré à partir du décalage temporel $\Delta\tau$ entre les deux signaux. En effet, en notant f la fréquence des signaux, on peut montrer que (cf. chapitre O1 paragraphe II.3.c)

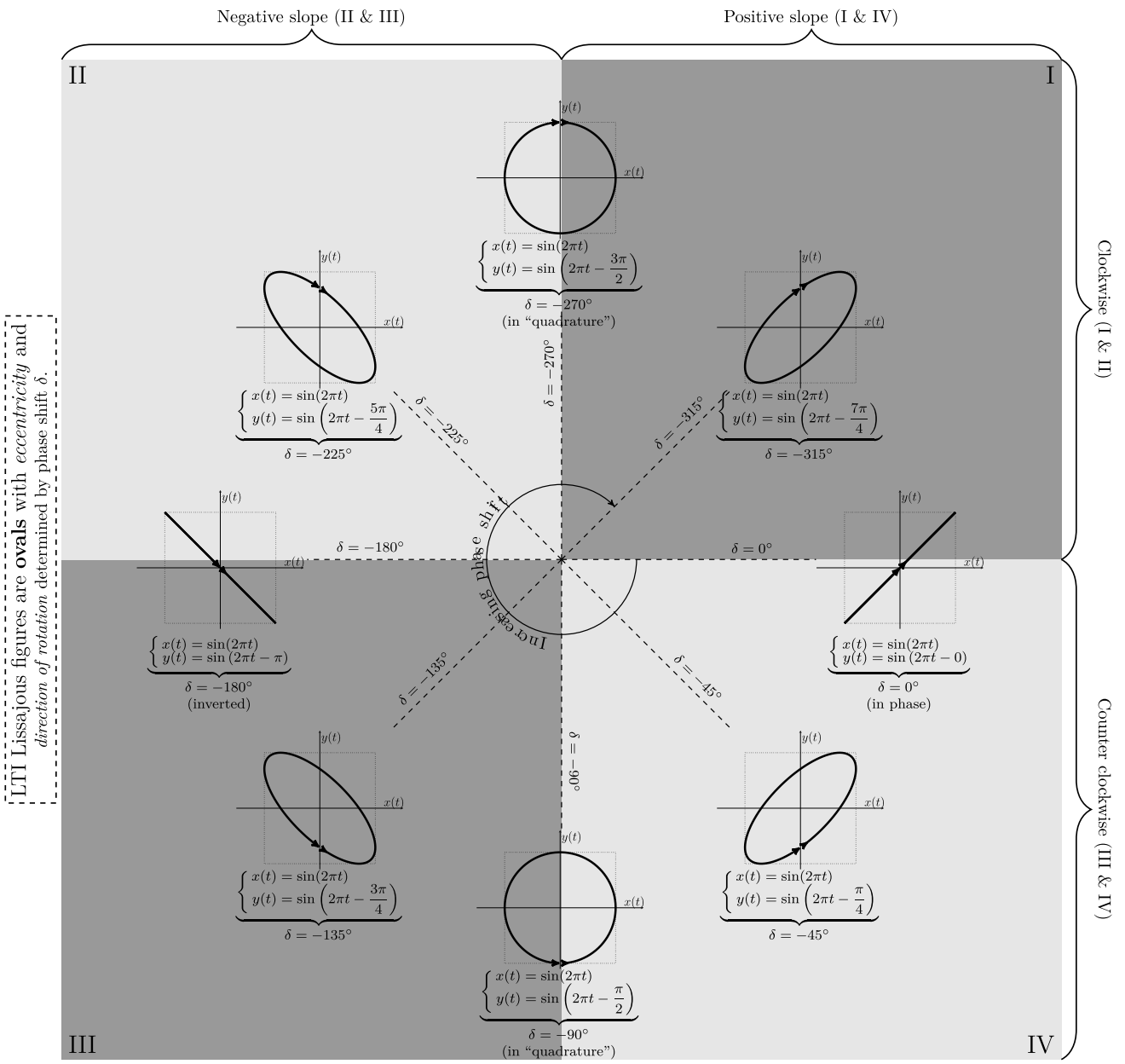
$$|\Delta\varphi| = 2\pi f \Delta\tau.$$

Dans ce cas, le signe du déphasage doit être ajouté « à la main » en observant les chronogrammes.

Document 2 : Repérage de valeurs particulières de déphasage, méthode de Lissajous

Une courbe de Lissajous est une représentation paramétrique d'une fonction sinusoïdale $y(t) = \sin(2\pi t + \delta)$ en fonction d'une autre fonction sinusoïdale $x(t) = \sin(2\pi t)$. Le temps t n'est alors plus l'abscisse des figures, mais un paramètre. Sur un oscilloscope, les courbes de Lissajous s'obtiennent en choisissant un affichage en mode XY.

Les courbes de Lissajous sont des ellipses dont l'excentricité (l'aplatissement), la direction du grand axe et le sens de parcours au cours du temps sont déterminés par le déphasage δ entre les deux fonctions. Elles prennent une forme particulièrement simple à identifier lorsque $\delta = 0, \pm\pi/2$ ou $\pm\pi$ puisqu'il s'agit alors de cercles ou de droites.



Adapté de Wikipedia.

Document 3 : Échelle logarithmique

Une échelle logarithmique consiste à graduer un axe X non pas de 1 en 1, mais de puissance de dix en puissance de dix. C'est dans ce cas $\log X$ qui est gradué « classiquement », d'où la dénomination. L'intérêt d'une échelle logarithmique est de représenter sur une même courbes des valeurs s'étalant sur plusieurs ordres de grandeur.



Pour obtenir des points régulièrement espacés en échelle logarithmique, ils ne doivent pas être régulièrement espacés en échelle linéaire. Une progression efficace consiste à choisir successivement

$$X = 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, \text{ etc.}$$