



Ondes ultrasonores

I - Caractérisation de l'émetteur et du récepteur

1 La résonance étant très étroite autour de 40 kHz, on ne travaille que sur un faible intervalle de fréquences. On observe plusieurs pics de résonance secondaires, voir figure 1, signe que le système est plus complexe qu'un simple ordre 2.

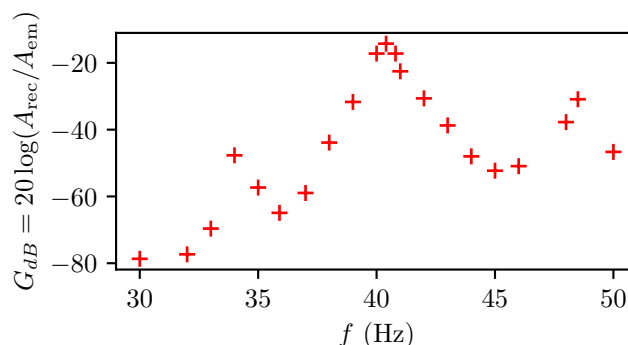


Figure 1 – Diagramme de Bode en gain du système émetteur-récepteur.

2 Il s'agit d'un filtrage de type passe-bande. Par repérage du maximum d'amplitude, on estime la fréquence de résonance à

$$f_0 = 40,4 \pm 0,2 \text{ kHz.}$$

On cherche ensuite les fréquences de coupure $f_{c\pm}$, telles que l'amplitude du signal reçu soit égale à sa valeur maximale divisée par $\sqrt{2}$. On en déduit la bande passante,

$$\Delta f = f_{c+} - f_{c-} \simeq 40,8 - 40,0 \simeq 0,8 \text{ kHz}$$

puis le facteur de qualité

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \simeq 50.$$

Le repérage des fréquences de coupure est peu précis (fluctuations de la valeur affichée par l'oscilloscope de l'ordre de 0,05 kHz), c'est pourquoi je ne donne pas d'incertitude sur Δf et Q .

3 Le signal reçu est quasi-sinusoidal à une fréquence de l'ordre de $3f \simeq 40 \text{ kHz} \simeq f_0$: seule l'harmonique de rang 3 se trouve dans la bande passante du filtre, c'est donc la seule que l'on observe en sortie. L'analyse spectrale du signal (mode FFT) le confirme, voir figure 2.

II - Propagation des ondes ultrasonores

4 Le déphasage entre les signaux émis et reçu évolue périodiquement, en raison de la périodicité spatiale de l'onde émise : entre deux positions successives où les signaux sont p.ex. en phase, le récepteur a été déplacé d'une longueur d'onde. L'amplitude diminue progressivement, ce qui peut être dû à un phénomène d'étalement dans l'espace ou d'absorption.

5 On déplace le récepteur sur dix passages en phase, donc dix longueurs d'onde. On mesure

$$10 \lambda = 8,7 \text{ cm} \quad u(10\lambda) = 0,2 \text{ cm} \quad (\text{incertitude de repérage})$$

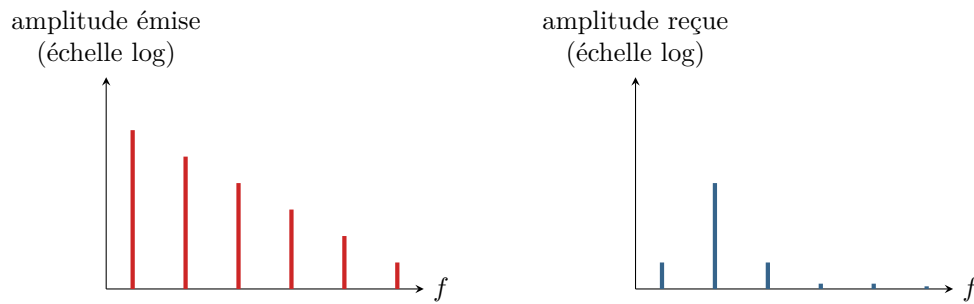


Figure 2 – Spectre des signaux émis et reçus. Allure qualitative des spectres observés à l’oscilloscope, le bruit de fond de basse amplitude n’est pas reproduit.

On en déduit

$$\lambda = 8,7 \pm 0,2 \text{ mm} .$$

Par la relation de dispersion,

$$c_{\text{exp}} = \lambda f_0 = 351 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Estimation de l’incertitude sur c_{exp} :

$$\frac{u(c_{\text{exp}})}{c_{\text{exp}}} = \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(f_0)}{f_0}\right)^2} = 2,3\% \quad \text{soit} \quad u(c_{\text{exp}}) = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} .$$

6 En laissant le thermomètre allumé suffisamment longtemps pour qu’il se stabilise, on mesure $T = 20,2^\circ\text{C}$ avec une incertitude $u(T) = 0,5^\circ\text{C}$. On en déduit

$$c_{\text{th}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = 343,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Estimation de l’incertitude sur c_{th} :

$$\frac{u(c_{\text{th}})}{c_{\text{th}}} = \frac{1}{2} \frac{u(T)}{T} = 0,09\% \quad (!!)$$

soit $u(c_{\text{th}}) = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

La très faible incertitude relative sur la température fait que la précision avec laquelle les constantes sont données dans l’énoncé est inhabituellement cruciale pour estimer $u(c_{\text{th}})$. Considérer $u(c_{\text{th}}) \simeq 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ serait plus cohérent avec les chiffres significatifs.

Comparaison entre valeur expérimentale et valeur théorique : on est en limite de recouvrement des intervalles d’incertitude définis par $c_{\text{exp}} \pm u(c_{\text{exp}})$ et $c_{\text{th}} \pm u(c_{\text{th}})$, **la théorie est donc compatible avec l’expérience.**

Les incertitudes n’ayant été estimées que qualitativement, ce ne sont pas des incertitudes-types au sens strict, si bien que la limite de 2 pour le z-score n’a plus vraiment de signification. On peut se contenter d’étudier le recouvrement des intervalles d’incertitude. Pour information, en prenant $u(c_{\text{th}}) = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ on trouve $z = 0,9 \dots$ à interpréter avec des pincettes !

7 Linéarisation dans l’hypothèse d’onde sphérique :

$$A(r) = \frac{A_0}{r} \quad \text{donc} \quad \frac{1}{A(r)} = \frac{r}{A_0} \quad (\text{droite de pente } 1/A_0)$$

Linéarisation dans l’hypothèse d’onde absorbée :

$$A(r) = A_0 e^{-r/a} \quad \text{donc} \quad \ln A(r) = \ln A_0 - \frac{r}{a} \quad (\text{droite de pente } a)$$

On mesure l’amplitude $A(r)$ de l’onde reçue pour différentes distances entre l’émetteur et le récepteur, puis on trace sur le même graphe $1/A(r)$ et $\ln A(r)$ en fonction de r . Pour pouvoir comparer le caractère rectiligne des courbes, on les normalise afin que leur valeur maximale vaille 1 dans les deux cas. À grande distance, les mesures deviennent peu significatives car elles sont très affectées par les réflexions sur la paillasse et les instruments présents autour du système émetteur-récepteur.

On constate sur la figure 3 qu’aucun des deux modèles n’est satisfaisant pour une distance entre l’émetteur et le récepteur inférieure à 5 cm, mais que les deux semblent pouvoir raisonnablement convenir au delà. Ainsi, les mesures réalisées **ne permettent pas d’arbitrer entre les deux modèles.**

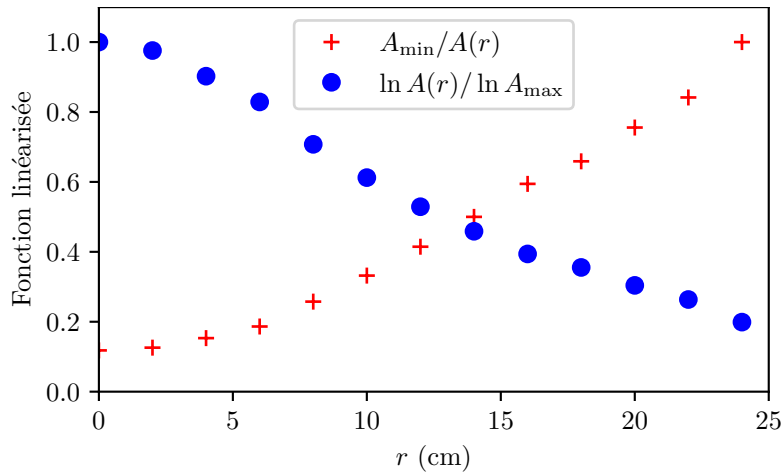


Figure 3 – Linéarisation de l’amplitude en fonction de la distance. On représente les deux fonctions linéarisées correspondant aux deux hypothèses. Pour pouvoir comparer le caractère rectiligne des courbes, je les ai normalisées pour que leur valeur maximale vaille 1 dans les deux cas.

En réalité, aucune des deux hypothèses n’est valable. L’onde n’est pas absorbée, mais elle n’est pas non plus sphérique. L’émetteur possède une directionnalité, et n’émet de manière significative qu’à l’intérieur d’un cône d’émission dont l’angle au sommet est non nul mais pas non plus égal à π . La dépendance en r se détermine par conservation de l’énergie dans le cône d’émission, mais il ne s’agit pas d’une simple relation en $1/r$.

III - Interférences

8 L’onde reçue est toujours sinusoïdale, mais son amplitude dépend fortement du point auquel l’émetteur est placé. Elle ne décroît pas de manière régulière avec la distance à l’axe du montage. Il y a **interférences** entre les ondes émises par les deux émetteurs.

9 Le dispositif est **analogue à des trous d’Young**, voir figure 4. La distance séparant deux maxima d’amplitude s’identifie à l’interfrange, qui serait constante et donnée dans cette analogie par

$$i = \frac{\lambda d}{a} \simeq \frac{0,87 \text{ cm} \times 37 \text{ cm}}{6,2 \text{ cm}} \simeq 5,2 \text{ cm}$$

Les valeurs sont celles du montage que j’ai réalisé, mais elles ne sont pas imposées par l’énoncé. Je les ai choisies de façon à observer suffisamment d’interférences pour un déplacement raisonnable du capteur, choisir a trop petit donne un interfrange très grand et peu commode pour les mesures. Ne pas hésiter à faire un calcul de pré-dimensionnement du montage au préalable !

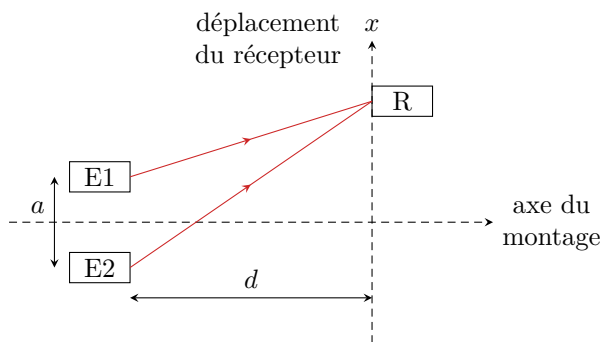


Figure 4 – Analogie entre système à deux émetteurs et trous d’Young.

10 Pour clarifier les choses, j’ai mesuré l’amplitude du signal reçu en fonction de la distance x par rapport à l’axe du montage, voir figure 5, là où répondre à la question sur l’interfrange n’aurait nécessité que de repérer les abscisses des minima et/ou maxima d’amplitude (ce qui aurait été plus rapide!).

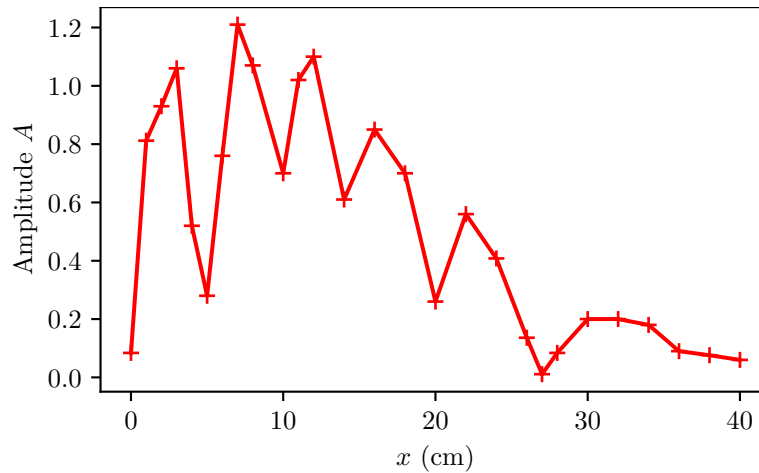


Figure 5 – Amplitude en fonction d'une distance orthogonale à l'axe du montage. Le point $x = 0$ correspond grossièrement à l'axe du montage, mais le repérage n'est pas évident donc peu précis. J'ai cherché à relever les positions de tous les minima et tous les maxima d'amplitude, et le cas échéant quelques points intermédiaires.

En premier lieu, on constate que le contraste des interférences est moyen, les interférences destructives se traduisent par une diminution d'amplitude significative mais pas par une annulation parfait. C'est probablement le signe que les amplitudes des deux ondes qui interfèrent sont différentes.

De plus, l'amplitude des maxima d'intensité (lieux d'interférences constructives) diminue lorsque l'on s'éloigne de l'axe du montage. Ceci est dû à la directivité de l'émetteur discutée ci-dessus.

Enfin, pour en venir à la question réellement posée, on constate que l'interfrange n'est pas constant, mais augmente lorsque x augmente. L'expression de l'interfrange des trous d'Young est valable à grande distance $d \gg a, x$, ce qui n'est pas le cas ici. Pour l'établir, il serait plus judicieux de raisonner sur l'angle d'inclinaison du récepteur par rapport à l'axe des sources ... auquel cas l'expression théorique coïnciderait mieux avec les observations. La figure 6 (obtenue sur une cuve à onde, mais la géométrie est tout à fait analogue) permet de mieux comprendre le phénomène.

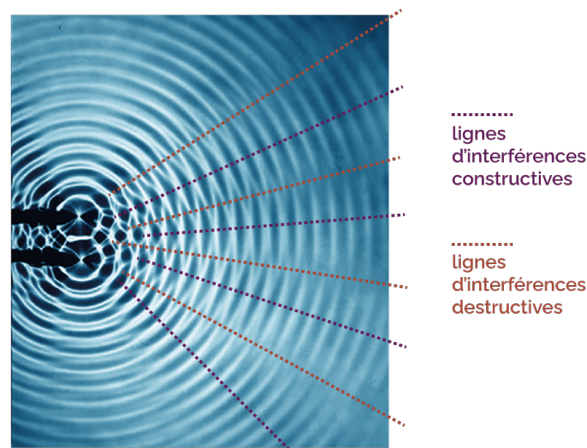


Figure 6 – Illustration du phénomène d'interférences. Dans notre cas, l'observation se fait dans un plan dont la coupe apparaîtrait « verticale » sur la figure.