TP oral 5 – Électronique

Mesures de fréquences

I - Amplification de signal

1 La fonction de transfert du montage est

$$\underline{H} = \frac{u_s}{u_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

on peut donc prendre $R_2 = 5\,\mathrm{k}\Omega$ et $R_1 = 100\,\Omega$.

II - Réponse impulsionnelle d'un diapason

2 Pulsation propre et facteur de qualité, $f = \dfrac{\omega_0}{2\pi}\sqrt{1 - \dfrac{1}{4Q^2}}$.

3 En ordre de grandeur, Q correspond au nombre d'oscillations visibles dans le régime transitoire, c'est-à-dire avant que le son du diapason ne disparaisse. Considérons que le son s'amortit en dix secondes à une fréquence de 440 Hz, soit une période de l'ordre de 2 ms. Alors

$$Q = \frac{10}{0{,}002} \simeq 5000\,.$$

Les mesures sont très qualitatives, car la durée d'amortissement dépend énormément de la force avec laquelle on frappe le diapason. Cependant, Q est clairement suffisamment élevé pour pouvoir approximer

$$\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \simeq \omega_0\,.$$

4 On mesure un nombre entier de périodes avec les curseurs, et on obtient les fréquences à environ 0,1 Hz près pour un Δf de quelques hertz. On a donc une incertitude sur Δf qui est d'environ 10 %, ce n'est pas très précis.

5 On acquiert le son sur une assez grande durée, et on étudie la décroissance de l'amplitude au cours du temps. En raisonnant sur une expression linéarisée pour se ramener à une droite,

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right) \qquad \text{donc} \qquad \ln\frac{A(t)}{A_0} = -\frac{\omega_0}{2Q}t\,.$$

On détermine Q à partir de la pente.

III - Battements

6 D'après le principe de superposition,

$$s(t) = A\cos(2\pi f t) + A\cos(2\pi(f+\Delta f)t) = 2A\underbrace{\cos\left(2\pi\frac{\Delta f}{2}t\right)}_{\text{battements}}\cos\left(2\pi\left(f + \frac{\Delta f}{2}\right)t\right)\,.$$

7 On trouve $T_\mathrm{b} = 2/\Delta f$ avec T_b de l'ordre de la seconde (dépend de la position exacte de la masse, c'est assez sensible).

8 La période des battements T_b peut être estimée avec une incertitude de quelques pourcents (il faut le faire quantitativement, mais là aussi ça dépend de la position de la masse, de l'acquisition, etc.). L'estimation de Δf est donc soumise à la même incertitude. Par rapport à la mesure précédente, celle-ci est nettement plus précise, mais par contre on ne gagne rien sur les valeurs de f et f' auxquelles cette méthode ne permet pas d'accéder.

IV - Mesure par multiplication avec un signal de référence

9 En mutlipliant les cosinus,

$$s(t) = kU_0V_0\cos(2\pi ft)\cos(2\pi f_0 t) = \frac{kU_0V_0}{2}\left[\cos(2\pi(f-f_0)t) + \cos(2\pi(f+f_0)t)\right]$$

10 Un filtre passe bas de fréquence de coupure très inférieure à $f + f_0$ convient. On peut p.ex. utiliser un filtre RC, et prendre une fréquence de coupure p.ex. de 15 Hz qui est réalisable avec $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 2\,\mathrm{\mu F}$.

11 On mesure indépendamment $f - f_0$ d'une part, $f' - f_0$ d'autre part, avec une très bonne précision, qui se retrouve également sur Δf.

V - Conclusion

12 La moralité du TP est qu'il n'est pas si simple de mesurer avec une bonne précision à la fois la valeur exacte d'une fréquence et celle d'un écart de fréquence. La méthode permettant d'avoir simultanément une valeur précise de ces deux grandeurs est loin d'être évidente !