

# Complément sur le théorème de localisation des interférences.

Étienne Thibierge<sup>1</sup>

19 décembre 2014

Ces notes récapitulent les raisonnements associés à la démonstration générale du théorème de localisation et à son application aux deux configurations d'un interféromètre de Michelson. L'accent est mis sur le contenu physique plutôt que sur les calculs, pour lesquels une référence bibliographique vous est fournie.

Rappelons qu'une figure d'interférences est dite **localisée** lorsqu'elle n'est observable que dans une fraction du champ d'interférence. Un tel phénomène n'apparaît qu'avec une **source étendue** : il s'agit d'une question de cohérence spatiale. Le théorème de localisation indique, pour un interféromètre donné, si les interférences peuvent être localisées et la méthode permettant de déterminer la zone de localisation.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Théorème de localisation</b>	<b>1</b>
1.1	Situation . . . . .	1
1.2	Critère de non-brouillage . . . . .	1
1.3	Théorème de localisation . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Application à l'interféromètre de Michelson</b>	<b>2</b>
2.1	Configuration lame d'air . . . . .	2
2.2	Configuration coin d'air . . . . .	3
<b>3</b>	<b>En leçon</b>	<b>3</b>

## 1 Théorème de localisation

### 1.1 Situation

Considérons un interféromètre tout à fait quelconque, éclairé par une source ponctuelle  $S$ , comme représenté figure 1. Les interférences sont observées en un point  $M$  de l'espace, et on note  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  les directions d'entrée dans l'interféromètre des deux rayons qui interfèrent en  $M$ . La différence de marche entre les deux voies s'écrit

$$\delta = \delta_{12}(S, M) = [SM]_1 - [SM]_2 \quad (1)$$

où il est rappelé qu'elle dépend a priori à la fois du point  $M$  où a lieu l'observation et du point  $S$  où est la source.

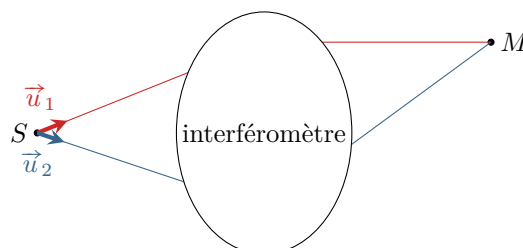


Fig. 1 – Schéma de principe de la situation.

### 1.2 Critère de non-brouillage

On cherche à établir un critère de non-brouillage des interférences sous l'effet de l'élargissement de la source. Rappelons qu'une source large classique est modélisée comme une assemblée de sources ponctuelles deux à deux incohérentes.

En pratique, trouver ce critère revient à chercher les points  $M$  du champ d'interférence pour lesquels la différence de marche  $\delta(S, M)$  ne dépend pas (ou presque pas) de la position de la source  $S$ . En ces points  $M$ , toutes les

1. [etienne.thibierge@ens-lyon.fr](mailto:etienne.thibierge@ens-lyon.fr) et <http://perso.ens-lyon.fr/etienne.thibierge>

sources élémentaires incohérentes donnent lieu à des interférences du même type qui ont donc un contraste parfait (ou presque).

Techniquement, on montre dans les références [1, éd. 2004 seulement, p. 79] et [2, p. 159] que pour deux points sources  $S$  et  $S'$ ,  $\delta_{12}(S, M) = \delta_{12}(S', M)$  si et seulement si

$$\boxed{\overrightarrow{SS'} \cdot (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) = 0} \quad (2)$$

Ce résultat est général au sens où il vaut pour n'importe quel interféromètre, mais il est issu d'un développement limité au premier ordre en  $[SS']/[SM]$ . A priori, tous les points  $M$  de l'espace ne permettent pas de vérifier ce critère. Les interférences sont alors localisées au voisinage des points  $M$  qui le permettent.

Analysons ce résultat. Il y a deux possibilités pour que le contraste des interférences soit préservé quand la source est élargie :

- ▷ ou bien l'élargissement se fait orthogonalement aux rayons qui interfèrent ;
- ▷ ou bien les rayons qui interfèrent vérifient  $\vec{u}_2 = \vec{u}_1$ , ce qui signifie qu'ils proviennent du même rayon incident.

La première possibilité est contraignante sur la source. En outre, elle concerne seulement  $\overrightarrow{SS'}$  et pas du tout le point d'observation : il n'y a donc pas d'effet de localisation des interférences dans ce cas. Cet aspect du critère de non-brouillage traduit l'observation d'interférences bien contrastées en éclairant des fentes d'Young non pas par un trou mais par une fente source parallèle aux fentes.

La seconde possibilité n'est pas contraignante sur la source mais sur l'interféromètre. En effet, il n'est pas possible de vérifier le critère  $\vec{u}_2 = \vec{u}_1$  avec un interféromètre à division de front d'onde. Seul un interféromètre à division d'amplitude le permet.

### 1.3 Théorème de localisation

Concrètement, il s'agit de reformuler l'interprétation que l'on vient de donner avec des mots différents.

Seuls les interféromètres à division d'amplitude peuvent donner lieu à l'observation d'interférences contrastées produites par une source arbitrairement large. Alors, ces interférences sont localisées au voisinage des points où les rayons qui interfèrent sont issus du même rayon entrant dans l'interféromètre.

Remarquer la modération du théorème : on parle de « pouvoir donner lieu ». Le critère de non-brouillage est en effet un résultat de premier ordre, mais rien ne dit que les ordres suivants sont toujours négligeables. Heureusement, c'est toujours le cas en pratique car on utilise des sources pas trop larges qui éclairent les interféromètres avec des incidences pas trop grandes.

## 2 Application à l'interféromètre de Michelson

Le théorème de localisation ne parle pas de l'interféromètre de Michelson, il faut l'appliquer dans le cas de cet interféromètre. En pratique, il faut considérer un rayon incident dans l'interféromètre et chercher où se coupent les deux rayons émergents, issus de ce rayon incident, et passés par chacun des bras du Michelson.

Grâce au stigmatisme supposé parfait du duo séparatrice-compensatrice et des miroirs, il est possible de raisonner directement sur la version dépliée de l'interféromètre.

### 2.1 Configuration lame d'air

Considérons un rayon arrivant sur la lame d'air avec un angle d'incidence  $i$ , comme représenté figure 2.

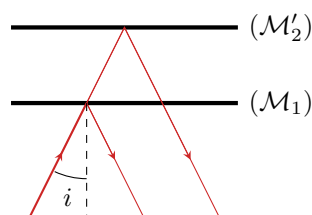


Fig. 2 – Schéma de principe de la configuration lame d'air.

Dans le cas représenté, les deux rayons émergents sont parallèles et se « coupent » donc à l'infini. Quelle que soit l'incidence  $i$ , « l'intersection » a toujours lieu à l'infini. On en conclut

Un interféromètre de Michelson réglé en configuration lame d'air et éclairé par une source étendue donne lieu à des interférences localisées à l'infini.

Ne pas oublier l'aspect « source étendue », indispensable pour qu'il y ait localisation : un Michelson éclairé par une source ponctuelle donne lieu à des interférences qui ne sont pas localisées.

## 2.2 Configuration coin d'air

Comme précédemment, considérons un unique rayon arrivant sur le coin d'air, et cherchons le lieu où se coupent les deux rayons émergents issus de ce rayon incident.

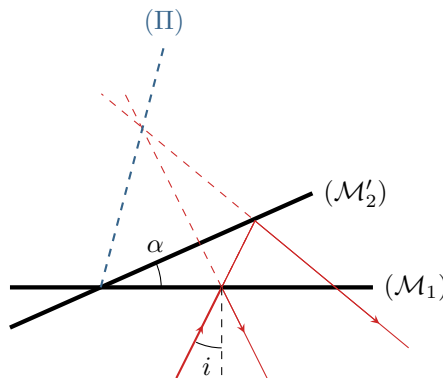


Fig. 3 – Schéma de principe de la configuration coin d'air.

Il s'avère que les rayons se coupent toujours dans le plan (II), représenté en bleu sur la figure 3, qui passe par l'arête du coin d'air et fait l'angle  $i$  avec  $(\mathcal{M}'_2)$ . Une démonstration géométrique est donnée dans la référence [2]. La référence [1] propose quant à elle une construction graphique du plan (II), sans doute plus intuitive. Elle repose sur la propriété que l'élargissement d'une source située à l'infini se traduit par un élargissement du nombre d'angles d'incidence sur les miroirs. La démarche proposée est de repérer les plans de l'espace d'éclairage maximal correspondant à chacun des angles, et de repérer ensuite le lieu où tous ces plans se coupent : c'est là que les interférences sont les mieux contrastées, et donc là qu'elles sont localisées.

Sur la figure, ce plan est très différent du fameux « plan des miroirs » : cela est dû au fait que les angles sont très exagérés pour que la figure soit lisible. En pratique,  $\alpha$  et  $i$  sont presque nuls et les plans  $(\mathcal{M}_1)$ ,  $(\mathcal{M}'_2)$  et (II) sont presque confondus.

Un interféromètre de Michelson réglé en configuration coin d'air et éclairé par une source étendue donne lieu à des interférences localisées sur le plan des miroirs.

Une nouvelle fois, attention à ne pas oublier l'aspect « source étendue », indispensable pour qu'il y ait localisation : un Michelson éclairé par une source ponctuelle donne lieu à des interférences qui ne sont pas localisées.

## 3 En leçon

À titre d'exemple, de façon purement indicative, qui n'engage que moi (et aussi un peu les membres du jury que j'avais en face), j'avais présenté le jour de l'oral dans le cadre de la leçon « Interféromètres à division d'amplitude »

- ▷ une démonstration du critère de non-brouillage (2), basée sur la référence [1] ... dans laquelle il y a une erreur de signe, facile à repérer mais qui peut être perturbante ;
- ▷ l'interprétation du critère de non-brouillage et l'énoncé du théorème de localisation plus ou moins comme ils sont donnés dans cette fiche ;
- ▷ l'application au Michelson en lame d'air simplement basée sur un tracé de rayons ;
- ▷ l'application au Michelson en coin d'air là aussi basée sur un tracé de rayons ;
- ▷ l'application au Fabry Perot toujours basée sur un tracé de rayon au moment où j'ai présenté l'appareil.

Le jury m'avait dit avoir beaucoup apprécié la partie sur le théorème de localisation.

Avant de réutiliser telles quelles ces suggestions, relisez bien le début du paragraphe !

## Bibliographie

- [1] Jean-Marie BRÉBEC et al. *Optique ondulatoire MP-PSI-PC-PT*. H-Prépa. Hachette, 2004.
- [2] Daniel MAURAS. *Optique physique et électronique*. Presses universitaires de France, 2001.