

Ondes électromagnétiques

Mesure de la concentration en CO₂ dans l'atmosphère

Le développement de modèles climatiques et l'actualisation de leurs prédictions nécessite des mesures précises de la fraction molaire en CO₂ présent dans l'atmosphère. Celle-ci est usuellement exprimée en parties par millions (ppm) dans l'air sec : une fraction molaire de 413 ppm indique par exemple qu'un million de molécules d'air privé de toute humidité contient en moyenne 413 molécules de CO₂.

Pour ce faire, un échantillon d'air est prélevé, de préférence en relative altitude et loin de toute perturbation humaine, puis refroidi pour condenser toute la vapeur d'eau, avant d'être analysé [1]. Le principe est celui de la spectrophotométrie : un faisceau laser de longueur d'onde 4,26 μm, à laquelle le spectre d'absorption du CO₂ présente un maximum, traverse un échantillon de longueur connue. Comparer les intensités lumineuses avant et après traversée de l'échantillon permet d'en déduire la concentration en CO₂, en nombre de molécules par m³ d'air. Les capteurs de CO₂ popularisés comme indicateurs de la qualité de l'air lors de la crise du COVID-19, fonctionnent sur le même principe, mais avec des exigences de précision bien moindre.

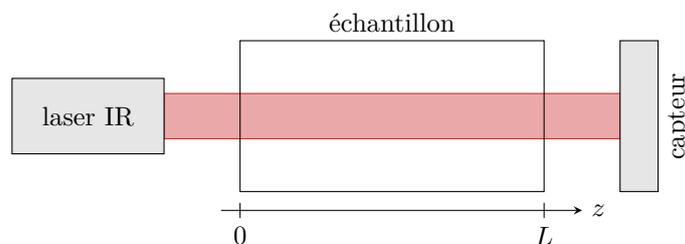


Figure 1 – Schéma de principe du dispositif de mesure de la fraction molaire en CO₂ dans l'atmosphère.

1 - On modélise le faisceau laser par un cylindre de section S au sein duquel se propage une onde plane progressive monochromatique de polarisation rectiligne selon \vec{e}_x . Écrire le champ électrique, le champ magnétique et le vecteur de Poynting de l'onde.

2 - Les capteurs utilisés sont sensibles à l'intensité du faisceau, définie comme une double moyenne spatiale et temporelle du vecteur de Poynting sur toute la section S du faisceau :

$$I = \left\langle \frac{1}{S} \iint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} \right\rangle.$$

Relier I à l'amplitude du champ électrique de l'onde.

3 - Chaque molécule de CO₂ se trouvant dans le faisceau absorbe en moyenne une puissance p proportionnelle à l'intensité : $p = \sigma I$, où σ est une constante tabulée appelée section efficace d'absorption, dépendant uniquement de la longueur d'onde. En raisonnant sur une tranche infinitésimale du faisceau, montrer que l'intensité vérifie l'équation différentielle

$$\frac{dI}{dz} + \sigma n I = 0,$$

où n est la densité volumique de CO₂, c'est-à-dire le nombre de molécules de CO₂ par unité de volume dans l'échantillon.

4 - On appelle absorbance de l'échantillon le rapport

$$A = \ln \frac{I(z=0)}{I(z=L)}.$$

Montrer que la connaissance de l'absorbance permet de remonter à n , nombre de molécules de CO₂ par unité de volume.

5 - En pratique, on procède à température et pression parfaitement contrôlées et par comparaison avec des échantillons étalons de concentration connues. Expliquer ces choix expérimentaux.

6 - La figure 2 représente l'évolution temporelle de la fraction molaire en CO₂ mesurée à l'observatoire situé au sommet du volcan de Mauna Loa, à Hawaï. Proposer une interprétation aux tendances observées.

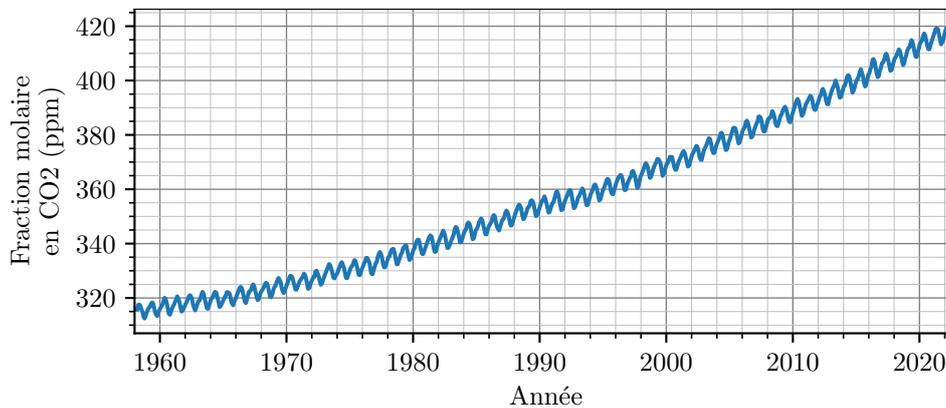


Figure 2 – Fraction molaire en CO₂ mesurée à l'observatoire de Mauna Loa. Les mesures représentées sont des moyennes mensuelles, librement accessibles sur le site du Global Monitoring Laboratory [2].

Éléments de correction

1 Le champ électrique de l'onde s'écrit

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x,$$

d'où on déduit le champ magnétique avec la relation de structure,

$$\vec{B}(z, t) = \vec{e}_z \wedge \frac{\vec{E}(z, t)}{c} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz) \vec{e}_y$$

et enfin le vecteur de Poynting

$$\vec{\Pi}(z, t) = \frac{\vec{E}(z, t) \wedge \vec{B}(z, t)}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kz) \vec{e}_z.$$

2 Raisonnons sur une section droite du faisceau de normale \vec{e}_z . Comme le vecteur de Poynting y est uniforme,

$$I = \left\langle \frac{1}{S} \times \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kz) S \right\rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \langle \cos^2(\omega t - kz) \rangle$$

soit

$$I = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}.$$

3 Procédons à un bilan d'énergie pour une tranche d'épaisseur dz . En moyenne temporelle, pendant dt , elle reçoit de l'énergie par rayonnement par sa face située en z , elle en cède par celle située en $z + dz$, et une partie de cette énergie est dissipée par absorption. Ainsi,

$$\langle dU_{em} \rangle = \mathcal{P}_{ray}(z) dt - \mathcal{P}_{ray}(z + dz) dt - \mathcal{P}_{abs} dt = 0.$$

La puissance rayonnée est reliée au flux du vecteur de Poynting, donc

$$\mathcal{P}_{ray}(z) = \left\langle \iint_{\text{face } z} \vec{\Pi}(z) \cdot d\vec{S} \right\rangle = S I(z) \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_{ray}(z + dz) = S I(z + dz).$$

La tranche contient $n S dz$ molécules de CO₂, qui absorbent donc en moyenne une puissance

$$\mathcal{P}_{abs} = n S dz p = \sigma n S dz I.$$

En remplaçant les différents termes, il vient

$$S(I(z) - I(z + dz)) - \sigma n S dz I = 0 \quad \text{soit} \quad -S \frac{dI}{dz} dz - \sigma n S dz I = 0$$

ce qui se met bien sous la forme cherchée

$$\frac{dI}{dz} + \sigma n I = 0.$$

4 Cette équation différentielle se résout en

$$I(z) = I_0 e^{-\sigma n z} \quad \text{avec} \quad I_0 = I(z=0)$$

ce qui permet d'exprimer l'absorbance,

$$A = \ln \frac{I_0}{I_0 e^{-\sigma n L}} = \sigma n L.$$

La longueur de l'échantillon L et la section efficace σ étant connues, l'absorbance est directement proportionnelle à la quantité n que l'on cherche à mesurer.

5 L'équation d'état des gaz parfaits indique que la concentration d'un gaz (nombre de molécules par unité de volume) dépend directement de la température et de la pression, qu'il faut donc parfaitement contrôler pour que les mesures soient fiables. Procéder par étalonnage plutôt que par une mesure absolue permet de s'affranchir de manière robuste de toutes les imperfections du dispositif : réflexions parasites, etc.

6 On constate évidemment une hausse quasi-linéaire (voire un début d'exponentielle ...) due aux émissions humaines de CO_2 par la combustion de charbon, pétrole, gaz, etc. Les oscillations saisonnières sont dues au cycle de la végétation : comme il y a nettement plus de terres émergées dans l'hémisphère Nord, la consommation de CO_2 par photosynthèse est maximale au printemps/été de cet hémisphère,

Bibliographie

- [1] Pieter TANS et Kirk THONING. *How we measure background CO2 levels on Mauna Loa*. Consulté en janvier 2023. Global Monitoring Laboratory, National Oceanic et Atmospheric Administration. URL : https://gml.noaa.gov/ccgg/about/co2_measurements.html.
- [2] *Trends in Atmospheric Carbon Dioxide*. Données en ligne consultées en janvier 2023. Global Monitoring Laboratory, National Oceanic et Atmospheric Administration. URL : <https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/data.html>.