



Circuits électriques linéaires

Onduleur pour centrale solaire autonome



Fournir aux populations des pays pauvres une électricité décarbonée est un enjeu majeur, à la croisée des problématiques climatiques et de développement. À ce titre, le solaire est parfaitement adapté à de nombreux pays d'Afrique. Ces pays disposant rarement d'un réseau électrique centralisé, il peut s'agir de bâtir un maillage de petites centrales solaires autonomes.

On s'intéresse à une centrale solaire inaugurée au Togo en 2019, constituée de trois ensembles de 200 panneaux solaires. Chaque panneau est un rectangle de 8×5 cellules photovoltaïques carrées de 16 cm de côté. L'ensemble peut produire une puissance crête de l'ordre d'une centaine de kW.

A - Puissance fournie par l'installation

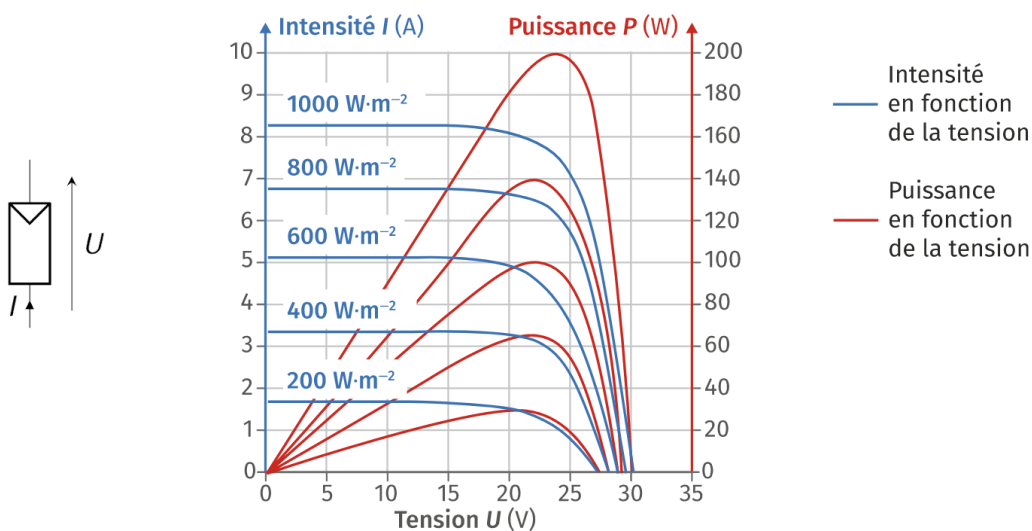


Figure 1 – Caractéristique d'un panneau solaire. Caractéristiques représentées en convention générateur pour différentes valeurs du flux solaire incident. Les courbes représentant l'intensité tendent vers une valeur constante à basse tension, alors que les courbes de puissance ont une allure « en cloche ». Version couleur sur le site de la classe.

- 1 - La caractéristique d'un panneau photovoltaïque est représentée figure 1. Décrire précisément mais succinctement un protocole expérimental permettant de mesurer l'une de ces caractéristiques. Schématiser le montage utilisé.
- 2 - Justifier qualitativement l'allure des courbes de puissance, et en particulier l'existence d'un maximum.
- 3 - Retrouver l'ordre de grandeur de la puissance produite par la centrale togolaise et estimer son rendement.

B - Transformation en courant alternatif : étude numérique dans le domaine temporel

Pour que l'énergie produite par la centrale puisse être consommée par les appareils électriques, il faut transformer la tension continue $E \simeq 30 \text{ V}$ supposée constante délivrée par un panneau en tension alternative $s(t)$ de fréquence $f_0 = 50 \text{ Hz}$ et de tension efficace $U_0 = 230 \text{ V}$. Cette transformation se décompose en trois étapes :

- ▷ tout d'abord, un onduleur de tension autonome positionné après les panneaux photovoltaïques transforme le signal continu E en un signal alternatif $u(t)$;
- ▷ pour que la tension de sortie soit la plus proche possible d'un signal sinusoïdal, une inductance de lissage L est insérée en sortie de l'onduleur ;
- ▷ une dernière étape, non étudiée ici, consiste à amplifier la tension $v(t)$ pour obtenir la tension $s(t)$ voulue.

Un onduleur est un convertisseur statique, utilisant une structure en pont à quatre interrupteurs commandés périodiquement et de manière indépendante. Sa structure est représentée figure 2. De manière très simplifiée, on modélisera le transformateur et le circuit qui le suit par une simple résistance R soumise à la tension v . L'association avec l'inductance de lissage forme donc une cellule R, L de tension d'entrée u et de sortie v .

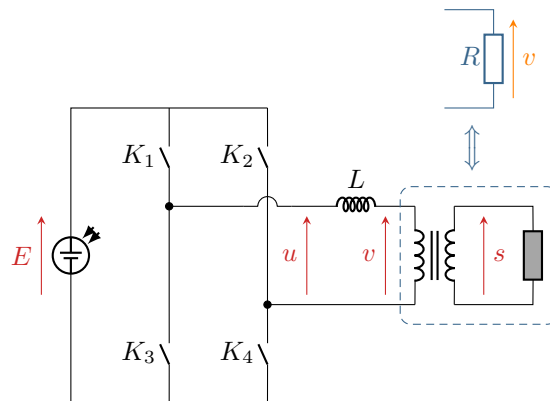


Figure 2 – Structure d'un onduleur autonome.

L'objectif des deux dernières parties est d'argumenter le choix de la valeur de l'inductance de lissage. Dans un premier temps, on réalise une étude numérique en s'appuyant sur le programme ci-dessous. La fonction `np.floor` appliquée à un flottant positif renvoie la partie entière de ce flottant : par exemple, `np.floor(7.8)` renvoie 7.0.

```

1  import numpy as np
3  E = 30      # en V
5  f0 = 50     # en Hz
6  T0 = 1/f    # en s

8  def commande_u(t):
9      """
10     Renvoie la valeur de la tension u à un instant t donné.
11     """
12     tr = t - np.floor(t/T0) * T0 # temps réduit
13     if tr < T0/3:
14         return E
15     elif tr >= T0/3 and tr < T0/2:
16         return 0
17     elif tr >= T0/2 and tr < 5*T0/6:
18         return -E
19     else:
20         return 0

23  def calcul_v(tau, lst_t):
24     """
25     Renvoie une liste contenant la valeur de v(t) pour
26     chaque instant t appartenant à la liste lst_t.
27     """
28
29     # à compléter

31     return v

```

4 - Justifier que, pour des raisons de sécurité, il ne faut pas que K_1 et K_3 soient fermés simultanément, et de même pour K_2 et K_4 .

5 - Montrer que la tension u peut prendre les valeurs 0, E et $-E$. Donner l'état ouvert/fermé des quatre interrupteurs pour chacune de ces valeurs.

6 - La fonction `commande_u` permet de calculer la valeur de la tension $u(t)$ à tout instant t . Que représente la variable « temps réduit » `tr`? Représenter la tension $u(t)$ sur deux périodes. Attention, l'objectif n'est pas d'utiliser `pyplot`

(même si vous pouvez le faire pour vérifier votre résultat) mais de comprendre ce que renvoie la fonction pour faire le tracé à la main.

7 - Établir la fonction de transfert harmonique $\underline{v}/\underline{u}$ de la cellule R, L . En déduire la relation différentielle entre les tensions $u(t)$ et $v(t)$. Identifier un temps caractéristique τ .

8 - En appliquant le schéma d'Euler explicite, établir une relation de récurrence permettant de calculer de proche en proche les valeurs $v_n = v(t_n)$ à un ensemble d'instants t_n séparés d'un pas de temps Δt .

9 - Compléter la fonction `calcul_v`, prenant en argument le temps caractéristique τ identifié précédemment et une liste d'instants `lst_t`. On supposera $v(t=0) = 0$.

Proposition de code vous permettant de tester votre fonction en reproduisant la courbe en traits pointillés oranges de la figure 3 (la fonction étant faite pour marcher dans un cadre plus général) :

```

1  ### Liste des temps :
2  T0 = 1/50          # période, en s
3  dt = T0/1000      # pas de temps
4  Nper = 100        # nbre de périodes
5  N = int(Nper*1000) # nbre de points
6  lst_t = [n*dt for n in range(N)]

8  tau = T0

10 v = # à vous de compléter

12 it_min = int(N - 5*T0/dt)
13 it_max = N

15 plt.figure()
16 plt.plot(lst_t[it_min:it_max], v[it_min:it_max])

```

Notez bien que cet extrait de code ne fait le tracé que pour une petite fraction des instants contenus dans `lst_t` (les cinq dernières périodes, en « ignorant » les 95 premières). Les courbes aux temps courts sont trop influencées par la condition initiale pour être pertinentes en vue d'étudier le régime établi, ce qui est notre but ici.

10 - La fonction `calcul_v` pour différentes valeurs de τ donne les allures représentées sur la figure 3. Quelle valeur de τ parmi celles représentées vous semble la plus adaptée pour le bon fonctionnement de l'onduleur ? Quel problème se pose si τ est trop petit ? s'il est trop grand ?

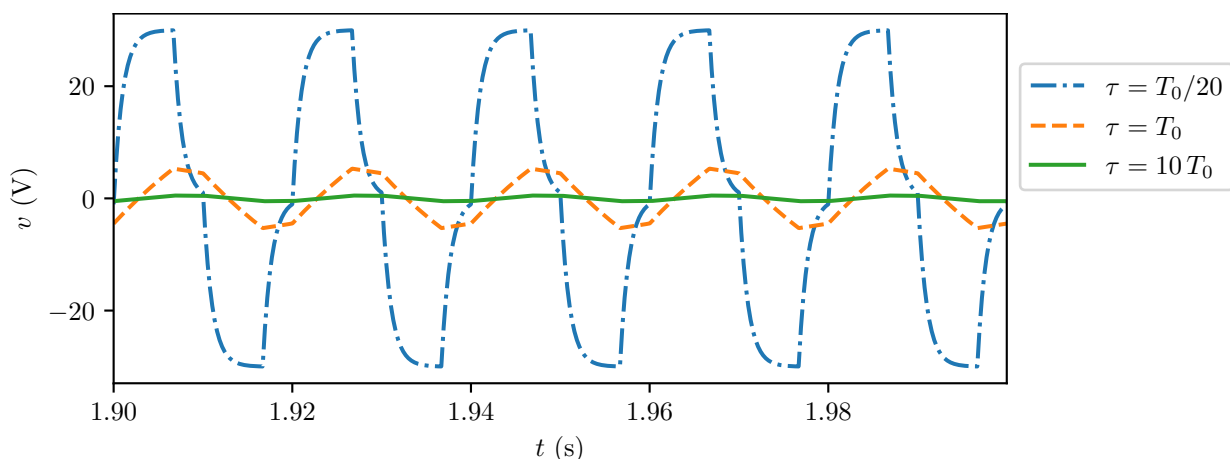


Figure 3 – Courbe $v(t)$ obtenue par résolution numérique. Version couleur sur le site de la classe.

C - Transformation en courant alternatif : interprétation fréquentielle

Cette dernière partie a pour but de comprendre le choix empirique de τ discuté à la partie précédente. On s'appuie pour cela sur un raisonnement fréquentiel, en analysant le rôle de la cellule R, L comme un filtrage de la tension u produisant la tension v .

11 - On rappelle que la fonction de transfert du filtre a été établie à la question 7. De quel type de filtre s'agit-il ? Comment le temps τ s'interprète-t-il dans ce contexte ? Tracer son diagramme de Bode en justifiant.

12 - La figure 4 donne quatre propositions de spectres pouvant correspondre à la tension $u(t)$ produite par l'onduleur. Laquelle de ces propositions est la bonne ? Justifier chaque proposition fautive.

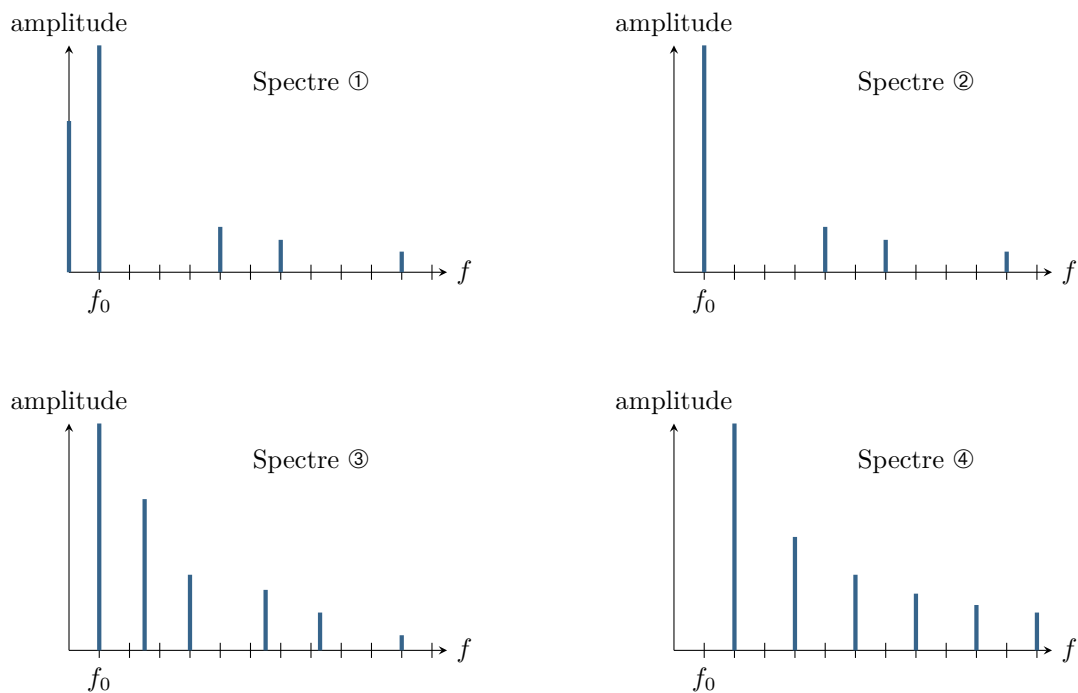


Figure 4 – Spectres à identifier pour le signal $u(t)$.

13 - Comment la cellule R, L doit-elle transformer le spectre de u pour le bon fonctionnement de l'installation ? Conclure qualitativement sur la valeur à donner à τ . Commenter en lien avec la partie précédente.

14 - Pour des appareils plus exigeants sur la pureté spectrale du signal de sortie, on inclut parfois un condensateur de lissage monté en série avec la bobine. Expliquer l'intérêt en raisonnant en termes de filtrage.

Éléments de correction

A - Puissance fournie par l'installation

1 Pour mesurer la caractéristique d'un dipôle, quel qu'il soit, il faut l'inclure dans un montage comprenant un générateur et une résistance, comme schématisé figure 5. La présence des deux permet de faire varier indépendamment le courant et la tension aux bornes du dipôle étudié. Faisant varier la tension du générateur (et la résistance si nécessaire), on obtient la caractéristique point à point. Pour obtenir l'ensemble des caractéristiques, il faut reproduire l'expérience en plaçant le panneau photovoltaïque sous une lampe produisant un éclairage contrôlé.

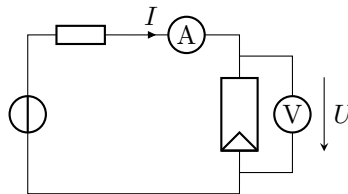


Figure 5 – Schéma de mesure d'une caractéristique.

2 La puissance fournie par le panneau solaire orienté en convention générateur est égal au produit $U \times I$. Par conséquent :

- ▷ à basse tension, $I \simeq \text{cte}$ donc la puissance **augmente linéairement** en partant d'une valeur nulle ;
- ▷ à haute tension, l'intensité **s'annule** et donc la puissance délivrée aussi ;
- ▷ entre les deux, U et I sont toujours positifs et continus, il y a donc forcément **passage par un maximum** (c'est le théorème de Rolle!)

3 En supposant l'éclairage optimal au Togo, c'est-à-dire de $1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, un panneau solaire fournit une puissance $\mathcal{P}_{\text{élec}} = 200 \text{ W}$ au maximum, d'après la figure de l'énoncé. La centrale comptant 600 panneaux, la puissance maximale produite vaut donc $\mathcal{P}_{\text{tot}} = 120 \text{ kW}$, ce qui est bien l'ordre de grandeur indiqué. La surface d'un panneau solaire vaut

$$S = \underbrace{8 \times 5}_{\text{nb cell/panneau}} \times \underbrace{0,16^2}_{\text{surf cell}} = 1,0 \text{ m}^2.$$

La puissance reçue par un panneau est donc $1,0 \text{ kW}$, ce qui fait un rendement

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_{\text{élec}}}{\mathcal{P}_{\text{solaire}}} = \frac{0,2}{1,0} \simeq 0,2.$$

B - Transformation en courant alternatif : étude numérique dans le domaine temporel

4 Si K_1 et K_3 sont fermés simultanément, et de même pour K_2 et K_4 , alors le panneau solaire est court-circuité (la tension à ses bornes est nulle), ce qui pourrait risquer de l'endommager ... bien qu'en réalité le risque soit faible pour un panneau solaire.

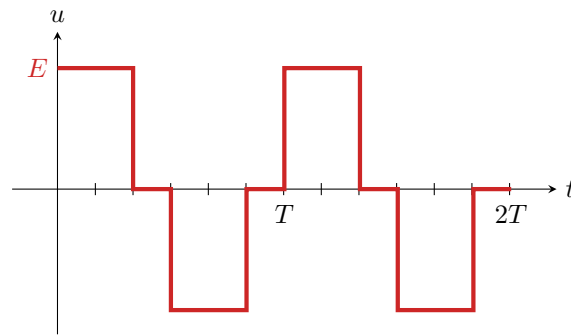
5 Notons A le nœud de sortie de l'onduleur se trouvant dans la branche de K_1 et K_3 , et B le nœud se trouvant dans la branche K_2 et K_4 . On suppose que les deux bornes du module photovoltaïque se trouvent aux potentiels 0 et E . Ainsi, fermer les interrupteurs permet d'imposer le potentiel des nœuds A et B .

- ▷ si K_1 et K_4 sont fermés, alors $V_A = E$, $V_B = 0$ donc $u = V_A - V_B = E$;
- ▷ si K_1 et K_2 sont fermés, alors $V_A = V_B = E$ donc $u = 0$... et de même si ce sont K_3 et K_4 qui sont fermés, puisque alors $V_A = V_B = 0$;
- ▷ si K_2 et K_3 sont fermés, alors $V_A = 0$ et $V_B = E$, donc $u = -E$.

6 La variable temps réduit τ représente le temps qui s'est écoulé depuis le dernier changement de période, ou autrement dit l'instant t' en ayant redéfini l'origine des temps $t' = 0$ au dernier changement de période, ou encore $t[T]$ en utilisant l'opérateur modulo. Cela permet de construire un signal périodique. La courbe de $u(t)$ est représentée figure 6.

7 Par un pont diviseur de tension,

$$\frac{v}{u} = \frac{R}{R + jL\omega} \quad \text{soit} \quad \boxed{\underline{H} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}}}$$

Figure 6 – Allure de la tension $u(t)$.

Par un produit en croix,

$$\left(1 + j\omega \frac{L}{R}\right) \underline{v} = \underline{u}$$

soit en revenant dans le domaine temporel

$$v + \frac{L}{R} \frac{dv}{dt} = u$$

ou encore

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = \frac{u}{\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R}.$$

8 Raisonnons entre les deux instants t_n et t_{n+1} . Avec le schéma d'Euler explicite,

$$\frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau} v_n = \frac{1}{\tau} u(t_n)$$

ce qui s'écrit également

$$v_{n+1} = v_n + \frac{\Delta t}{\tau} (u(t_n) - v_n).$$

9 Les choses sont posées un peu différemment par rapport au cours et à la fiche outil : ici, ni la valeur du pas de temps ni le nombre de pas de temps ne sont connus directement, mais ils sont « cachés » dans la liste `lst_t`. Il faut donc commencer par les déterminer. En outre, la valeur $u(t_n)$ doit être calculée en utilisant la fonction `commande_u`. Enfin, attention à la portée du `range` dans la boucle `for` : le dernier élément des listes a pour indice N , il faut donc s'arrêter à $n = N - 1$ pour le dernier calcul de $v_{n+1} = v_N$. On peut donc proposer le code suivant :

```

1  def calcul_v(tau, lst_t):
2      """
3      Renvoie une liste contenant la valeur de v(t) pour
4      chaque instant appartenant à la liste lst_t.
5      """
6      ### Pas de temps :
7      N = len(lst_t) # nbre pas de temps
8      dt = lst_t[1] - lst_t[0] # pas de temps supposé constant
9
10     ### Initialisation :
11     v = [None for n in range(N)]
12     v[0] = 0
13
14     ### Récurrence :
15     for n in range(N-1):
16         v[n+1] = v[n] + dt/tau * (commande_u(lst_t[n]) - v[n])
17
18     return v

```

10 Pour $\tau \ll T_0$, on constate que la tension $v(t)$ s'écarte beaucoup de la sinusoïde espérée. À l'inverse, pour $\tau \gg T_0$, la tension $v(t)$ semble bien sinusoïdale, mais elle est d'amplitude très faible. Par conséquent, au vu de ces courbes, la meilleure valeur possible pour τ semblerait donc être $\tau \simeq T_0$.

C - Transformation en courant alternatif : interprétation fréquentielle

11 • **Nature du filtre** : La fonction de transfert du filtre s'écrit

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

On reconnaît la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre de pulsation de coupure $\omega_c = 1/\tau$.

• **Diagramme de Bode** : dans la limite basse fréquence,

$$\underline{H} \sim \frac{1}{1} \quad \text{donc} \quad G_{dB} = 20 \log 1 = 0.$$

Dans la limite haute fréquence,

$$\underline{H} \sim \frac{1}{j\omega\tau} \quad \text{donc} \quad G_{dB} = 20 \log \left| \frac{1}{j\omega\tau} \right| = -20 \log(\omega\tau)$$

ce qui donne une pente de -20 dB/décade.

12 La tension u est une tension de période T_0 , donc de fréquence f_0 et de moyenne nulle : son spectre ne contient donc que des fréquences multiples de f_0 , sans composante continue.

- ▷ Il y a une composante continue (fréquence nulle) dans le spectre ①, qui ne peut donc pas convenir ;
- ▷ Les fréquences présentes dans le spectre ③ ne sont pas toutes des multiples de f_0 , ce qui ne peut pas convenir ;
- ▷ Les fréquences présentes dans le spectre ④ sont des multiples de $2f_0$, ce qui signifie que le signal correspondant a une période $T_0/2$, ce qui ne convient pas non plus.

Par conséquent, c'est forcément le **spectre ②** qui correspond au spectre de la tension u .

13 Pour que la tension v soit la plus sinusoïdale possible, il faut que le filtre conserve le fondamental de fréquence f_0 mais coupe autant que possible les harmoniques d'ordre supérieur, dont la première a pour fréquence $5f_0$. Il faut donc choisir

$$f_0 \lesssim f_c \ll 5f_0 \quad \text{soit} \quad f_0 \lesssim \frac{1}{2\pi\tau} \ll 5f_0 \quad \text{d'où} \quad \frac{T_0}{10\pi} \ll \tau \lesssim \frac{T_0}{2\pi}.$$

On constate donc que choisir $\tau \simeq T_0$ comme deviné dans la partie précédente peut constituer un bon choix.

14 Un circuit RLC série forme un filtre passe-bande, avec l'intérêt que la fréquence centrale peut être d'amplitude très supérieure aux autres si le facteur de qualité est suffisamment élevé (filtre très résonant). Ce faisant, les harmoniques d'ordre supérieur sont très atténuées en sortie du filtre, bien davantage qu'avec un passe-bas, comme représenté figure 7.

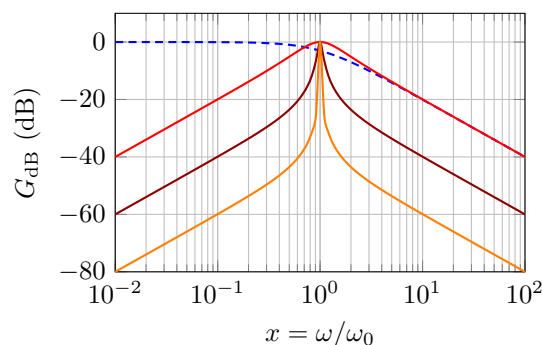


Figure 7 – Diagramme de Bode d'un filtre passe-bande. Tracés pour un facteur de qualité valant respectivement 1, 10 et 100. Le diagramme de Bode du passe-bas est représenté en pontillés pour comparaison, et se superpose au passe-bande $Q = 1$ sur la droite de la figure.