

Semaine 3 : du 28 septembre au 2 octobre

La colle commence par une application de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.

Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler tout lien manquant ou défectueux.

Au programme

Chapitre E2 : Transitoires du premier ordre

- ▷ Condensateur, charge q_C , loi de comportement courant-tension, équivalent en régime permanent, travail électrique reçu et énergie stockée, continuité de u_C ;
- ▷ Bobine, loi de comportement courant-tension, équivalent en régime permanent, travail électrique reçu et énergie stockée, continuité de i ;
- ▷ Forçage vs. réponse, régime transitoire vs. établi, régime permanent, identification sur des chronogrammes ;
- ▷ Recherche d'un temps caractéristique par analyse dimensionnelle ;
- ▷ Méthode pour établir une équation différentielle électrique, dérivation éventuelle de l'équation de travail ;
- ▷ Forme canonique du premier ordre, méthode de résolution, tests de vraisemblance sur le résultat ;
- ▷ Méthode de recherche d'une condition initiale, discontinuité éventuelle ;
- ▷ Allure de la solution, détermination graphique de τ (tangente à l'origine ou temps de réponse à 63 %) ;
- ▷ Temps de réponse à $x\%$ (expression générale à savoir retrouver mais pas par cœur) ;
- ▷ Interprétations qualitatives : τ donne l'ordre de grandeur de la durée du transitoire, la solution particulière décrit le régime établi, la solution homogène décrit la dynamique du régime transitoire ;
- ▷ Bilans de puissance et d'énergie, rendement énergétique de la charge d'un condensateur ;
- ▷ Résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre par le schéma d'Euler explicite, implémentation avec des listes ;
- ▷ Exemples traités (cours ou TD) : tension u_C et intensité dans le circuit RC, intensité dans le circuit RL, plusieurs circuits à deux mailles avec une bobine ou un condensateur.
- ✖ Les analyses dimensionnelles sont menées avec les unités de base du Système International. J'introduirai les notations symboliques M, L, T , etc, plus tard dans l'année.
- ✖ On ne cherchera pas de technicité sur la méthode d'Euler au delà de l'implémentation vue en cours : nous y reviendrons plusieurs fois cette année.

Chapitre M1 : Lois de Newton

🔥🔥🔥 **Attention !** Les exercices seront traités lundi matin, merci de rester (très) proche des exemples de cours en début de semaine : chute libre avec et sans frottement.

- ▷ Modèle du point matériel ;
- ▷ Référentiels galiléens, référentiels usuels et validité de l'approximation galiléenne ;
- ▷ Vecteurs position, vitesse et accélération en repérage cartésien ;
- ▷ Classification des forces : interactions fondamentales, forces décrites par une loi de force phénoménologique, forces de contact ou de liaison qui dépendent des autres forces ;
- ▷ Plan d'étude d'un problème de mécanique, incluant une discussion sur le choix d'un repère judicieux ;
- ▷ Chute libre sans frottement : lois horaires, trajectoire, portée et flèche ;
- ▷ Méthode d'intégration par séparation des variables ;
- ▷ Poussée d'Archimède et force de traînée (l'expression générale n'est pas à connaître, mais l'existence des cas limites $f \propto v$ ou v^2 doit être connue) ;

- ▷ Chute verticale avec traînée quadratique : équation du mouvement non-linéaire, détermination de la vitesse limite (compensation des forces ou solution constante de l'équation du mouvement) et du temps caractéristique (analyse dimensionnelle);
- ▷ Adimensionnalisation d'une équation différentielle, identification de grandeurs caractéristiques;
- ▷ Résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre par le schéma d'Euler explicite, implémentation avec des listes.
- ✖ Seuls des mouvements en coordonnées cartésiennes ont été étudiés pour le moment. Les coordonnées polaires feront l'objet d'un prochain chapitre.
- ✖ Les lois de Coulomb du frottement ne sont pas au programme de MPSI. La loi en cas de glissement a été utilisée en TD mais n'est pas à mémoriser. La loi en cas d'adhérence (inégalité) n'a pas été vue du tout.
- ✖ Aucun ressort pour le moment.

Applications de cours

Ces applications de cours sont des « briques élémentaires » des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.

Le travail demandé consiste à se les approprier, afin d'être capable de les réinvestir dans un sujet d'écrit ou d'oral. Je n'attends pas des étudiants un apprentissage par cœur, mais j'attends qu'ils les aient travaillées suffisamment pour les mener à bien en autonomie, c'est-à-dire savoir refaire seul les raisonnements, sans aide de l'interrogateur.

E2.1 - En raisonnant par analyse dimensionnelle, établir l'expression du temps caractéristique τ d'un circuit RC ou RL, au choix de l'interrogateur. On supposera que τ peut a priori dépendre des composants et de l'amplitude E de l'échelon de tension imposé.

E2.2 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par l'intensité dans un circuit RC série soumis à un échelon de tension $0 \rightarrow E$ à l'instant initial. Représenter l'allure de la courbe $i(t)$.

E2.3 - Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par l'intensité dans un circuit RL série alimenté par un générateur de fém constante E après fermeture de l'interrupteur à l'instant initial. Représenter l'allure de la courbe $i(t)$.

E2.4 - La tension aux bornes du condensateur d'un circuit RC série soumis à un échelon de tension a pour expression

$$u_C(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau} \right).$$

Procéder au bilan énergétique : calculer de manière séparée le travail électrique total fourni par le générateur, l'énergie reçue par le condensateur et l'énergie dissipée dans la résistance. Calculer le rendement énergétique. Commenter.

E2.5 - Écrire un code Python permettant de résoudre par la méthode d'Euler explicite l'équation différentielle

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{e(t)}{\tau}.$$

- ▷ Avant toute écriture de code, on commencera par établir la relation de récurrence pertinente.
- ▷ Les paramètres τ , Δt (pas de temps) et N (nombre de pas de temps) seront considérés comme des variables globales **déjà définies**, et on supposera disposer d'une fonction $e(t)$ **déjà définie** de manière adéquate.
- ▷ L'étudiant devra construire correctement (initialisation comprise) les listes t et u .

M1.1 - Établir l'équation du mouvement d'une chute libre, et la résoudre pour établir les lois horaires $(x(t), z(t))$. **Les intégrations seront menées par séparation de variables.**

M1.2 - Les équations horaires d'un mouvement de chute libre sont données par

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

En déduire l'équation de la trajectoire, la portée et la flèche du tir.

M1.3 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v d'un parachutiste chutant à la verticale dans l'air, en considérant une force de frottement quadratique. Adimensionner l'équation différentielle pour identifier la vitesse limite v_∞ et le temps caractéristique τ nécessaire pour atteindre cette vitesse.

M1.4 - Écrire un code Python permettant de résoudre par la méthode d'Euler explicite l'équation différentielle adimensionnée

$$\frac{dv}{dt} + v^2 = 1 \quad \text{avec} \quad v(0) = 0.$$

Écrire le code permettant de représenter la solution obtenue.

- Avant toute écriture de code, on commencera par établir la relation de récurrence pertinente.
- L'étudiant devra définir les paramètres de la simulation (pas de temps et durée totale adimensionnés), et construire correctement les listes t et v .

À quoi s'attendre pour les programmes suivants ?

- Chapitre O1 : Lentilles ;
- Chapitre C1 : Cinétique chimique.