

# Semaine 17 : du 19 au 23 janvier

---

*La colle commence par une application de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.*

*Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler tout lien manquant ou défectueux.*

---

## Au programme

---

### Chapitre E4+M5 : Résonance

Applications de cours et exercices.

- ▷ Déphasage, vocabulaire associé, détermination à partir d'un chronogramme ;
- ▷ Représentation complexe d'un signal sinusoïdal ; propriétés de linéarité et de dérivation/intégration ; sens physique du module et de l'argument ;
- ▷ Impédance et admittance complexes ; impédances et admittances équivalentes ; ponts diviseurs ;
- ▷ Exemples du RLC série et de l'oscillateur masse-ressort horizontal amorti ;
- ▷ Phénoménologie des deux types de résonance ; éventuelle condition de résonance selon la valeur de  $Q$  ;
- ▷ Tracé qualitatif des courbes d'amplitude et de phase par l'étude des limites haute et basse fréquence et à la pulsation propre ;
- ▷ Acuité de la résonance ; définition de la bande passante ; calcul pour la résonance en courant.
- ✖ Les étudiants doivent connaître les deux allures possibles pour la courbe d'amplitude et savoir les interpréter/les retrouver efficacement, en revanche l'étude systématique de la courbe de phase (existence de points d'inflexion en fonction de  $Q$ ) n'a pas été faite et on sera moins exigeant pour son tracé.
- ✖ Tous les tracés se font en échelle linéaire autour de  $\omega_0$ , pas encore d'échelle logarithmique.
- ✖ La notion de fonction de transfert n'a pas encore été formalisée, mais les étudiants en ont entendu parler en SI dans le formalisme de Laplace.
- ✖ L'étude de la puissance électrique en régime sinusoïdal forcé (valeur efficace, facteur de puissance  $\cos \varphi$ , etc.) est hors-programme en MPSI et n'a pas du tout été abordée.

### Chapitre M6 : Particules chargées dans un champ électromagnétique

Applications de cours et exercices. Le TD est peu avancé et sera terminé lundi : on se limitera à des exercices proches du cours en début de semaine.

- ▷ Produit vectoriel ;
- ▷ Charges sources et charge test, pas de rétroaction de la charge test sur les charges sources ;
- ▷ Expression de la force de Lorentz, lien à la force de Coulomb, ordres de grandeurs : le poids d'une particule microscopique est toujours négligeable ;
- ▷ La force magnétique ne travaille pas, la force électrostatique est conservative (démonstré par sommation d'énergies potentielles coulombiennes) ;
- ▷ Potentiel électrostatique,  $\vec{E} = -\text{grad } V$  ;
- ▷ Mouvement entre deux électrodes planes soumises à une tension : expression du champ (direction et uniformité admis, norme démontrée par intégration du potentiel), vitesse atteinte par une particule chargée, définition de l'électron-volt ;
- ▷ Étude d'une trajectoire quelconque dans un champ  $\vec{E}$  uniforme ;

- ▷ Mouvement cyclotron avec vitesse initiale orthogonale à  $\vec{B}$  : uniformité et planéité du mouvement, étude dans le repère de Frénet en justifiant physiquement et **précisément** la direction de la force de Lorentz, démonstration de la nature circulaire et de la périodicité, paramètres cyclotron.
- ✖ Le gradient n'est à connaître qu'en coordonnées cartésiennes, et nous l'avons assez peu utilisé. Son expression doit être fournie dans les autres systèmes de coordonnées si nécessaire.
- ✖ Le mouvement cyclotron n'a été étudié que dans le repère de Frénet. L'étude dans le repère polaire ne doit pas poser de difficulté, à condition d'admettre la nature circulaire de la trajectoire. L'étude dans le repère cartésien peut être proposée en exercice, mais la méthode complexe (résolution de l'équation différentielle vérifiée par  $\underline{X} = x + iy$ ) est hors-programme en MPSI et n'a pas été abordée.

## Applications de cours

*Ces applications de cours sont des « briques élémentaires » des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.*

*Le travail demandé consiste à se les approprier, afin d'être capable de les réinvestir dans un sujet d'écrit ou d'oral. Je n'attends pas des étudiants un apprentissage par cœur, mais j'attends qu'ils les aient travaillées suffisamment pour les mener à bien en autonomie, c'est-à-dire savoir refaire seul les raisonnements, sans aide de l'interrogateur.*

**E4+M5.1** - Considérons un circuit RC série alimenté par une tension sinusoïdale  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ . Déterminer  $U_m$  et  $\varphi$  l'amplitude et le déphasage par rapport à  $e$  de la tension  $u$  aux bornes du condensateur.

**E4+M5.2** - Pour un circuit RLC série, exprimer l'amplitude complexe  $\underline{U}_C$  en fonction de  $\underline{E}$  et des composants. L'écrire sous la forme

$$\underline{U}_C = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}} \underline{E}$$

et identifier l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$ .

**E4+M5.3** - L'amplitude complexe de la tension aux bornes du condensateur d'un circuit RLC série s'écrit

$$\underline{U}_C = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}} \underline{E}.$$

Établir la condition d'existence de la résonance, et déterminer la pulsation de résonance  $\omega_r$ . Tracer qualitativement mais en justifiant l'allure de  $|\underline{U}_C|$  en fonction de  $\omega$ .

**E4+M5.4** - L'amplitude complexe de l'intensité dans un circuit RLC série s'écrit

$$\underline{I} = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \frac{\underline{E}}{R}.$$

Déterminer la pulsation de résonance  $\omega_r$  et sa largeur  $\Delta\omega$ . Tracer qualitativement mais en justifiant l'allure de  $|\underline{I}|$  en fonction de  $\omega$ .

**M6.1** - Établir l'expression de l'énergie potentielle coulombienne, et en déduire que la force de Lorentz électrique est conservative. Définir le potentiel électrostatique et établir son lien avec le champ électrique.

**M6.2** - Considérons deux électrodes planes parallèles entre lesquelles on impose une tension  $U$ , ce qui crée un champ  $\vec{E}$  uniforme orthogonal aux électrodes. Établir l'expression de  $\vec{E}$ .

**M6.3** - Considérons deux électrodes planes parallèles entre lesquelles on impose une tension  $U$ . Une particule de charge  $q \geq 0$  est initialement immobile au voisinage d'une électrode. Où faut-il qu'elle se trouve pour pouvoir traverser le dispositif? Déterminer la vitesse avec laquelle elle atteint la seconde électrode.

**M6.4** - On considère une particule de masse  $m$ , de charge  $q$ , plongée dans un champ électrostatique uniforme  $\vec{E} = E \vec{e}_x$ . La particule est initialement au point  $O$  et sa vitesse initiale  $\vec{v}_0$  forme un angle  $\alpha$  avec  $\vec{e}_x$ . Établir l'équation de la trajectoire et la représenter pour  $q \geq 0$ .

**M6.5** - Considérons une particule de masse  $m$ , de charge  $q \geq 0$ , plongée dans un champ magnétostatique uniforme  $\vec{B} = B \vec{e}_z$ . Elle est initialement au point  $O$  et sa vitesse initiale  $\vec{v}_0$  est orthogonale au champ magnétique. On admet que son mouvement est plan. Montrer que la trajectoire est circulaire, établir les expressions du rayon et de la pulsation cyclotron.

### À quoi s'attendre pour les programmes suivants ?

- Chapitre C5 : Titrages.
- Chapitre E5 : Filtrage.