

# Semaine 30 : du 18 au 22 mai

---

*Oui, j'avoue, il y en a beaucoup ... mais vous serez prêts pour le DS! ☺*

## Au programme

---

### Chapitre M9 : Solide en rotation

- Un solide possède six degrés de liberté ;
- Translation ; rotation autour d'un axe fixe ; distinction entre rotation et translation circulaire ;
- Centre de masse, théorème de la résultante cinétique ; insuffisance du TRC pour une rotation ;
- Une action mécanique n'est pas forcément une force, notions de résultante et moment, couple ;
- Moment d'une force par rapport à un axe fixe, bras de levier ;
- Moment cinétique par rapport à un axe fixe, moment d'inertie ;
- Théorème du moment cinétique scalaire pour un solide en rotation autour d'un axe fixe ;
- Énergie cinétique de rotation ;
- Puissance et travail d'une action mécanique pour un solide en rotation, énergie potentielle de pesanteur ;
- Théorèmes énergétiques, équivalence entre le TEC et le TMC pour une rotation autour d'un axe fixe ;
- Analogies formelles entre translation le long d'un axe fixe et rotation autour d'un axe fixe ;
- Liaison pivot parfaite ;
- Mise en équation du pendule pesant par le TMC et par l'énergie, analyse énergétique des positions d'équilibre, mouvement pendulaire ou révolutif ;
- Résolution numérique de l'équation du mouvement avec `odeint`, effet des non-linéarités.
- ✘ Seul le cas d'une rotation autour d'un axe fixe est au programme. Le cas d'un mouvement autour d'un axe de direction fixe lui-même en translation (p.ex. roue de vélo) est hors-programme.
- ✘ Les expressions des moments d'inertie doivent toujours être données. Le théorème de Huygens et la matrice d'inertie sont hors-programme.

### Chapitre O4 : Propagation et interférences

- Définition d'une onde ;
- Classification rudimentaire : onde mécanique vs. électromagnétique, onde transverse vs. longitudinale ;
- Onde plane progressive, célérité, ordres de grandeurs ;
- Représentations spatiale et temporelle d'une OPP, construction de l'une à partir de l'autre ;
- Expressions mathématiques d'une OPP sous la forme  $f(x \pm ct)$  ou  $F(t \pm x/c)$  ;
- Onde plane progressive harmonique, écritures réelle et complexe, vecteur d'onde ;
- Double périodicité d'une OPPH, relation de dispersion ;
- Indice optique, invariance de la fréquence, conséquence pour la longueur d'onde ;
- Chemin optique (introduit via la durée de parcours d'un rayon lumineux), lien au déphasage propagatif ;
- Critères de cohérence (admis) : ondes synchrones et déphasage indépendant du temps ;
- Principe de superposition, amplitude résultant de la superposition de deux OPPH (démonstration par les réels dans le cas d'ondes de même amplitude) ;
- Intensité d'une onde, formule de Fresnel (démonstration par les complexes) ;
- Conditions d'interférences en termes de déphasage, de différence de marche et d'ordre d'interférence ;
- Dispositifs d'Young, rôle de la diffraction ;
- Calcul de la différence de marche pour deux trous d'Young ponctuels ;
- Interprétation de la figure d'interférences, interfrange.

- ✘ L'étude de la dispersion relève du programme de deuxième année. J'ai donné quelques définitions (paquet d'onde, vitesse de phase, vitesse de groupe), mais rien de quantitatif ne doit être posé à ce sujet. La « relation de dispersion » s'écrit donc par défaut  $\omega = kc$ .
- ✘ Les critères de cohérence ont été admis sans justification. Le modèle des trains d'onde n'a pas été abordé.
- ✘ Le seul cas au programme de MPSI est celui de sources ponctuelles monochromatiques. Ni la cohérence spatiale ni la cohérence temporelle n'ont été évoquées. Un exercice peut éventuellement les aborder, mais en restant raisonnable (doublet de longueurs d'ondes ou de sources ponctuelles) et en précisant toutes les notions utiles (additivité de l'intensité notamment, qui n'a pas à être connue des étudiants).
- ✘ Les ondes stationnaires ne sont pas au programme de MPSI.

## Chapitre I1 : Champ magnétique

- ▷ Exemples de cartes de champ et de lignes de champ, prévisions qualitatives par la règle de la main droite ;
- ▷ Symétries et invariances des distributions de courant, conséquences pour le champ magnétique, exemples du fil infini et du solénoïde infini ;
- ▷ Moment magnétique d'une spire et d'un aimant ;
- ▷ Force de Laplace élémentaire, résultante sur une tige rectiligne, application au rail de Laplace ;
- ▷ Couple de Laplace, lien au moment magnétique, démonstration dans le cas d'une spire rectangulaire, généralisation admise ;
- ▷ Énergie potentielle magnétique (démonstration par l'intégrale première) ;
- ▷ Mouvement d'un aimant dans un champ uniforme : équation du mouvement, positions d'équilibre, stabilité, mouvement pendulaire ou révolitif ;
- ▷ Mouvement d'un aimant dans un champ tournant, fonctionnement qualitatif d'un moteur synchrone.
- ✘ Aucune expression de champ magnétique n'est à connaître. Les étudiants doivent savoir déterminer direction et sens par analyse des symétries, mais la norme doit toujours être donnée.

## Chapitre T4 : Second principe de la thermodynamique

- ▷ Critères qualitatifs de réversibilité, critère quantitatif : le second principe !
- ▷ Irréversibilité et dégradation/dissipation d'énergie, quand de l'entropie est créée c'est que de l'énergie est « mal » utilisée ;
- ▷ Antagonisme entre réversibilité et rapidité des transformations ;
- ▷ Formule de Boltzmann, sens de variation de  $S$  avec  $n$ ,  $V$  et  $T$  ;
- ▷ Identité thermodynamique (démontrée mais non-exigible), entropie d'une phase condensée (résultat à retenir, démonstration non-exigible), entropie d'un gaz parfait (expressions pas à connaître), retour sur la loi de Laplace ;
- ▷ Exemple : bilan entropique d'une thermalisation, conséquence sur le signe d'une capacité thermique ;
- ▷ Exemple : bilan entropique d'une compression monotherme réversible et monotherme monobare, conséquence sur le travail à fournir ;
- ▷ Théorèmes de Carnot (à connaître et à savoir démontrer) pour un moteur, une PAC et une machine réfrigérante ;
- ▷ Cycle de Carnot, problématique de la puissance : l'irréversibilité est nécessaire dans une machine.
- ✘ L'identité thermodynamique  $dU = T dS - P dV$  a été démontrée et utilisée pour établir l'expression de la variation d'entropie d'une phase condensée, mais n'est pas exigible et la démonstration encore moins.

## Applications de cours

*Ces applications de cours sont des « briques élémentaires » des raisonnements à mener dans les exercices : les maîtriser est incontournable. Elles sont toutes traitées de manière exhaustive dans le cours.*

*Le travail demandé consiste à se les approprier, afin d'être capable de les réinvestir dans un sujet d'écrit ou d'oral. Je n'attends pas des étudiants un apprentissage par cœur, mais j'attends qu'ils les aient travaillées suffisamment pour les mener à bien en autonomie, c'est-à-dire savoir refaire seul les raisonnements, sans aide de l'interrogateur.*

**M9.1** - Appliquer le théorème du moment cinétique et le théorème de la résultante cinétique au pendule pesant. Lequel de ces théorèmes conduit à l'équation du mouvement ? Quelle information apporte l'autre ?

**M9.2** - Établir l'équation du mouvement du pendule pesant par un théorème énergétique.

**M9.3** - Établir le profil d'énergie potentielle du pendule pesant. Analyser les positions d'équilibre et leur stabilité. Montrer qu'il peut présenter deux types de comportement, qualifiés de « pendulaire » et « révolatif ».

**M9.4** - Écrire un programme Python permettant résoudre l'équation différentielle adimensionnée  $\ddot{\theta} + \sin \theta = 0$  à l'aide de la fonction `odeint` du module `scipy.integrate` sur l'intervalle de temps adimensionné  $[0, 20]$ . On commencera par établir le système différentiel pertinent avant toute écriture de code. On donne la spécification de la fonction `odeint` :

`odeint(func, X0, t)`

*Paramètres d'entrée :*

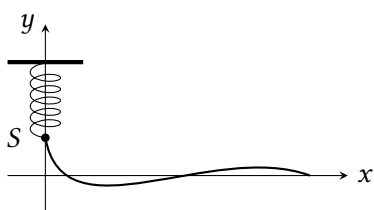
`func` : fonction de  $X$  et du temps  $t$  qui renvoie la dérivée  $\dot{X} = [\dot{x}, \dot{x}]$  du vecteur d'état  $X = [x, \dot{x}]$  à l'instant  $t$  sous forme d'une liste à deux éléments.

`X0` : vecteur condition initiale  $X(t=0) = [x(t=0), \dot{x}(t=0)]$ .

`t` : tableau des instants pour lesquels doit être calculée la valeur de  $X(t)$ .

*Valeur de retour :*

Tableau à deux colonnes contenant les valeurs de  $X(t) = [x(t), \dot{x}(t)]$ .



**O4.1** - Considérons une corde tendue à l'horizontale, dont l'une des extrémités est attachée au bas d'un ressort vertical. À l'instant  $t = 0$ , une petite impulsion est donnée au point  $S$  de sorte qu'il oscille verticalement de manière amortie :

$$y_S(t) = H e^{-t/\tau} \sin(\omega t)$$

- Représenter la corde à un instant  $t > 0$  et la position  $y_M(t)$  d'un point  $M$  quelconque au cours du temps.
- Donner l'expression de l'ébranlement  $\xi(x, t)$ , c'est-à-dire l'écart entre la position à l'instant  $t$  et la position d'équilibre du point de la corde d'abscisse  $x$ .

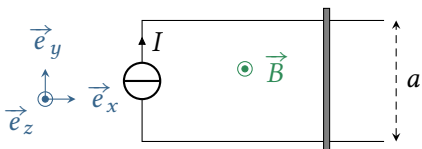
**O4.2** - Établir en fonction du déphasage l'expression de l'amplitude résultant de la superposition de deux ondes sinusoïdales de même amplitude. En déduire les conditions d'interférences constructives ou destructives. Le calcul sera mené en utilisant les représentations réelles.

**O4.3** - Établir la formule de Fresnel en fonction du déphasage et en déduire les conditions d'interférences constructives ou destructives. Le calcul sera mené en utilisant les représentations complexes.

**O4.4** - Établir l'expression de la différence de marche dans l'expérience des trous d'Young. En déduire l'allure de la figure d'interférences et établir l'expression de l'interfrange.

**I1.1** - Déterminer la direction du champ magnétique créé par un fil rectiligne infini et la/les variable(s) d'espace dont il dépend. La justification s'appuiera **obligatoirement** sur un schéma propre sur lequel figureront le(s) plan(s) intéressant(s).

**I1.2** - Déterminer la direction du champ magnétique créé par un solénoïde infini et la/les variable(s) d'espace dont il dépend. La justification s'appuiera **obligatoirement** sur un schéma propre sur lequel figureront le(s) plan(s) intéressant(s).



**I1.3** - Exprimer la force de Laplace subie par la tige mobile dans l'expérience des rails de Laplace, schématisée ci-contre.

**I1.4** - Considérons un aimant de moment magnétique  $\vec{\mu}$ , en liaison pivot autour d'un axe ( $Oz$ ) vertical passant par son centre de masse. Cet aimant est placé dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B} = B \vec{e}_x$  uniforme. Établir l'équation différentielle du mouvement. Établir l'expression de l'énergie potentielle magnétique en utilisant l'intégrale première.

**I1.5** - Considérons un aimant de moment magnétique  $\vec{\mu}$ , en liaison pivot autour d'un axe ( $Oz$ ) vertical passant par son centre de masse. Cet aimant est placé dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B} = B \vec{e}_x$  uniforme. Rappeler sans démonstration l'expression de l'énergie potentielle magnétique. En s'appuyant sur un graphe d'énergie potentielle,

identifier les positions d'équilibre de l'aimant et analyser leur stabilité. En supposant l'aimant initialement aligné sur le champ, déterminer la vitesse angulaire minimale à lui communiquer pour qu'il ait un mouvement révolitif.

**I1.6** - Montrer qu'un champ magnétique tournant peut être créé à partir de deux bobines placées à  $90^\circ$  l'une de l'autre. En déduire le principe de fonctionnement d'un moteur synchrone, et mettre en évidence la condition de synchronisme.

**T4.1** - Un solide de masse  $m$  et capacité thermique massique  $c$ , initialement à la température  $T_1$  est placé à l'air libre, de température  $T_0$ , jouant le rôle de thermostat. Procéder au bilan entropique de la transformation et l'interpréter.

**T4.2** - Un gaz parfait subit une compression monotherme et monobare d'un état 1 ( $T_0, P_1, V_1$ ) vers un état 2 ( $T_0, P_2 = \alpha P_1, V_2 = V_1/\alpha$ ). Procéder au bilan d'entropie de la transformation. Quelle est la cause d'irréversibilité mise en jeu ?

*Donnée* : au cours d'une transformation  $\widehat{IF}$ ,  $\Delta S_{\text{GP}} = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} \ln \frac{T_F}{T_I} - n R \ln \frac{P_F}{P_I}$ .

**T4.3** - Pour une machine ditherme au choix de l'interrogateur (moteur ou pompe à chaleur ou machine réfrigérante), montrer que le rendement/l'efficacité est borné(e) et établir l'expression du rendement/efficacité de Carnot.

## À quoi s'attendre pour les programmes suivants ?

- ▷ Chapitre I2 : Circuit fixe dans un champ variable.
- ▷ Chapitre T5 : Changements d'état.