



BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

Programme des colles semaine 10 : du 20 au 24 novembre

Mécanique des fluides

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.

Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme

Chapitre 9 : Statique des fluides

Questions de cours et exercices.

Chapitre 10 : Description des écoulements

Questions de cours et exercices.

Révisions de PTSI : Architecture de la matière

Questions de cours uniquement. Aucun exercice cette semaine.

Questions et applications de cours

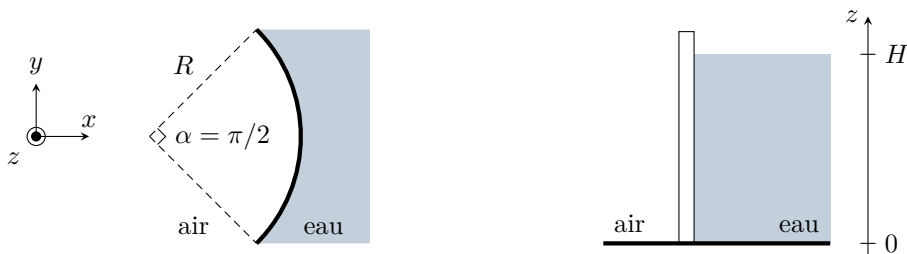
Seuls les étudiants du groupe PT* (trinômes 7 à 12) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

9.1 - Établir la relation de la statique des fluides dans le seul champ de pesanteur, en admettant que le champ de pression ne dépend que de la coordonnée verticale z .

9.2 - En partant de la relation de la statique des fluides, exprimer le champ de pression dans le modèle de l'atmosphère isotherme.

9.3 - On considère le barrage voûte schématisé ci-dessous, cylindrique de rayon R , d'angle d'ouverture $\alpha = \pi/2$, et rempli d'eau jusqu'à une hauteur H . Déterminer sans calcul (mais en justifiant!) la direction et le sens de la résultante des forces de pression exercées par l'eau sur le barrage, puis la calculer.

Donnée : champ de pression dans l'eau : $P(z) = P_0 + \rho_0 g(H - z)$.



10.1 - Dans une conduite cylindrique de rayon R , le champ des vitesses d'un écoulement laminaire est donné par le profil de Poiseuille :

$$\vec{v}(r) = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{e}_z.$$

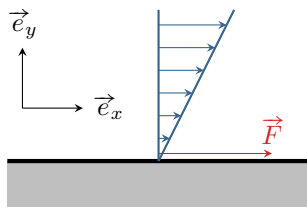
Représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement, et calculer le débit volumique.

10.2 - Considérons un écoulement au dessus d'une surface solide définissant le plan $y = 0$. Le champ de vitesse de l'écoulement est donné par

$$v(y) = v_0 \frac{y}{h} \vec{e}_x \quad \text{avec} \quad v_0 > 0.$$

Représenter la situation sur un schéma, en y indiquant la force exercée par le fluide sur une surface S du solide. Calculer cette force.

Éléments de réponse :



À partir du tracé du champ de vitesse, on comprend que le fluide « tire » le solide vers la droite, ce qui permet d'identifier la direction et le sens de \vec{F} . On calcule ensuite sa norme en adaptant la formule du cours à la géométrie étudiée,

$$\|\vec{F}\| = \eta \left| \frac{dv_x}{dy}(y=0) \right| S = \eta \frac{v_0}{h} S.$$

Enfin, on conclut en ajoutant le vecteur et le signe à la main à partir du schéma :

$$\vec{F} = +\eta \frac{v_0}{h} S \vec{e}_x.$$

10.3 - Pour un écoulement dont le champ de vitesse **en coordonnées cartésiennes** est donné par l'interrogateur, représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement. Calculer la divergence et le rotationnel du champ de vitesse. En déduire si l'écoulement est compressible et tourbillonnaire.

Le but de cette question est la connaissance des expressions de div et $\vec{\text{rot}}$.

R2.1 - Sur un exemple proposé par l'interrogateur, donner la composition d'un atome à partir de la notation symbolique ${}^A_Z X$ du noyau.

Un exemple pour s'entraîner : le célèbre carbone ${}^{14}_6\text{C}$ dont le noyau compte 6 protons, $14 - 6 = 8$ neutrons, et qui est entouré de 6 électrons.

R2.2 - Donner en justifiant le schéma de Lewis du méthanal CH_2O , sachant que l'atome de carbone est au centre de la molécule.

Donnée : numéros atomiques $Z_{\text{H}} = 1$; $Z_{\text{C}} = 6$ et $Z_{\text{O}} = 8$.

Éléments de réponse :

- ▷ Décompte des électrons de valence (méthode 1) : utilisation du tableau périodique, dont les étudiants doivent connaître les trois premières lignes
 - C : quatrième colonne donc 4 électrons de valence ;
 - H : première colonne donc 1 électron de valence ;
 - O : sixième colonne donc 6 électrons de valence ;
 - Total : $4 + 2 \times 1 + 6 = 12$ électrons soit 6 doublets au total.
- ▷ Décompte des électrons de valence (méthode 2) : utilisation des configurations électroniques, au programme du lycée mais plus de PTSI
 - C : $1s^2 2s^2 2p^2$ donc 4 électrons de valence ;
 - H : $1s^1$ donc 1 électron de valence ;
 - O : $1s^2 2s^2 2p^4$ donc 6 électrons de valence ;
 - Total : $4 + 2 \times 1 + 6 = 12$ électrons soit 6 doublets au total.
- ▷ Construction du schéma de Lewis : il y a forcément une liaison C–O, mais il n'est pas évident de savoir à première vue à quel atome les H vont se lier. On commence donc par les placer entre C et O, et on se rend compte que toute autre solution que la double liaison conduit à faire apparaître des charges formelles, ce qui est très défavorable.



R2.3 - Représenter la maille CFC. Déterminer en justifiant les calculs la population et la compacité.

R2.4 - Considérons un matériau dont on connaît la masse volumique ρ et la masse molaire M , et dont on suppose qu'il cristallise dans une structure CFC. Déterminer le paramètre de maille et le rayon cristallin en fonction des caractéristiques du matériau.

Éléments de réponse : Notons $m = M/\mathcal{N}_A$ la masse d'un atome. Sachant qu'une maille CFC compte quatre atomes en propre (population), on en déduit sa masse $4m$. En écrivant la définition de la masse volumique appliquée à l'échelle d'une maille,

$$\rho = \frac{4m}{\text{volume}} = \frac{4M/\mathcal{N}_A}{a^3} \quad \text{d'où} \quad a = \left(\frac{4m}{\mathcal{N}_A \rho} \right)^{1/3}.$$

Le rayon cristallin s'en déduit en écrivant la condition de tangence entre atomes le long des diagonales des faces : $4R = a\sqrt{2}$.

R2.5 - Représenter la maille CFC. Donner les deux types de sites interstitiels, leur localisation et les dénombrer en justifiant. Déterminer l'habitabilité d'un des deux types de site, au choix de l'interrogateur.

Et après ?

- ▷ Chapitre 11 : Bilans d'énergie des écoulements en conduite, théorème de Bernoulli ;
- ▷ Chapitre 12 : Champ électrostatique, théorème de Gauss ;
- ▷ Chapitre 13 : Potentiel électrostatique, condensateur ;
- ▷ Révisions R4 : Théorèmes de la mécanique.