BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

Programme des colles semaines 21 et 23 : du 19 au 23 février ... puis du 18 au 22 mars

Ondes électromagnétiques

La colle commence par une application de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice. Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme

Chapitre 23 : Ondes électromagnétiques dans le vide

Questions de cours et exercices.

Chapitre 24 : Ondes électromagnétiques et milieux conducteurs

Questions de cours et exercices.

- Privilégier autant que possible l'utilisation du formalisme complexe.
- La recherche de solutions à variables séparées (solution cherchée sous la forme $f(x)\times g(t)$ qui donne l'identité $c^2 f''/f = g''/g =$ cte d'où on déduit deux équations différentielles ordinaires sur f et g) n'est plus à connaître. Les étudiants doivent être guidés pour l'appliquer si nécessaire (je ne l'ai fait ni en cours ni en TD), et les formes de solutions cherchées toujours données.
- À ce titre, j'ai cherché les modes propres d'une cavité directement sous la forme $f(x)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ (cavité traitée en cours + guide d'ondes plan sera fait jeudi 21 février en TD PT*, ne pas hésiter à redonner des exercices équivalents).

Révisions R9 : Optique géométrique

Questions de cours uniquement, aucun exercice.

Questions d'application directe du cours

Seuls les étudiants du groupe PT* (trinômes 7 à 12) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

23.1 - Établir l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide pour le champ électrique ou magnétique, au choix de l'interrogateur. Identifier dimensionnellement la célérité c.

23.2 - Établir la relation de dispersion en utilisant, au choix de l'interrogateur, les champs réels ou les champs complexes.

23.3 - Établir les écritures complexes des équations de Maxwell dans le cas particulier d'une OPPH de la forme

$$\underline{\vec{E}} = \underline{E_0}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}\right)}\,\vec{e}_y\,.$$

En déduire la relation de structure.

23.4 - Sur un exemple de champ électrique donné par l'interrogateur (coordonnées cartésiennes uniquement), identifier la direction et le sens de propagation, l'état de polarisation de l'onde, puis en déduire le champ magnétique et le vecteur de Poynting.

(★) 24.1 - Montrer qu'un conducteur ohmique excité en régime sinusoïdal à suffisamment basse fréquence pour que la loi d'Ohm s'applique peut être considéré localement neutre et que le courant de déplacement peut y être négligé devant le courant de conduction. On rappelle que pour un métal $\gamma \sim 10^7\,\Omega^{-1}\cdot\mathrm{m}^{-1}$ tant que $f \lesssim 10^{13}\,\mathrm{Hz}$, et on donne $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}\cdot\mathrm{m}^{-1}$.

24.2 - Écrire les équations de Maxwell simplifiées dans un conducteur ohmique excité en basse fréquence et en déduire l'équation de propagation pour le champ électrique ou magnétique, au choix de l'interrogateur.

24.3 - En partant de l'équation de propagation,

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \mu_0\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \vec{0}\,,$$

établir la relation de dispersion complexe dans un conducteur ohmique. Définir l'épaisseur de peau. En déduire l'expression du champ électrique d'une pseudo-OPPH et l'interpréter physiquement.

24.4 - Considérons un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$, sur lequel est envoyé une onde incidente

$$\underline{\vec{E}_\mathrm{i}} = E_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - kx)}\,\vec{e}_y\,.$$

On cherche l'onde réfléchie sous la forme

$$\underline{\vec{E}_\mathrm{r}} = \underline{r}\,E_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t + kx)}\,\vec{e}_y\,.$$

Déterminer le coefficient de réflexion en amplitude $\underline{r}$.

> *Le calcul est légèrement différent de celui du cours, car un peu moins général : pour alléger le calcul, on admet ici directement que l'onde réfléchie a la même polarisation que l'onde incidente, ce qui permet de n'utiliser qu'une seule projection de la relation de passage.*

24.5 - Considérons une cavité électromagnétique formée par deux plans parfaitement conducteurs situés en $x = 0$ et $x = L$. On cherche ses modes propres sous la forme

$$\vec{E}(x,t) = f(x)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,\vec{e}_y\,.$$

Déterminer les fonctions f qui conviennent.

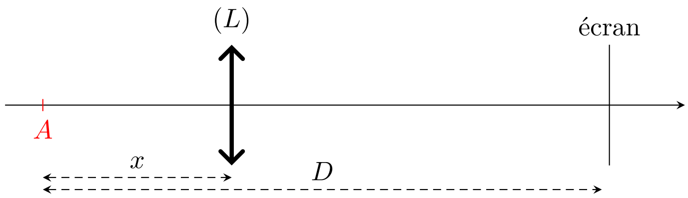
R9.1 - On considère un rayon lumineux se propageant d'un milieu ① vers un milieu ② tels que $n_1 < n_2$. On note i_1 l'angle d'incidence sur le dioptre plan séparant les deux milieux. Représenter la situation sur un schéma et établir l'expression de l'angle maximal de réfraction $i_{2,\max}$.

R9.2 - On considère la même situation avec désormais $n_1 > n_2$. Montrer que, si l'angle d'incidence est supérieur à une valeur maximale $i_{1,\max}$ à déterminer, alors le rayon lumineux est totalement réfléchi et ne pénètre pas dans le milieu ②.

R9.3 - Sur un exemple donné par l'interrogateur, construire l'image d'un objet réel par une lentille **convergente**. On s'attachera en particulier aux cas « moins simples » : image virtuelle ou à l'infini.

(★) R9.4 - Sur un exemple donné par l'interrogateur, construire l'image d'un objet réel par une lentille **divergente**.

R9.5 - Considérons un objet A et un écran séparés d'une distance D. On souhaite former l'image de l'objet sur l'écran avec une lentille de distance focale f'. Établir une condition sur D et f' pour que cela soit possible, et déterminer les deux positions possibles pour la lentille. Parmi ces positions, laquelle choisir pour obtenir une image agrandie ?



> ***Éléments de réponse :*** *La relation de conjugaison s'écrit*
>
> $$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{soit} \qquad \frac{1}{D-x} - \frac{1}{-x} = \frac{1}{f'}$$
>
> *que l'on transforme en une équation polynômiale*
>
> $$x^2 - Dx + Df' = 0\,.$$
>
> *Il n'est possible de former l'image que si cette équation admet des racines réelles, c'est-à-dire si son discriminant est positif :*
>
> $$D^2 - 4Df' \geq 0 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{f' \leq \frac{D}{4}\,.}$$
>
> *Les deux positions possibles sont alors symétriques par rapport au milieu du segment objet-lentille, données par*
>
> $$x_\pm = \frac{D}{2} \pm \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}\,.$$

La relation de grandissement s'écrit

$$\gamma \underset{\text{déf}}{\overset{}{\underset{\uparrow}{=}}} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \underset{\text{rel}}{\underset{\uparrow}{=}} \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}\,.$$

Ainsi, une image agrandie signifie $|\gamma| > 1$, donc $\left|\overline{OA'}\right| > \left|\overline{OA}\right|$: il faut donc choisir la position x_- où la lentille est plus proche de l'objet que de l'écran. Attention aux valeurs absolues : comme on le constate sur le schéma, $\overline{OA} < 0$ donc $\gamma < 0$.

À quoi s'attendre pour le programme suivant ?

- Chapitre 25 : Modèle scalaire des ondes lumineuses ;
- Chapitre 26 : Interférences par division du front d'onde ;
- Chapitre 27 : Interférences par division d'amplitude ... si j'avance suffisamment vite !