BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

Programme des colles semaine 4 : du 19 au 23 septembre

Filtrage et ALI

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice. Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme

Chapitre 1 : Systèmes linéaires

Questions de cours et exercices.

Chapitre 2 : Électronique numérique

Questions de cours et exercices.

Chapitre 3 : Amplificateur linéaire intégré

Questions de cours sur l'ensemble du chapitre et exercices **uniquement sur le régime linéaire**.

Révisions R1 : Électronique

Questions de cours et exercices, de préférence en lien avec le programme de PT (filtre actif à ALI, etc.).

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ (trinômes 1 à 7) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

1.1 - Définir la stabilité d'un SLCI. Sur un exemple de relation différentielle ou de fonction de transfert donnée par l'interrogateur, indiquer si le système est stable ou non.

2.1 - Sur un exemple donné par l'interrogateur, construire le spectre d'un signal échantillonné connaissant le spectre du signal analogique et la fréquence d'échantillonnage. Indiquer s'il y a ou non recouvrement spectral.

2.2 - Établir le critère de Shannon. Rappelons qu'établir est synonyme de démontrer ☺.

(★) 2.3 - Sur un exemple donné par l'interrogateur (durée d'acquisition et fréquence d'échantillonnage), déterminer le nombre d'échantillons et les fréquences présentes dans le spectre du signal échantillonné.

3.2 - Établir la relation entrée-sortie du montage amplificateur non-inverseur OU amplificateur inverseur OU intégrateur idéal (c'est-à-dire sans résistance en parallèle du condensateur).

> *La connaissance des montages n'est pas exigible : même s'il serait préférable que les étudiants les (re)connaissent, ils pourront être rappelés par l'interrogateur si besoin.*

3.3 - Établir et représenter le cycle du comparateur à hystérésis.

> *Idem sur la connaissance du montage. J'ai traité en cours le cas du non-inverseur (entrée du montage sur la résistance, entrée ⊖ de l'ALI à la masse).*

R1.1 - Circuit RC série alimenté par une tension constante $E = 5\,\mathrm{V}$: établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ et l'écrire sous forme canonique. La résoudre en posant $u_C(t=0) = U_0 = -2\,\mathrm{V}$. Représenter qualitativement la courbe u_C en fonction du temps.

R1.2 - Circuit RC série en régime sinusoïdal forcé par une tension harmonique $e(t) = E_\mathrm{m}\cos(\omega t)$: déterminer $u_C(t)$ sous la forme $u_C(t) = U_{C,\mathrm{m}}\cos(\omega t + \varphi)$.

Éléments de réponse : *par un pont diviseur de tension,*

$$\underline{U_C} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega}\underline{E} = \frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{E}\,.$$

Par définition de la représentation complexe,

$$U_{C,m} = \left|\underline{U_C}\right| = \frac{E_m}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \qquad \text{et} \qquad \varphi = \arg \underline{U_C} = -\arg(1 + jRC\omega) + \arg \underline{E} = -\arctan(RC\omega)$$

R1.3 - Circuit RC série en régime sinusoïdal forcé : la tension aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E_\mathrm{m}}{\tau}\cos(\omega t)\,.$$

Établir la relation de récurrence donnée par le schéma d'Euler explicite appliqué à cette équation, puis compléter le code ci-dessous permettant de déterminer numériquement $u_C(t)$ en supposant $u_C(t{=}0) = -2\,\mathrm{V}$.

```python
import numpy as np

tau = 1e-3      # en s
Em = 2          # en V
w = 2 * np.pi * 1e3    # pulsation, en rad.s-1

dt = 2e-5       # pas de temps, en s
N = 500         # nbre de pas de temps

t = [n*dt for n in range(N)]      # tps, en s
```

Éléments de réponse : *Par application du schéma d'Euler explicite, on trouve*

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}u_n = \frac{E_\mathrm{m}}{\tau}\cos(\omega t_n) \qquad \text{soit} \qquad u_{n+1} = u_n + \frac{\Delta t}{\tau}\left(E_\mathrm{m}\cos(\omega t_n) - u_n\right)\,.$$

Les lignes de code manquantes peuvent être les suivantes :

```python
u = [None for n in range(N)]  # tension condensateur, en V
u[0] = -2                     # cond initiale u(0) = -2 V

for n in range(N-1):
    u[n+1] = u[n] + dt/tau * ( Em * np.cos(w*t[n]) - u[n] )
```

... mais d'autres codes sont possibles, en particulier définir au préalable une liste contenant les valeurs prises par la tension d'entrée aux différents instants t_n.

R1.4 - Filtre RC passe-bas : établir la fonction de transfert et construire le diagramme de Bode en gain. Le diagramme de Bode doit être justifié (asymptotes), et pas seulement construit par cœur.

(★) R1.5 - Circuit RLC série alimenté par une tension constante E : établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ et l'écrire sous forme canonique. Lister sans démonstration les différentes formes que peuvent prendre ses solutions en fonction de la valeur du facteur de qualité.

(★) R1.6 - Circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé par une tension harmonique $e(t) = E_\mathrm{m}\cos(\omega t)$: établir la fonction de transfert en courant (qui est ici l'admittance $\underline{Y} = \underline{I}/\underline{E}$). Établir l'expression de la pulsation de résonance et rappeler sans démonstration le lien entre la largeur de la résonance et le facteur de qualité.

Éléments de réponse : *l'admittance du montage complet s'écrit*

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{R + j\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}\,.$$

Il y a résonance en courant lorsque le module de l'admittance est maximal, c'est-à-dire lorsque le module du dénominateur est minimal. La partie réelle étant indépendante de ω, ce minimum est atteint lorsque la partie imaginaire est nulle. On retrouve alors la pulsation de résonance bien connue $\omega_\mathrm{r} = 1/\sqrt{LC}$.

Rappelons aussi que la bande passante (= largeur) de la résonance est reliée au facteur de qualité par

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

R1.7 - Filtre RLC série : lorsque l'on prend la sortie aux bornes de la résistance, la fonction de transfert s'écrit

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Identifier la nature du filtre à partir de la fonction de transfert. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain en justifiant, puis l'allure du diagramme réel pour $Q = 0{,}1$ et $Q = 100$.

Éléments de réponse : *Le tracé du diagramme réel demande de calculer la valeur* ***exacte*** *de $\underline{H}$ puis du gain en $\omega = \omega_0$. Cette question de révision correspond à l'application 3 du cours sur les SLCI.*

Et après ?

- Chapitre 4 : Oscillateurs auto-entretenus ;
- Chapitre 5 : Transformations infinitésimales en thermodynamique ;
- Révisions R2 : Architecture de la matière.