BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

Programme des colles semaine 4 : du 25 au 29 septembre

Compléments d'électronique et de thermodynamique

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.
Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours,
ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme

Chaque étudiant sera interrogé sur les **deux** thèmes au programme :
une question de cours d'électronique sera suivie d'un exercice de thermodynamique et réciproquement.

Ce sera pareil au DS de samedi ☺

Chapitre 1 : Systèmes linéaires

Questions de cours et exercices.

Chapitre 2 : Électronique numérique

Questions de cours et exercices.

Chapitre 3 : Retour sur les principes thermodynamiques

Questions de cours et exercices.

- Ce chapitre contient des révisions sur la totalité du programme de PTSI, qui peuvent donc faire l'objet d'exercices.
- Des machines thermiques ont été retravaillées en TD en tant qu'exemples, mais aucun rappel « général » n'a été fait sur le sujet. Les colleurs seront donc légèrement plus indulgents sur les questions relatives p.ex. au sens des échanges selon les types de machine ou aux définitions des rendements et efficacités.
- Les formulations infinitésimale et en puissance des principes thermodynamiques sont le cœur du chapitre, en revanche je n'ai parlé ni de l'enthalpie libre ni des identités thermodynamiques.

Révisions R1 : Électronique

Tout le programme d'électronique de PTSI. Questions de cours et exercices, en particulier sur le filtrage.

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ (trinômes 7 à 12) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

1.1 - Définir la stabilité d'un SLCI. Sur un exemple de relation différentielle ou de fonction de transfert donnée par l'interrogateur, indiquer si le système est stable ou non.

2.1 - Sur un exemple donné par l'interrogateur, construire le spectre d'un signal échantillonné connaissant le spectre du signal analogique et la fréquence d'échantillonnage. Indiquer s'il y a ou non recouvrement spectral.

2.2 - Établir le critère de Shannon. Rappelons qu'établir est synonyme de démontrer ☺.

(★) 2.3 - Sur un exemple donné par l'interrogateur (durée d'acquisition et fréquence d'échantillonnage), déterminer le nombre d'échantillons et les fréquences présentes dans le spectre du signal échantillonné.

R1.1 - Circuit RC série en régime sinusoïdal forcé par une tension harmonique $e(t) = E_\mathrm{m}\cos(\omega t)$: déterminer $u_C(t)$ sous la forme $u_C(t) = U_{C,\mathrm{m}}\cos(\omega t + \varphi)$.

Éléments de réponse : *par un pont diviseur de tension,*

$$\underline{U_C} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega}\underline{E} = \frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{E}\,.$$

Par définition de la représentation complexe,

$$U_{C,m} = \left|\underline{U_C}\right| = \frac{E_m}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \qquad \text{et} \qquad \varphi = \arg \underline{U_C} = -\arg(1+jRC\omega) + \arg \underline{E} = -\arctan(RC\omega)$$

R1.2 - Circuit RC série en régime sinusoïdal forcé : la tension aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E_\mathrm{m}}{\tau}\cos(\omega t)\,.$$

Établir la relation de récurrence donnée par le schéma d'Euler explicite appliqué à cette équation, puis compléter le code ci-dessous permettant de déterminer numériquement $u_C(t)$ en supposant $u_C(t{=}0) = -2\,\mathrm{V}$.

```
import numpy as np

tau = 1e-3        # en s
Em = 2            # en V
w = 2 * np.pi * 1e3    # pulsation, en rad.s-1

dt = 2e-5         # pas de temps, en s
N = 500           # nbre de pas de temps

t = [n*dt for n in range(N)]      # tps, en s
```

Éléments de réponse : *Cette question de révisions a été refaite dans le cours sur les SLCI. Par application du schéma d'Euler explicite, on trouve*

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}\,u_n = \frac{E_m}{\tau}\cos(\omega t_n) \qquad \text{soit} \qquad u_{n+1} = u_n + \frac{\Delta t}{\tau}\left(E_m\cos(\omega t_n) - u_n\right)\,.$$

Les lignes de code manquantes peuvent être les suivantes :

```
u = [None for n in range(N)]   # tension condensateur, en V
u[0] = -2                      # cond initiale u(0) = -2 V

for n in range(N-1):
    u[n+1] = u[n] + dt/tau * ( Em * np.cos(w*t[n]) - u[n] )
```

... mais d'autres codes sont possibles, en particulier définir au préalable une liste contenant les valeurs prises par la tension d'entrée aux différents instants t_n.

R1.3 - Filtre RC passe-bas : établir la fonction de transfert et construire le diagramme de Bode en gain. Le diagramme de Bode doit être justifié (asymptotes), et pas seulement construit par cœur.

(★) R1.4 - Circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé par une tension harmonique $e(t) = E_\mathrm{m}\cos(\omega t)$: établir la fonction de transfert en courant (qui est ici l'admittance $\underline{Y} = \underline{I}/\underline{E}$). Établir l'expression de la pulsation de résonance et rappeler sans démonstration le lien entre la largeur de la résonance et le facteur de qualité.

Éléments de réponse : *l'admittance du montage complet s'écrit*

$$\underline{Y} = \frac{1}{R + jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{R + j\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}\,.$$

Il y a résonance en courant lorsque le module de l'admittance est maximal, c'est-à-dire lorsque le module du dénominateur est minimal. La partie réelle étant indépendante de ω, ce minimum est atteint lorsque la partie imaginaire est nulle. On retrouve alors la pulsation de résonance bien connue $\omega_\mathrm{r} = 1/\sqrt{LC}$.

Rappelons aussi que la bande passante (= largeur) de la résonance est reliée au facteur de qualité par

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \Delta f = \frac{f_0}{Q}$$

R1.5 - Filtre RLC série : lorsque l'on prend la sortie aux bornes de la résistance, la fonction de transfert s'écrit

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Identifier la nature du filtre à partir de la fonction de transfert. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain en justifiant, puis l'allure du diagramme réel pour $Q = 0{,}1$ et $Q = 100$.

> ***Éléments de réponse :*** *Le tracé du diagramme réel demande de calculer la valeur* ***exacte*** *de $\underline{H}$ puis du gain en $\omega = \omega_0$. Cette question de révision correspond à l'application 3 du cours sur les SLCI.*

(★) 3.1 - Établir l'expression des capacités thermiques d'un gaz parfait en fonction de R et γ. La relation de Mayer devra être redémontrée.

3.2 - Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail W reçu au cours d'une compression d'un volume V_I à un volume V_F telle que les lois de Laplace s'appliquent.

3.3 - Un glaçon, de masse m_1 et température T_1, est sorti du congélateur pour être mis dans un verre contenant une boisson au choix de l'étudiant, de masse m_2 et température T_2 (la boisson, pas l'étudiant). On suppose que le glaçon fond totalement et rapidement, ce qui permet de négliger les transferts thermiques avec l'air. Déterminer la température finale T_F du breuvage. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ? Le résultat sera donné en fonction de l'enthalpie de fusion $\Delta_{\text{fus}}h$ de l'eau et des capacités thermiques massiques c_{sol} et c_{liq}, supposées égales pour le glaçon et la boisson.

> *Pour déterminer la masse minimale à partir de laquelle le glaçon ne fond pas complètement, il faut être conscient que le calcul ci-dessus repose sur l'hypothèse que l'état final est complètement liquide, ce qui impose au final d'avoir $T_F > T_{\text{fus}}$. Si jamais le calcul numérique donne $T_F < T_{\text{fus}}$, alors il y a contradiction entre l'hypothèse initiale et le résultat final : la vraie température finale ne sera pas le T_F calculé de cette façon. Cela signifie que l'hypothèse initiale est fausse et que le résultat final n'a pas de sens. La masse limite est donc celle qui donne $T_F = T_{\text{fus}}$.*

3.4 - Le même étudiant qu'à la question précédente souhaite toujours refroidir la même boisson de masse m_2 et température T_2 en y ajoutant des glaçons de masse m_1 et température T_1. Sauf que cette fois ... il en met trop, si bien qu'à l'état final il reste de la glace dans sa boisson. Déterminer la masse m_f de glace qui a fondu en fonction des mêmes paramètres qu'à la question précédente. On négligera toujours les transferts thermiques avec l'air. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ?

> *Cette fois, on sait que le mélange est diphasé à l'état final, ce qui nous donne sa température : la coexistence n'est possible que si $T_F = T_{\text{fus}}$. Le bilan d'enthalpie s'écrit comme à la question précédente, sauf que :*
> ▷ *seule la masse m_f fond ;*
> ▷ *comme $T_F = T_{\text{fus}}$, la glace fondue ne change pas de température.*
>
> *Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :*
>
> $$\Delta H \underset{\substack{\uparrow\\ \text{1er P}}}{=} 0 + 0 \underset{\substack{\uparrow\\ \text{transf}}}{=} \underbrace{m_2\, c_{liq}\,(T_{fus} - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1\, c_{sol}\,(T_{fus} - T_1) + m_f\,\Delta_{fus}h}_{\text{glaçon}}$$
>
> *Il reste alors à isoler m_f dans cette équation.*
>
> *Cette fois, l'hypothèse est que l'état final est une coexistence solide-liquide, qui permet de calculer la masse de glace fondue. Or la masse de glace fondue ne peut évidemment pas être supérieure à la masse initiale du glaçon : si jamais le calcul numérique donne $m_f > m_1$, alors le résultat final n'a pas de sens, ce qui indique que l'hypothèse initiale est fausse. La masse limite est donc celle qui donne $m_f = m_1$. On retrouve la même masse limite qu'à la question précédente, ce qui est logique.*

3.5 - Considérons une casserole contenant une masse m d'eau à la température T. La plaque de cuisson lui transmet une puissance thermique constante $\mathcal{P}_0$, et elle est refroidie par contact avec l'air. On note R_{th} la résistance thermique décrivant ce refroidissement. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T de l'eau dans la casserole.

(★) 3.6 - Considérons un gâteau (un moelleux au chocolat !) de capacité thermique C, sorti d'un four à la température T_{four} et laissé à refroidir dans la cuisine de température T_0. Procéder au bilan entropique de la transformation. Commenter le signe de l'entropie créée.

Donnée : inégalité de convexité du logarithme, $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$; l'expression de l'entropie d'une phase condensée est à connaître par l'étudiant.

Et après ?

▷ Chapitre 4 : Enthalpie de réaction ;
▷ Chapitre 5 : Amplificateur linéaire intégré.