



BLAISE PASCAL  
PT 2021-2022

Programme des colles semaine 7 : du 11 au 15 octobre

# Oscillateurs et thermodynamique

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.

Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

## Au programme

### Chapitre 4 : Oscillateurs auto-entretenus

Questions de cours et exercices.

### Chapitre 5 : Transformations infinitésimales en thermodynamique

Questions de cours et exercices.

- ▷ J'ai introduit en cours la loi d'Ohm thermique, les étudiants doivent donc être capables de prendre en compte un transfert thermique modélisé par une résistance thermique dans un bilan enthalpique ou énergétique. En revanche, le calcul de ces résistances thermiques et les associations série/parallèle ne seront abordées que bien plus tard dans l'année, lors du cours sur la conduction thermique. Pour le moment, les valeurs ou expressions des résistances thermiques sont donc des données de l'énoncé.
- ▷ Les applications trop formelles et/ou calculatoires de la thermodynamique différentielle ne font (à mon sens) pas partie des objectifs du programme.

### Révisions R2 : Thermodynamique de PTSI

Questions de cours et exercices.

- ▷ Les révisions sur les machines thermiques seront faites plus tard dans l'année, en lien avec le cours de thermodynamique industrielle. Comme il s'agit d'excellent supports pour appliquer les principes thermodynamiques, ne pas hésiter à en donner en exercice dès maintenant, mais en rappelant si nécessaire les définitions spécifiques (rendements et efficacités en particulier).
- ▷ En revanche, nous avons beaucoup travaillé les bilans enthalpiques avec changement d'état !

## Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT\* (trinômes 1 à 8) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

**4.1** - Rappeler la nature des deux blocs constitutifs d'un oscillateur quasi-sinusoidal. Retrouver **qualitativement** le critère de Barkhausen et rappeler sa signification.

L'exemple du cours est l'oscillateur de Wien, mais il n'a pas à être connu « par cœur ». Les étudiants doivent savoir qu'un oscillateur quasi-sinusoidal contient un filtre passe-bande et un amplificateur, et peuvent le présenter sous forme d'un schéma bloc. J'énonce le critère de Barkhausen sous la forme « si les oscillations sont parfaitement sinusoïdales, alors la pulsation et les composants doivent être tels que  $H_{\text{filtre}} \times H_{\text{ampli}} = 1$  ».

**4.2** - Rappeler la nature des deux blocs constitutifs d'un oscillateur à relaxation (multivibrateur astable). Expliquer qualitativement (= sans calcul) en s'appuyant sur un chronogramme les deux phases de fonctionnement.

Là encore, les exemples de cours n'ont pas à être connus « par cœur », mais les étudiants doivent savoir qu'un multivibrateur astable comporte un comparateur à hystérésis et un intégrateur, l'un des deux étant inverseur et l'autre non-inverseur, ce qui peut être présenté sous forme d'un schéma bloc. Le chronogramme doit être reconstruit à partir de considérations qualitatives : lorsque l'ALI est en

saturation haute, la tension de sortie de l'intégrateur est décroissante jusqu'à atteindre la tension de basculement, et inversement lorsque l'ALI est en saturation basse.

**5.1** - Établir l'expression des capacités thermiques d'un gaz parfait en fonction de  $R$  et  $\gamma$ .

**5.2** - Considérons une casserole contenant une masse  $m$  d'eau à la température  $T$ . La plaque de cuisson lui transmet une puissance thermique constante  $\mathcal{P}_0$ , et elle est refroidie par contact avec l'air. On note  $R_{th}$  la résistance thermique décrivant ce refroidissement. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température  $T$  de l'eau dans la casserole.

**5.3** - Définir l'enthalpie libre  $G$ . Exprimer la différentielle  $dG$  au cours d'une transformation quelconque (c'est-à-dire irréversible et avec échange de travail), puis en déduire le critère d'évolution spontanée portant sur le signe de  $dG$ .

Vous serez particulièrement vigilant à l'utilisation des notations  $d$  et  $\delta$ .

**5.4** - Établir l'expression de l'entropie d'une phase condensée.

(★) **5.5** - En partant d'une identité thermodynamique, montrer sur l'exemple de la transition liquide-gaz qu'un changement d'état se fait toujours au profit de la phase de plus petit potentiel chimique.

**R2.1** - Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail  $W$  reçu au cours d'une compression d'un volume  $V_I$  à un volume  $V_F$  au cours de laquelle les lois de Laplace s'appliquent. On introduira pour le calcul une constante  $K$  caractéristique de l'expression de Laplace.

Il est attendu que l'étudiant connaisse au strict minimum l'expression en  $PV^\gamma$  et sache retrouver très, très vite les deux autres ... mais c'est encore mieux si les trois sont connues par cœur !

Au cours de la compression on a  $PV^\gamma = K = cte$ , d'où

$$W = - \int_{V_I}^{V_F} P dV = -K \int_{V_I}^{V_F} \frac{dV}{V^\gamma} = -K \int_{V_I}^{V_F} V^{-\gamma} dV = -K \left[ \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_{V_I}^{V_F} = \frac{K}{\gamma-1} \left( V_F^{1-\gamma} - V_I^{1-\gamma} \right).$$

La dernière étape du calcul utilise la primitive d'une fonction de type  $x \mapsto x^n$  qui, en cas de trou de mémoire, se retrouve immédiatement sur l'exemple de  $x \mapsto x^2$  qui s'intègre en  $x^3/3$ .

**R2.2** - Un glaçon, de masse  $m_1$  et température  $T_1$ , est sorti du congélateur pour être mis dans un verre contenant une boisson au choix de l'étudiant, de masse  $m_2$  et température  $T_2$  (la boisson, pas l'étudiant). On suppose que le glaçon fond totalement et rapidement, ce qui permet de négliger les transferts thermiques avec l'air. Déterminer la température finale  $T_F$  du breuvage. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ? Le résultat sera donné en fonction de l'enthalpie de fusion  $\Delta_{fus}h$  de l'eau et des capacités thermiques massiques  $c_{sol}$  et  $c_{liq}$ , supposées égales pour le glaçon et la boisson.

On utilise l'additivité de l'enthalpie pour sommer les contributions du glaçon et de la boisson.

▷ la boisson est liquide et sa température passe de  $T_2$  à  $T_F$  ;

▷ le glaçon se réchauffe et fond, ce que l'on décompose comme la succession de trois transformations élémentaires :

→ d'abord, le glaçon est solide et sa température passe de  $T_1$  à  $T_{fus}$  ;

→ ensuite, le glaçon fond totalement de manière isobare isotherme ;

→ enfin, le glaçon est liquide et sa température passe de  $T_{fus}$  à  $T_F$ .

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er } P}}{=} 0 + 0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{=} \underbrace{m_2 c_{liq} (T_F - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1 c_{sol} (T_{fus} - T_1) + m_1 \Delta_{fus}h + m_1 c_{liq} (T_F - T_{fus})}_{\text{glaçon}}$$

Il reste alors à isoler  $T_F$  dans cette équation.

Pour déterminer la masse minimale à partir de laquelle le glaçon ne fond pas complètement, il faut être conscient que le calcul ci-dessus repose sur l'hypothèse que l'état final est complètement liquide, ce qui impose au final d'avoir  $T_F > T_{fus}$ . Si jamais le calcul numérique donne  $T_F < T_{fus}$ , alors il y a contradiction entre l'hypothèse initiale et le résultat final. Cela signifie que l'hypothèse initiale est fautive et que le résultat final n'a pas de sens. La masse limite est donc celle qui donne  $T_F = T_{fus}$ . Attention, la vraie température finale ne sera pas le  $T_F$  calculé de cette façon.

**R2.3** - Le même étudiant qu'à la question précédente souhaite toujours refroidir la même boisson de masse  $m_2$  et température  $T_2$  en y ajoutant des glaçons de masse  $m_1$  et température  $T_1$ . Sauf que cette fois ... il en met trop, si bien qu'à l'état final il reste de la glace dans sa boisson. Déterminer la masse  $m_f$  de glace qui a fondu en fonction des mêmes paramètres qu'à la question précédente. On négligera toujours les transferts thermiques avec l'air. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ?

Cette fois, on sait que le mélange est diphasé à l'état final, ce qui nous donne sa température : la coexistence n'est possible que si  $T_F = T_{\text{fus}}$ . Le bilan d'enthalpie s'écrit comme à la question précédente, sauf que :

- ▷ seule la masse  $m_f$  fond ;
- ▷ comme  $T_F = T_{\text{fus}}$ , la glace fondue ne change pas de température.

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{0} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{0} = \underbrace{m_2 c_{\text{liq}} (T_{\text{fus}} - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1 c_{\text{sol}} (T_{\text{fus}} - T_1)}_{\text{glaçon}} + m_f \Delta_{\text{fus}} h$$

Il reste alors à isoler  $m_f$  dans cette équation.

Cette fois, l'hypothèse est que l'état final est une coexistence solide-liquide, qui permet de calculer la masse de glace fondue. Or la masse de glace fondue ne peut évidemment pas être supérieure à la masse initiale du glaçon : si jamais le calcul numérique donne  $m_f > m_1$ , alors le résultat final n'a pas de sens, ce qui indique que l'hypothèse initiale est fautive. La masse limite est donc celle qui donne  $m_f = m_1$ . On retrouve la même masse limite qu'à la question précédente, ce qui est logique.

(★) **R2.4** - Considérons un gâteau au chocolat de masse  $m$ , sorti d'un four à la température  $T_{\text{four}}$  et laissé à refroidir dans la cuisine de température  $T_0$ . Procéder au bilan entropique de la transformation. Commenter le signe de l'entropie créée.

*Donnée* : inégalité de convexité du logarithme,  $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$  ; l'expression de l'entropie d'une phase condensée est à connaître par l'étudiant.

- ▷ Variation d'entropie : comme le gâteau est un solide (s'il a suffisamment cuit !)

$$\Delta S = C \ln \frac{T_F}{T_I} = C \ln \frac{T_0}{T_{\text{four}}} < 0$$

(ce qui est logique car  $S$  est une fonction croissante de la température, qui ici diminue)

- ▷ Entropie échangée : il faut connaître  $Q$ , et pour cela appliquer le premier principe au gâteau (en enthalpie car monobare), qui donne

$$\Delta H = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{Q} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{C} (T_0 - T_{\text{four}}) \quad \text{d'où} \quad S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0} = \frac{C (T_0 - T_{\text{four}})}{T_0}$$

C'est  $T_0$  qui intervient car c'est la température du thermostat.

- ▷ La transformation est évidemment irréversible (qui a déjà vu un gâteau réchauffer tout seul ?), donc l'entropie créée est inconnue dont on sait seulement qu'elle est positive.
- ▷ Bilan d'entropie :

$$\Delta S = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{\frac{C (T_0 - T_{\text{four}})}{T_0}} + S_{\text{créée}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{solide}}}{C} \ln \frac{T_0}{T_{\text{four}}}$$

d'où on déduit

$$S_{\text{créée}} = C \left[ \frac{T_{\text{four}}}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_{\text{four}}}{T_0} \right].$$

D'après l'inégalité donnée, le terme entre crochets est positif. On peut bien sûr conclure «  $S_{\text{créée}} > 0$  donc c'est bon » ... mais on peut en dire plus : comme on sait que  $S_{\text{créée}} \geq 0$ , alors on en déduit  $C \geq 0$ . On montre ainsi que la capacité thermique d'un solide est forcément positive.

## Et après ?

- ▷ Chapitre 6 : Enthalpie de réaction chimique ;
- ▷ Chapitre 7 : Équilibres chimiques ;
- ▷ Révisions R3 : Chimie des solutions (équilibres chimiques et cinétique).