

Oscillateurs électroniques et thermodynamique

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.

Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme

Si la question de cours porte sur l'électronique, alors l'exercice concernera la thermodynamique ... et réciproquement.

Chapitre 3 : Amplificateur linéaire intégré

Ce chapitre interviendra forcément dans les exercices sur les oscillateurs, mais ne fera plus l'objet d'aucun exercice spécifique.

Chapitre 4 : Oscillateurs électroniques

Questions de cours et exercices.

Chapitre 5 : Transformations infinitésimales en thermodynamique

Questions de cours et exercices. Les colleurs seront extrêmement vigilants à la rigueur des raisonnements et des notations utilisées.

- ▷ Les questions de cours porteront sur l'ensemble du chapitre, en revanche **les exercices se limiteront à l'application des principes thermodynamiques**, p.ex. en vue d'établir des équations différentielles ou de calculer la durée de transformations, mais ne porteront pas sur les aspects plus formels de la thermodynamique différentielle cette semaine.

Révisions R3 : Thermodynamique de PTSI

Questions de cours et exercices. Les colleurs seront extrêmement vigilants à la rigueur des raisonnements et des notations utilisées.

- ▷ Aucune révision spécifique n'a été faite à propos des machines thermiques. Il s'agit d'excellents supports pour des exercices cette semaine, mais dans ce cas l'étudiant pourra être guidé si besoin sur les aspects propres aux machines thermiques (définitions des rendements et efficacités, limites de Carnot, etc.), l'objectif principal étant d'appliquer efficacement et sans erreur les principes de la thermodynamique.

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT* (trinômes 1 à 7) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

4.1 - Considérons l'oscillateur de Wien de la figure 1, constitué d'un bloc amplificateur à ALI de gain A et d'un filtre passe-bande de fonction de transfert

$$H = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

En déduire l'équation différentielle vérifiée par la tension u_1 , puis la condition sur H_0 et A pour que des oscillations spontanées puissent apparaître. À quelle condition sur H_0 et A ces oscillations sont-elles purement sinusoïdales ? Quelle est leur pulsation ? Commenter.

On travaillera uniquement avec les formes canoniques données sans chercher à exprimer les fonctions de transfert des blocs. Le commentaire attendu consiste à remarquer que le critère de démarrage ($H_0 A > 1$) et le critère d'oscillations sinusoïdales pures ($H_0 A = 1$) sont incompatibles, si bien que les oscillations ne peuvent qu'être quasi-sinusoïdales.

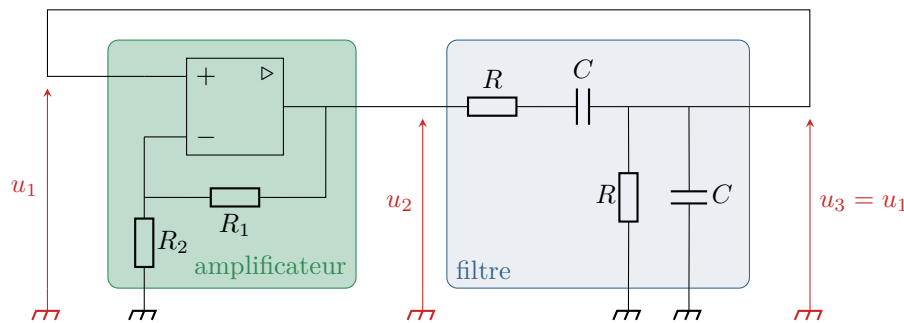


Figure 1 – Oscillateur de Wien.

4.2 - Considérons l'oscillateur de Wien de la figure 1, constitué d'un bloc amplificateur à ALI de gain A et d'un filtre passe-bande de fonction de transfert

$$H = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}.$$

Retrouver le critère de Barkhausen. En déduire la condition sur H_0 et A pour que des oscillations purement sinusoïdales puissent exister, et la pulsation de ces oscillations.

On travaillera uniquement avec les formes canoniques données sans chercher à exprimer les fonctions de transfert des blocs.

4.3 - Considérons l'équation différentielle du second ordre (a, b deux constantes connues)

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + a \frac{du}{dt} + bu = 0.$$

Compléter le code ci-dessous permettant de la résoudre numériquement pour $u(0) = 5 \text{ V}$ et $du/dt(0) = 0 \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$. Les relations de récurrence utiles doivent être démontrées avant toute écriture de code Python.

```

1  ### Définitions des constantes :
2  a = .1
3  b = 2 # exemples arbitraires !

5  ### Paramètres de la simulation :
6  dt = 1e-3 # pas de temps
7  N = 10000 # nbre de pas de temps

```

Éléments de réponse : On introduit la dérivée première $v = du/dt$, que l'on traite « fictivement » comme une deuxième fonction inconnue, ce qui permet de se ramener à un système différentiel de deux équations du premier ordre

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} + av + bu = 0. \end{cases}$$

Appliquer le schéma d'Euler explicite à ces deux équations différentielles mène aux relations de récurrence. Après calculs (à détailler pendant la colle!),

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + \Delta t v_n \\ v_{n+1} = (1 - a \Delta t)v_n - b \Delta t u_n \end{cases}$$

Pour le code Python en lui-même, il est nécessaire d'initialiser toutes les listes utiles avant d'écrire la moindre boucle. Un code qui marche est le suivant ... mais il en existe d'autres!

```

1  ### Initialisation des listes :
2  t = [n*dt for n in range(N)]
3  u = [None for n in range(N)] # None = "rien du tout"

```

```

4 | v = [None for n in range(N)]
6 | ### Conditions initiales :
7 | u[0] = 5 # en volts
8 | v[0] = 0 # en V.s-1
10 | ### Récurrence :
11 | for n in range(N-1):
12 |     u[n+1] = u[n] + dt * v[n]
13 |     v[n+1] = (1 - a*dt) * v[n] - b * dt * u[n]

```

(★) 4.4 - Considérons le multivibrateur astable de la figure 2. Le cycle d'hystérésis du bloc ① est représenté figure 2, et on donne la relation entrée-sortie du bloc ②,

$$\frac{du_3}{dt} = -\frac{1}{\tau}u_2.$$

Déterminer la période des oscillations.

(PT uniquement) 4.5 - Considérons le multivibrateur astable de la figure 2. Le cycle d'hystérésis du bloc ① est représenté figure 2, et on donne la relation entrée-sortie du bloc ②,

$$\frac{du_3}{dt} = -\frac{1}{\tau}u_2.$$

On suppose qu'à l'instant $t = 0$ l'ALI vient de basculer en saturation haute. En déduire l'expression de $u_1(t)$ au cours de la première phase, puis l'instant t_1 auquel l'ALI bascule en saturation basse. Reprendre alors le calcul pour l'ALI en saturation basse. En déduire la période des oscillations.

On travaillera uniquement avec les formes canoniques données sans chercher à exprimer les fonctions de transfert des blocs.

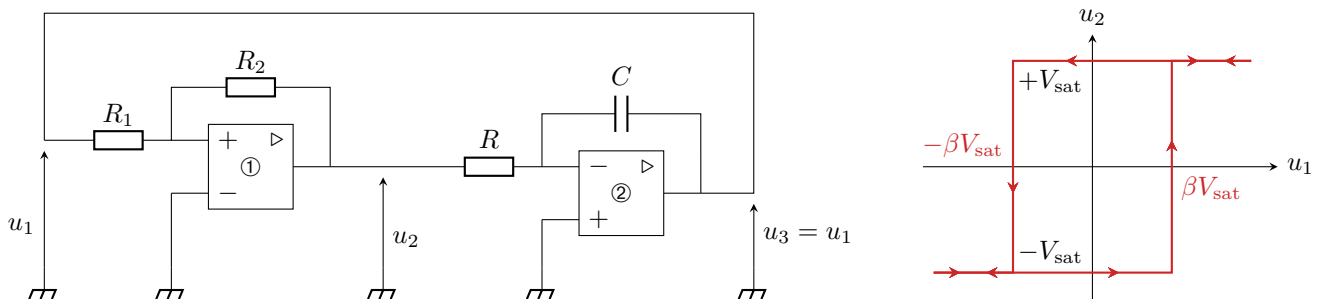


Figure 2 – Multivibrateur astable.

5.1 - Établir l'expression des capacités thermiques d'un gaz parfait en fonction de R et γ . La relation de Mayer devra être redémontrée.

5.2 - Considérons une casserole contenant une masse m d'eau à la température T . La plaque de cuisson lui transmet une puissance thermique constante \mathcal{P}_0 , et elle est refroidie par contact avec l'air. On note R_{th} la résistance thermique décrivant ce refroidissement. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T de l'eau dans la casserole.

5.3 - Définir l'enthalpie libre G . Exprimer la différentielle dG au cours d'une transformation isotherme, monobare, mais irréversible et avec échange de travail. En déduire le critère d'évolution spontanée portant sur le signe de dG .

La question n'est pas particulièrement importante en soi, en revanche la manipulation rigoureuse de l'écriture infinitésimale des principes de la thermodynamique l'est! En particulier, vous serez très vigilant à l'utilisation des notations d et δ .

5.4 - Établir l'expression de l'entropie d'une phase condensée.

(★) 5.5 - En partant d'une identité thermodynamique, montrer sur l'exemple de la transition liquide-gaz qu'un changement d'état se fait toujours au profit de la phase de plus petit potentiel chimique.

R3.1 - Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail W reçu au cours d'une compression d'un volume V_I à un volume V_F telle que les lois de Laplace s'appliquent.

Il est attendu que l'étudiant connaisse au strict minimum l'expression en PV^γ et sache retrouver très, très vite les deux autres ... mais c'est encore mieux si les trois sont connus par cœur!

Au cours de la compression on a $PV^\gamma = K = \text{cte}$, d'où

$$W = - \int_{V_I}^{V_F} P dV = -K \int_{V_I}^{V_F} \frac{dV}{V^\gamma} = -K \int_{V_I}^{V_F} V^{-\gamma} dV = -K \left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_{V_I}^{V_F} = \frac{K}{\gamma-1} \left(V_F^{1-\gamma} - V_I^{1-\gamma} \right).$$

La dernière étape du calcul utilise la primitive d'une fonction de type $x \mapsto x^n$ qui, en cas de trou de mémoire, se retrouve immédiatement sur l'exemple de $x \mapsto x^2$ qui s'intègre en $x^3/3$.

R3.2 - Un glaçon, de masse m_1 et température T_1 , est sorti du congélateur pour être mis dans un verre contenant une boisson au choix de l'étudiant, de masse m_2 et température T_2 (la boisson, pas l'étudiant). On suppose que le glaçon fond totalement et rapidement, ce qui permet de négliger les transferts thermiques avec l'air. Déterminer la température finale T_F du breuvage. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement? Le résultat sera donné en fonction de l'enthalpie de fusion $\Delta_{\text{fus}}h$ de l'eau et des capacités thermiques massiques c_{sol} et c_{liq} , supposées égales pour le glaçon et la boisson.

On utilise l'additivité de l'enthalpie pour sommer les contributions du glaçon et de la boisson.

▷ la boisson est liquide et sa température passe de T_2 à T_F ;

▷ le glaçon se réchauffe et fond, ce que l'on décompose comme la succession de trois transformations élémentaires :

→ d'abord, le glaçon est solide et sa température passe de T_1 à T_{fus} ;

→ ensuite, le glaçon fond totalement de manière isobare isotherme;

→ enfin, le glaçon est liquide et sa température passe de T_{fus} à T_F .

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H = 0 + 0 = \underbrace{m_2 c_{\text{liq}} (T_F - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1 c_{\text{sol}} (T_{\text{fus}} - T_1) + m_1 \Delta_{\text{fus}}h + m_1 c_{\text{liq}} (T_F - T_{\text{fus}})}_{\text{glaçon}}$$

Il reste alors à isoler T_F dans cette équation.

Pour déterminer la masse minimale à partir de laquelle le glaçon ne fond pas complètement, il faut être conscient que le calcul ci-dessus repose sur l'hypothèse que l'état final est complètement liquide, ce qui impose au final d'avoir $T_F > T_{\text{fus}}$. Si jamais le calcul numérique donne $T_F < T_{\text{fus}}$, alors il y a contradiction entre l'hypothèse initiale et le résultat final : la vraie température finale ne sera pas le T_F calculé de cette façon. Cela signifie que l'hypothèse initiale est fautive et que le résultat final n'a pas de sens. La masse limite est donc celle qui donne $T_F = T_{\text{fus}}$.

R3.3 - Le même étudiant qu'à la question précédente souhaite toujours refroidir la même boisson de masse m_2 et température T_2 en y ajoutant des glaçons de masse m_1 et température T_1 . Sauf que cette fois ... il en met trop, si bien qu'à l'état final il reste de la glace dans sa boisson. Déterminer la masse m_f de glace qui a fondu en fonction des mêmes paramètres qu'à la question précédente. On négligera toujours les transferts thermiques avec l'air. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ?

Cette fois, on sait que le mélange est diphasé à l'état final, ce qui nous donne sa température : la coexistence n'est possible que si $T_F = T_{\text{fus}}$. Le bilan d'enthalpie s'écrit comme à la question précédente, sauf que :

▷ seule la masse m_f fond ;

▷ comme $T_F = T_{\text{fus}}$, la glace fondue ne change pas de température.

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H = 0 + 0 = \underbrace{m_2 c_{\text{liq}} (T_{\text{fus}} - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1 c_{\text{sol}} (T_{\text{fus}} - T_1) + m_f \Delta_{\text{fus}}h}_{\text{glaçon}}$$

Il reste alors à isoler m_f dans cette équation.

Cette fois, l'hypothèse est que l'état final est une coexistence solide-liquide, qui permet de calculer la masse de glace fondue. Or la masse de glace fondue ne peut évidemment pas être supérieure à la masse initiale du glaçon : si jamais le calcul numérique donne $m_f > m_1$, alors le résultat final n'a pas de sens, ce qui indique que l'hypothèse initiale est fautive. La masse limite est donc celle qui donne $m_f = m_1$. On retrouve la même masse limite qu'à la question précédente, ce qui est logique.

(★) **R3.4** - Considérons un gâteau au chocolat de capacité thermique C , sorti d'un four à la température T_{four} et laissé à refroidir dans la cuisine de température T_0 . Procéder au bilan entropique de la transformation. Commenter le signe de l'entropie créée.

Donnée : inégalité de convexité du logarithme, $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$; l'expression de l'entropie d'une phase condensée est à connaître par l'étudiant.

- ▷ *Variation d'entropie : comme le gâteau est un solide (s'il a suffisamment cuit !)*

$$\Delta S = C \ln \frac{T_F}{T_I} = C \ln \frac{T_0}{T_{\text{four}}} < 0$$

(ce qui est logique car S est une fonction croissante de la température, qui ici diminue)

- ▷ *Entropie échangée : il faut connaître Q , et pour cela appliquer le premier principe au gâteau (en enthalpie car monobare), qui donne*

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} Q \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{=} C(T_0 - T_{\text{four}}) \quad \text{d'où} \quad S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0} = \frac{C(T_0 - T_{\text{four}})}{T_0}$$

C'est T_0 qui intervient car c'est la température du thermostat.

- ▷ *La transformation est évidemment irréversible (qui a déjà vu un gâteau réchauffer tout seul ?), donc l'entropie créée est inconnue : on sait seulement qu'elle est positive.*
- ▷ *Bilan d'entropie :*

$$\Delta S \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd P}}}{=} \frac{C(T_0 - T_{\text{four}})}{T_0} + S_{\text{créée}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{solide}}}{=} C \ln \frac{T_0}{T_{\text{four}}}$$

d'où on déduit

$$S_{\text{créée}} = C \left[\frac{T_{\text{four}}}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_{\text{four}}}{T_0} \right].$$

D'après l'inégalité donnée, le terme entre crochets est positif. On peut bien sûr conclure « $S_{\text{créée}} > 0$, ouf, j'ai bon » ... mais on peut en dire plus : comme on sait que $S_{\text{créée}} \geq 0$, alors on en déduit $C \geq 0$. On montre ainsi que la capacité thermique d'un solide est forcément positive.

Et après ?

- ▷ Chapitre 6 : Enthalpie de réaction ;
 ▷ Chapitre 7 : Équilibres chimiques ;
 ▷ Révisions R4 : Chimie des solutions.