BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

Programme des colles semaine 10 : du 15 au 19 novembre

Thermochimie et mécanique des fluides

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice. Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme

Chapitre 6 : Enthalpie de réaction chimique

Les notions de ce chapitre ne feront l'objet d'**aucun exercice spécifique**, mais pourront intervenir dans les exercices portant sur le chapitre 7.

Chapitre 7 : Équilibres chimiques

Questions de cours et exercices.

Chapitre 8 : Statique des fluides

Questions de cours et exercices.

Chapitre 9 : Description des écoulements

Questions de cours uniquement. **Aucun exercice cette semaine.**

Révisions R4 : Théorèmes généraux de la mécanique

Questions de cours et exercices.

- Ces révisions portent sur l'application des théorèmes généraux (TRC, TEC/TEM, TMC). Les chapitres d'application (particules chargées, forces centrales) seront révisés ultérieurement.
- **Pour les 5/2 uniquement**, l'exercice principal de la colle pourra éventuellement être un exercice de mécanique. **Pour les 3/2**, un exercice de mécanique pourra éventuellement être donné en 10-15 minutes en fin de colle, indépendamment du fait que l'exercice principal ait été réussi ou fini.
- **On se limitera aux situations classiques**, ne présentant pas de difficulté particulière ni dans les raisonnements ni dans les calculs.

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT⋆ (trinômes 1 à 8) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

7.1 - Établir la loi d'action des masses et définir K° à partir de $\Delta_\mathrm{r}G^\circ$. On partira de l'expression de $\Delta_\mathrm{r}G$ en termes des potentiels chimiques. On admet que le potentiel chimique du constituant physico-chimique i a pour expression

$$\mu_i(T, P, \text{composition}) = \mu_i^\circ(T) + RT\ln a_i\,.$$

7.2 - Considérons la réaction

$$\mathrm{CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} \;=\; CH_3COO^-_{(aq)} + NH^+_{4(aq)}}$$

Sa constante d'équilibre vaut $K^\circ = 10^{4,4}$. À l'état initial, les concentrations en $\mathrm{CH_3COOH}$ et $\mathrm{NH_3}$ sont respectivement $C_1 = 1{,}5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ et $C_2 = 1{,}0\cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol\cdot L^{-1}}$. Déterminer toutes les concentrations à l'équilibre, en faisant les approximations qui s'imposent.

7.3 - Considérons la réaction de dissolution de l'hydroxyde de calcium,

$$\mathrm{Ca(OH)_{2(s)}} \;=\; \mathrm{Ca^{2+}_{(aq)}} + 2\,\mathrm{HO^-_{(aq)}}\,.$$

Sa constante d'équilibre vaut $K_s = 10^{-5,2}$. On se place dans $V_0 = 100\,\mathrm{mL}$ de solution.
a **-** Déterminer l'expression littérale de l'avancement $\xi_{\text{éq}}$ à l'équilibre. Numériquement, $\xi_{\text{éq}} = 11\,\mathrm{mmol}$.
b **-** On part d'une quantité de matière initiale de solide $n_0 = 50\,\mathrm{mmol}$. Déterminer toutes les quantités de matière dans l'état final.
c **-** Reprendre la question pour $n'_0 = 5\,\mathrm{mmol}$.

7.4 - La synthèse de l'ammoniac s'effectue selon l'équilibre $\mathrm{N_{2(g)}} + 3\,\mathrm{H_{2(g)}} \rightleftharpoons 2\,\mathrm{NH_{3(g)}}$. L'enthalpie de réaction vaut $\Delta_r H^\circ = -92{,}4\,\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$. Énoncer la loi de van't Hoff et en déduire l'effet d'une augmentation de température sur l'équilibre.

7.5 - On considère de nouveau la synthèse de l'ammoniac. Quelques lignes de calcul permettent de montrer que le quotient de réaction peut s'écrire en fonction des quantités de matière et de la pression P

$$Q = \frac{n_{\mathrm{NH_3}}^2}{n_{\mathrm{N_2}}\, n_{\mathrm{H_2}}^3} \left(\frac{p^\circ}{P}\right)^2 n_{\mathrm{tot}}^2\,,$$

où n_{tot} est la quantité de matière totale de la phase gazeuse. Déterminer l'effet sur l'équilibre d'une des modifications suivantes du milieu réactionnel : extraction d'ammoniac ? augmentation de pression ? ajout d'un constituant gazeux inerte sans modification de pression ?

8.1 - Établir la relation de la statique des fluides dans le seul champ de pesanteur, en admettant que le champ de pression ne dépend que de la coordonnée verticale z.

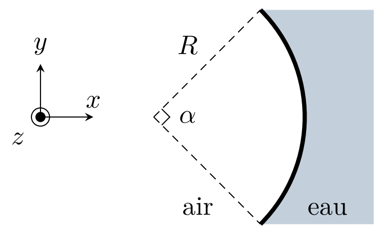
8.2 - Exprimer la résultante des forces de pression sur une particule fluide de volume $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$. Définir l'opérateur gradient et exprimer la densité volumique de force équivalente.

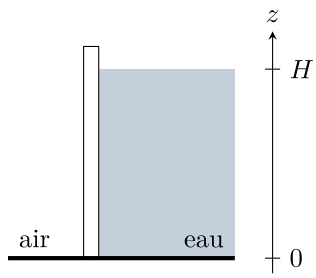
> *Cette démonstration est hors programme. Dans le contexte de la banque PT, la question pourrait éventuellement être posée mais elle serait alors guidée. Je demande néanmoins à tous les étudiants de l'apprendre pour travailler les développements limités, les dérivées partielles et le gradient ... qui sont eux au cœur du programme !*

8.3 - En partant de la relation de la statique des fluides, exprimer le champ de pression dans le modèle de l'atmosphère isotherme.

8.4 - On considère le barrage voûte schématisé ci-dessous, cylindrique de rayon R et de hauteur d'eau H. Déterminer (sans calcul mais en justifiant soigneusement) la direction et le sens de la résultante des forces de pression exercées par l'eau sur le barrage, puis la calculer.

Données :
- ▷ champ de pression dans l'eau : $P(z) = P_0 + \rho_0 g(H - z)$;
- ▷ angle d'ouverture $\alpha = \pi/2$.





9.1 - Dans une conduite cylindrique de rayon R, le champ des vitesses d'un écoulement laminaire est donné par le profil de Poiseuille :

$$\vec{v}(r) = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{e}_z\,.$$

Représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement, et calculer le débit volumique.

9.2 - Pour un écoulement dont le champ de vitesse **en coordonnées cartésiennes** est donné par l'interrogateur, représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement et déterminer si l'écoulement est compressible, puis tourbillonnaire.

> *Le but principal de cette question est de vérifier que les expressions de* div *et* $\overrightarrow{\mathrm{rot}}$ *sont connues.*

R4 - Préambule : même si elles ne feront pas l'objet de questions de cours posées en colle, vous devez absolument connaître les lois de force usuelles et, le cas échéant, les énergies potentielles associées.

R4.1 - Établir l'expression de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires, d'abord dans le cas particulier d'un mouvement circulaire, puis dans le cas général.

> *Ne pas oublier que* $r = cte \Longrightarrow \dot{r} = 0$ *et* $\ddot{r} = 0$ *pour un mouvement circulaire.*

(★) R4.2 - Rappeler **puis ensuite** démontrer l'expression de l'accélération dans le cas particulier d'un mouvement circulaire uniforme et la commenter.

> *On montre que* $\vec{a} = -\dfrac{v^2}{R}\vec{e}_r$ *... ce qu'il faut retenir, et donc savoir énoncer sans démonstration !*
> - *Bien que le mouvement soit uniforme, l'accélération n'est pas nulle !!! En effet, le vecteur vitesse n'est pas constant, seule sa norme l'est.*
> - *Elle est centripète, c'est-à-dire dirigée vers le centre de la trajectoire, ce qui est logique car l'accélération est* toujours *dirigée vers l'intérieur de la courbure de la trajectoire.*

R4.3 - Établir l'équation de la trajectoire d'un point matériel en chute libre par application du PFD.

R4.4 - Établir l'équation du mouvement d'un pendule simple par application du PFD en coordonnées polaires (**la méthode est imposée**).

R4.5 - Établir l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique masse-ressort en exploitant la conservation de l'énergie mécanique (**la méthode énergétique est imposée**). La résoudre pour des conditions initiales $x(0) = X_0$ et $v(0) = V_0$.

> ***Méthode :*** *Schéma obligatoire pour définir les notations. Le système est la masse, on choisit le repère tel que la longueur du ressort soit x. Son énergie mécanique s'écrit*
>
> $$E_m = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x-\ell_0)^2\,.$$
>
> *La masse n'est soumise qu'à des forces conservatives ou des forces qui ne travaillent pas, son énergie mécanique est donc constante. On en déduit*
>
> $$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = m\dot{x}\ddot{x} + k(x-\ell_0)\dot{x} = 0\,,$$
>
> *ce qui permet de retrouver l'équation du mouvement en simplifiant par $\dot{x}$.*
>
> *Pour trouver les constantes d'intégration, il est plus simple de raisonner sur la solution en cos + sin. Après calculs, on trouve*
>
> $$x(t) = \ell_0 + (X_0 - \ell_0)\cos(\omega_0 t) + \frac{V_0}{\omega}\sin(\omega_0 t)\,.$$

R4.6 - On lance à la verticale un projectile de masse m avec une vitesse v_0. Quelle hauteur maximale peut-il atteindre avant de retomber ?

> ***Méthode :*** *comme on cherche la hauteur « maximale », on néglige les frottements si bien que l'énergie mécanique du projectile se conserve. Il suffit d'écrire l'égalité de l'énergie mécanique aux deux points particuliers qui nous intéressent :*
>
> $$E_m \underset{\substack{\uparrow\\ CI}}{=} \frac{1}{2}m{v_0}^2 + 0 \underset{\substack{\uparrow\\ max}}{=} 0 + mgh \qquad \text{d'où} \qquad h = \frac{{v_0}^2}{2g}\,.$$

(★) R4.7 - Établir l'équation du mouvement du pendule pesant par application du théorème du moment cinétique et/ou par conservation de l'énergie mécanique (méthode au choix de l'étudiant).

> *Ne pas confondre pendule pesant (solide de moment d'inertie J dont le centre de masse se trouve à une distance d de l'axe de rotation) et pendule simple (point matériel attaché à un fil idéal de longueur ℓ).*

Et après ?

- ▷ Chapitre 10 : Bilans d'énergie des écoulements ;
- ▷ Chapitre 11 : Champ électrostatique ;
- ▷ Révisions R5 : Architecture de la matière.