



BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

Programme des colles semaine 13 : du 4 au 9 décembre

Bernoulli et Gauss

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.

Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours, ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

Au programme



Tous les étudiants seront interrogés sur le théorème de Gauss en question de cours **ou** en exercice.

Chapitre 9 : Description des écoulements

Ce chapitre interviendra forcément en lien avec le théorème de Bernoulli, mais ne fera plus l'objet d'exercices spécifiques.

Chapitre 10 : Énergétique des écoulements, théorème de Bernoulli

Questions de cours et exercices.

- ▷ Le programme se limite aux écoulements en conduite. Des exercices sur les écoulements externes peuvent être donnés (sonde de Pitot, aile d'avion, etc.) mais doivent alors être relativement guidés.
- ▷ Aucune formule n'est à connaître pour les pertes de charge, la relation de Darcy-Weisbach doit être systématiquement rappelée, mais les étudiants doivent savoir exploiter un diagramme de Moody ou équivalent pour déterminer un coefficient de perte de charge.

Chapitre 11 : Champ électrostatique, théorème de Gauss

Questions cours et exercices d'application simple du cours. Des distributions de charge inhomogènes peuvent être envisagées.

- ▷ Comme chaque année, j'introduis le potentiel dans un second chapitre, de même que l'étude topographique des lignes de champ.

Révisions R6 : Gravitation

Questions de cours uniquement. Ces révisions ne feront l'objet d'aucun exercice spécifique, même si des questions utilisant les connaissances de PTSI pourront éventuellement être posées dans des exercices autour du théorème de Gauss gravitationnel.

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT* (trinômes 8 à 14) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

(★) 10.1 - Établir la relation de Bernoulli.

La démonstration attendue consiste à refaire le bilan d'énergie, **dans le cas particulier où les termes de puissance indiquée et de puissance visqueuse sont nuls**. La démonstration est notoirement très longue : les étudiants doivent non seulement faire un effort de mémorisation **mais aussi de concision** dans la présentation. Les points clés de la démonstration qui doivent absolument apparaître sont les suivants :

- ▷ passage du système ouvert à un système fermé (comment $\delta\Sigma_e$ et $\delta\Sigma_s$ sont ils construits ?)
- ▷ bilan de masse pour montrer que $\delta m_e = \delta m_s$;

- ▷ les deux écritures de la variation d'énergie mécanique $dE_{m,f}$ du système fermé;
- ▷ l'expression du travail de transvasement en fonction des pressions;
- ▷ simplifications pour aboutir au résultat.

Pour information, cette démonstration a déjà été demandée à un de mes étudiants en exercice de cours à l'oral.

10.2 - Établir l'expression de la vitesse de vidange d'un réservoir rempli d'une hauteur d'eau H et percé au fond par un orifice de faible section (relation de Torricelli).

10.3 - Établir l'évolution des champs de pression et de vitesse dans un dispositif type Venturi.

Bien que très classique, le dispositif de Venturi n'est pas à connaître et pourra donc être rappelé si besoin. Je n'attends pas de longs calculs : l'étudiant doit combiner la conservation du débit et le théorème de Bernoulli pour montrer qu'un resserrement de section entraîne une hausse de vitesse et une chute de pression.

(PT uniquement) 10.4 - Énoncer sans démonstration le théorème de Bernoulli généralisé en présence de pièces mobiles et de pertes de charge. L'interrogateur précisera la dimension voulue (puissance, pression, etc.), si l'écriture concerne une puissance ou un travail indiqué, et si les pertes de charge doivent s'exprimer sous forme de pression ou de hauteur. L'objectif est de jongler sans erreur avec les dimensions des différents termes.

Exemples :

- ▷ Écriture en énergie massique, pertes de charge en hauteur d'eau équivalente :

$$\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + gz_s \right) - \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{v_e^2}{2} + gz_e \right) = w_i - g \Delta h^*.$$

- ▷ Écriture homogène à une pression :

$$\left(P_s + \frac{1}{2} \rho v_s^2 + \rho g z_s \right) - \left(P_e + \frac{1}{2} \rho v_e^2 + \rho g z_e \right) = \rho w_i - \Delta p^*.$$

- ▷ etc.

10.5 - Établir l'expression de la puissance disponible sur les turbines d'une centrale hydroélectrique de hauteur de chute h . On négligera les pertes de charge et on supposera que la pression et la vitesse du fluide sont les mêmes en entrée et en sortie de l'installation.

11.1 - Rappeler l'équation de Maxwell-Gauss puis démontrer le théorème de Gauss.

11.2 - Identifier les analogies formelles entre force de gravitation et force de Coulomb et en déduire le théorème de Gauss gravitationnel. Déterminer le champ de gravitation créé par une planète sphérique de masse volumique uniforme.

11.3 - Déterminer le champ électrostatique créé par une sphère uniformément chargée en volume.

Cette question n'a pas été traitée directement en cours, mais faite en TD.

11.4 - Déterminer le champ électrostatique créé par un cylindre infini uniformément chargé en volume.

11.5 - Déterminer le champ électrostatique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.

🔴🔴🔴 **Attention !** Sur toutes les questions relatives au théorème de Gauss, la rigueur de la démarche est un point essentiel qui doit **très clairement** apparaître.

(★) **R6.1** - Dans le cas d'un champ central quelconque, établir la conservation du moment cinétique et ses conséquences (planéité du mouvement et loi des aires).

(★) **R6.2** - En considérant le champ gravitationnel, construire l'énergie potentielle effective adaptée et l'utiliser pour discuter de la nature des trajectoires en fonction de la valeur de l'énergie mécanique.

R6.3 - Dans le cas particulier d'un mouvement circulaire dans le champ gravitationnel, montrer que le mouvement est uniforme et établir sa vitesse.

R6.4 - Dans le cas particulier d'un mouvement circulaire dans le champ gravitationnel, établir la troisième loi de Kepler et la généraliser au cas d'une trajectoire elliptique. L'expression de la vitesse en orbite circulaire pourra être admise ou redémontrée.

Et après ?

- ▷ Chapitre 12 : Potentiel électrostatique ;
- ▷ Chapitre 13 : Conduction électrique ;
- ▷ Révisions R7 : Mouvement des particules chargées.