



BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

Programme des colles semaine 13 : du 6 au 10 décembre

Bernoulli et Gauss

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.
Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours,
ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque!

Au programme

Chapitre 9 : Description des écoulements

Questions de cours et exercices.

Chapitre 10 : Bilans d'énergie des écoulements en conduite

Questions de cours et exercices.

Chapitre 11 : Champ électrostatique

Questions de cours uniquement. **Aucun exercice cette semaine.**

Révisions R5 : Architecture de la matière

Questions de cours uniquement. **Aucun exercice cette semaine.**

Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT* (trinômes 1 à 8) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler!

9.1 - Dans une conduite cylindrique de rayon R , le champ des vitesses d'un écoulement laminaire est donné par le profil de Poiseuille :

$$\vec{v}(r) = V_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{e}_z.$$

Représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement, et calculer le débit volumique.

9.2 - Pour un écoulement dont le champ de vitesse **en coordonnées cartésiennes** est donné par l'interrogateur, représenter le profil de vitesse sur une section droite de l'écoulement et déterminer si l'écoulement est compressible, puis tourbillonnaire.

Le but principal de cette question est de vérifier que les expressions de div et $\vec{\text{rot}}$ sont connues.

(★) **10.1** - Établir la relation de Bernoulli.

La démonstration attendue consiste à refaire le bilan d'énergie, **dans le cas particulier où les termes de puissance indiquée et de puissance visqueuse sont nuls**. La démonstration est notoirement très longue : les étudiants doivent non seulement faire un effort de mémorisation **mais aussi de concision** dans la présentation. Les points clés de la démonstration qui doivent absolument apparaître sont les suivants :

- ▷ passage du système ouvert à un système fermé (comment $\delta\Sigma_e$ et $\delta\Sigma_s$ sont ils construits?)
- ▷ bilan de masse pour montrer que $\delta m_e = \delta m_s$;
- ▷ les deux écritures de la variation d'énergie mécanique $dE_{m,f}$;
- ▷ l'expression du travail de transvasement en fonction des pressions;
- ▷ simplifications pour aboutir au résultat.

Pour information, cette démonstration a été demandée à un de mes étudiants en exercice de cours à l'oral l'an dernier.

10.2 - Énoncer sans démonstration le « vrai » théorème de Bernoulli en indiquant les hypothèses sur l'écoulement. Retrouver la vitesse de vidange d'un réservoir rempli d'une hauteur d'eau H et percé au fond par un orifice de faible section (relation de Torricelli).

Par « vrai » théorème de Bernoulli, j'entends celui pour un écoulement parfait sans puissance indiquée.

10.3 - Énoncer sans démonstration le « vrai » théorème de Bernoulli en indiquant les hypothèses sur l'écoulement. Retrouver l'évolution des champs de pression et de vitesse dans un dispositif type Venturi.

Bien que très classique, le dispositif de Venturi n'est pas à connaître et pourra donc être rappelé si besoin. Je n'attends pas de longs calculs : l'étudiant doit combiner la conservation du débit et le théorème de Bernoulli pour montrer qu'un resserrement de section entraîne une hausse de vitesse et une chute de pression.

10.4 - Énoncer sans démonstration le théorème de Bernoulli généralisé en présence de pièces mobiles et de pertes de charge. L'interrogateur précisera la dimension voulue (puissance, pression, etc.), si l'écriture concerne une puissance ou un travail indiqué, et si les pertes de charge doivent s'exprimer sous forme de pression ou de hauteur. L'objectif est de jongler sans erreur avec les dimensions des différents termes.

Exemples :

▷ Écriture en énergie massique, pertes de charge en hauteur d'eau équivalente :

$$\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{v_s^2}{2} + gz_s \right) - \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{v_e^2}{2} + gz_e \right) = w_i - g \Delta h^*.$$

▷ Écriture homogène à une pression :

$$\left(P_s + \frac{1}{2} \rho v_s^2 + \rho g z_s \right) - \left(P_e + \frac{1}{2} \rho v_e^2 + \rho g z_e \right) = \rho w_i - \Delta p^*.$$

▷ etc.

10.5 - Énoncer sans démonstration le théorème de Bernoulli en présence de pièces mobiles en indiquant les hypothèses sur l'écoulement. On négligera les pertes de charge. En déduire la puissance disponible sur les turbines d'une centrale hydroélectrique de hauteur de chute h . On supposera que la pression et la vitesse du fluide sont les mêmes en entrée et en sortie de l'installation.

11.1 - Rappeler l'équation de Maxwell-Gauss puis démontrer le théorème de Gauss.

11.2 - Déterminer le champ électrostatique créé par une sphère uniformément chargée en volume.

11.3 - Déterminer le champ électrostatique créé par un cylindre infini uniformément chargé en volume.

11.4 - Déterminer le champ électrostatique créé par un plan infini uniformément chargé en surface.

Sur toutes les questions relatives au théorème de Gauss, la rigueur de la démarche est un point essentiel qui doit **très clairement** apparaître.

R5.1 - Nommer, orthographier correctement, et énoncer les règles permettant de déterminer la configuration électronique d'un atome dans son état fondamental. Les appliquer sur un exemple au choix de l'interrogateur (qui a de bonnes chances de faire partie du bloc d!)

Les exceptions à la règle de Klechkovski (cuivre, chrome, etc.) ne sont pas à connaître, mais les étudiants doivent pouvoir les interpréter en termes de sous-couche totalement ou à moitié remplie.

R5.2 - La configuration électronique d'un élément étant donnée par l'interrogateur, en déduire celle de l'élément situé immédiatement en dessous, au dessus, à sa gauche ou à sa droite dans le tableau périodique.

Deux éléments situés côte à côte dans le tableau périodique ont des numéros atomiques qui diffèrent d'une unité, leur configuration diffère donc d'un électron sur la sous-couche en cours de remplissage. Deux éléments situés l'un au dessus de l'autre ont même configuration de valence, mais sur des couches différentes d'une unité.

Par exemple, le phosphore a pour configuration $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$:

▷ il est situé à gauche du soufre, de configuration $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$;

▷ il est situé au dessus de l'arsenic, de configuration $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^3$.

R5.4 - Représenter la maille CFC. Déterminer la population et la compacité.

R5.5 - Représenter la maille CFC. Donner les deux types de sites intersticiels, leur localisation et les dénombrer en justifiant. Déterminer leur habitabilité.

Et après ?

- ▷ Chapitre 12 : Potentiel électrostatique ;
- ▷ Chapitre 13 : Conduction électrique ;
- ▷ Révisions R6 : Particules chargées et forces centrales.