

# Conduction thermique Thermodynamique industrielle

La colle commence par une question de cours extraite de la liste ci-dessous et se poursuit par un exercice.  
Je rappelle que vous trouverez sur mon site la version complétée du poly de cours,  
ainsi que les corrigés des TD et des DM. N'hésitez surtout pas à me signaler s'il en manque !

## Au programme

🔴🔴🔴 **Attention !** La rotation des groupes de colle a entraîné un peu décalage, et quelques trinômes n'ont pas eu de colle de physique ces deux dernières semaines : les trinômes 10 et 11 seront interrogés **uniquement** sur la conduction thermique et les dosages (programme des semaines précédentes).

Les autres trinômes seront interrogés sur l'ensemble du programme :  
conduction thermique, dosages et thermodynamique industrielle.

### Chapitre 15 : Conduction thermique

Questions de cours et exercices.

- ▷ 🔴🔴🔴 **Attention !** Le programme est désormais explicitement limité aux géométries unidimensionnelles **cartésiennes**. Les exercices nécessitant une simple application de la loi de Fourier en coordonnées cylindriques ou sphériques (calcul de résistance thermique, profil de température, etc.) me semblent toujours pouvoir être donnés car les techniques sont les mêmes qu'en électromagnétisme, en revanche tous les bilans mésoscopiques dans une géométrie autre que cartésienne, en particulier pour démontrer l'équation de la chaleur, sont clairement exclus. Si nécessaire, l'équation de la chaleur tridimensionnelle est à connaître et l'expression du laplacien scalaire peut être fournie.
- ▷ Pour étoffer les exercices sur les bilans mésoscopiques, ne pas hésiter en revanche à considérer le cas de production interne de chaleur ou d'échange en surface par convection et/ou rayonnement. Toutefois, rien n'est à connaître à ce sujet, et les questions doivent donc être relativement guidées.

### Chapitre 16 : Diagrammes et tables thermodynamiques

Questions de cours et exercices.

### Chapitre 17 : Thermodynamique des installations industrielles

Questions de cours et exercices.

### Révisions R9 : Dosages

Questions de cours uniquement. **Aucun exercice cette semaine.**

## Questions et applications de cours

Seuls les étudiants du groupe PT\* (trinômes 1 à 7) seront interrogés sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

**15.1** - Établir le profil de température en régime permanent  $T(x)$  dans une plaque plane d'épaisseur  $e$ , section  $S$ , faite dans un matériau de conductivité thermique  $\lambda$ .

La méthode utilisée (conservation du flux ou double intégration de l'équation de la chaleur) est laissée au choix de l'étudiant.

**15.2** - Établir l'expression de la résistance thermique d'une plaque plane d'épaisseur  $e$ , section  $S$ , faite dans un matériau de conductivité thermique  $\lambda$ .

**15.3** - Établir l'équation de la chaleur à une dimension cartésienne.

**15.4** - Considérons une plaque plane d'épaisseur  $e$ , faite d'un matériau de diffusivité  $D$  et soumise à « un échelon » de température  $\Delta T$ . Au choix de l'interrogateur, exprimer ou bien la durée  $\tau$  caractéristique du régime transitoire ou bien exprimer l'abscisse  $x$  à laquelle avance le front de diffusion au bout d'un temps  $t$ , en raisonnant par analyse dimensionnelle. Commenter les résultats.

**Éléments de réponse :** On cherchera les expressions sous la forme  $e^\alpha D^\beta \Delta T^\gamma$  ou équivalent. On insistera ensuite sur le fait que les résultats sont indépendants de  $\Delta T$  ( $\gamma = 0$ ), ce qui n'a rien d'intuitif, et sur la différence fondamentale entre un phénomène diffusif et un phénomène propagatif (ondulatoire) pour lequel on aurait  $x = ct$ .

**15.5** - On considère l'espace et le temps discrétisés avec des pas respectifs  $\Delta x$  et  $\Delta t$ . Établir en fonction des températures aux différents points l'expression discrétisée de la dérivée spatiale seconde

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_j, t_i).$$

**15.6** - Compléter le code Python ci-dessous permettant de résoudre l'équation de la chaleur unidimensionnelle par le schéma d'Euler explicite. Les températures sont stockées sous forme d'une liste de listes. On rappelle l'expression de la dérivée seconde discrétisée :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_j, t_i) = \frac{T(x_j + \Delta x, t_i) + T(x_j - \Delta x, t_i) - 2T(x_j, t_i)}{\Delta x^2}.$$

Avant toute écriture de code, on commencera par établir les relations de récurrence utiles.

```

1  ### Conditions aux limites données à gauche et à droite
2  Tg = 30
3  Td = 20

5  ### Initialisation de la liste des températures
6  T = [[None for j in range(Nx)] for i in range(Nt)]
7  T[0] = [20 for j in range(Nx)] # température initiale uniforme

9  ### à compléter !

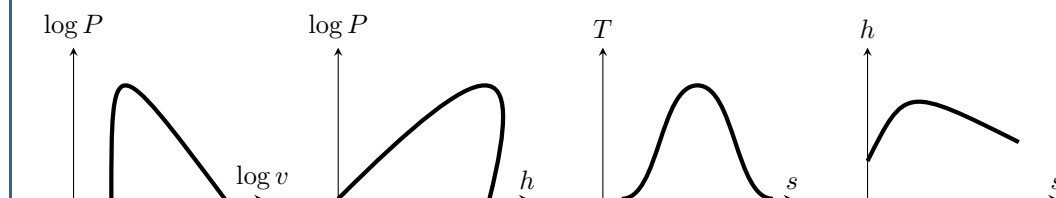
```

(★) **16.1** - Établir le théorème des moments pour une fonction au choix de l'interrogateur : volume, enthalpie ou entropie.

**16.2** - Représenter l'allure d'un diagramme au choix de l'interrogateur et établir l'allure d'une famille de courbe iso dans des cas limites.

- ▷ diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ) : isothermes (liquide + diphasé + gaz parfait) ;
- ▷ diagramme des frigoristes ( $P, h$ ) : isothermes (liquide + diphasé + gaz parfait) ;
- ▷ diagramme entropique ( $T, s$ ) : isobares (diphasé + gaz parfait) et isenthalpe (gaz parfait) ;
- ▷ diagramme de Mollier ( $h, s$ ) : isobares (diphasé) et isothermes (gaz parfait).

Je rappelle que l'allure de la courbe de saturation n'est pas une vague patate identique dans tous les diagrammes ...



**16.3** - Par lecture du diagramme des frigoristes du R22 (page suivante), déterminer

- ▷ l'enthalpie de vaporisation sous 20 bar ;
- ▷ la pression de vapeur saturante à 20 °C ;
- ▷ l'état physique, l'enthalpie massique et l'entropie massique du fluide sous 3 bar et à 50 °C.

**17.1** - Pour un moteur OU un réfrigérateur OU une pompe à chaleur (au choix de l'interrogateur), indiquer le sens réel (signe) des échanges énergétiques, par exemple sur un schéma. Définir le rendement (l'efficacité) en fonction des énergies échangées au cours du cycle, puis établir l'expression du rendement (efficacité) de Carnot.

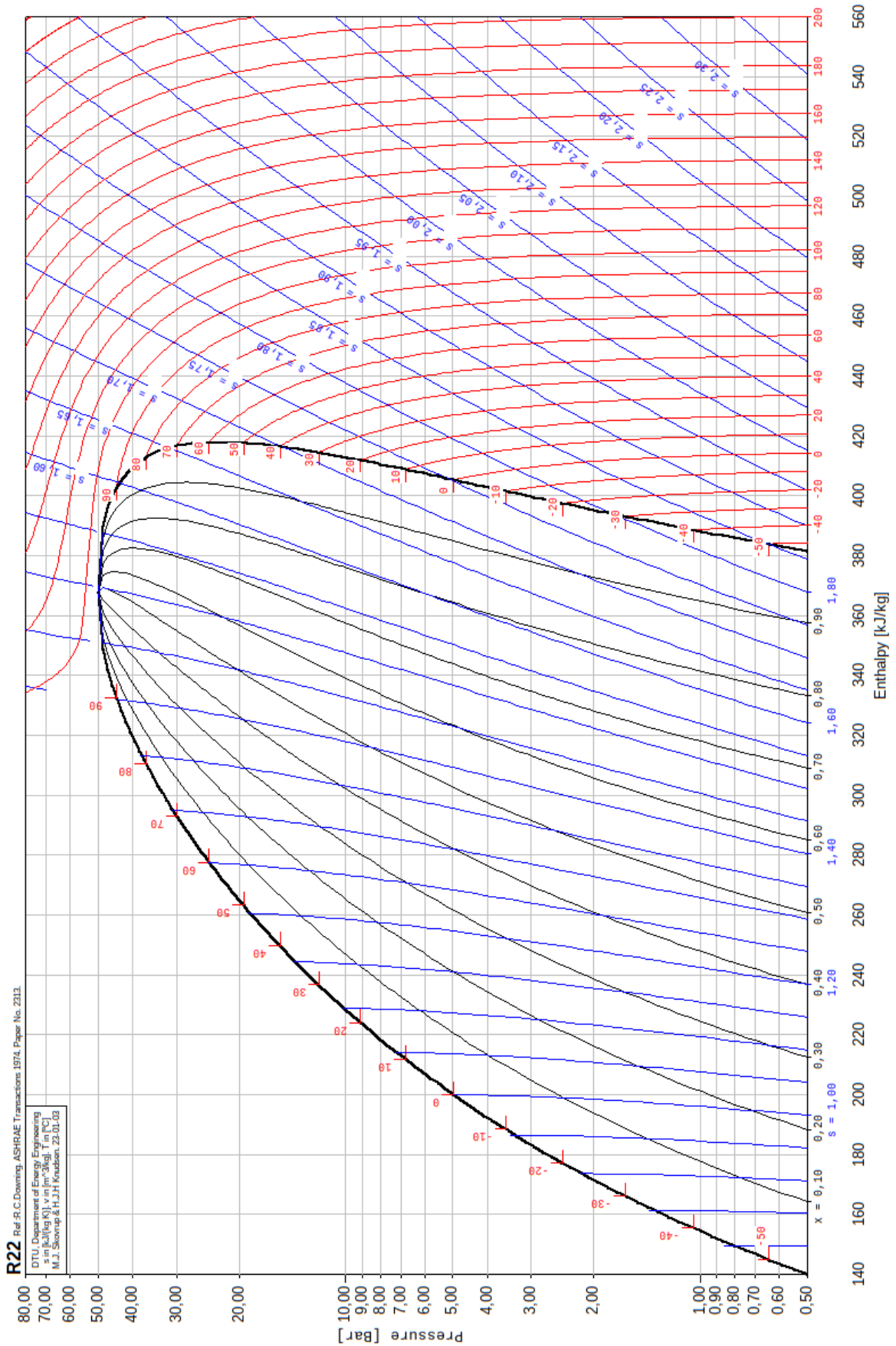


Figure 1 – Diagramme des frigorigènes du R22. Le cadre en haut à gauche indique les grandeurs représentées et leur unité : «  $s$  in kJ/(kgK),  $T$  in °C,  $v$  in  $m^3/kg$  »

Pour établir sans erreur les expressions des efficacités de Carnot, le plus simple est de dire que cette limite est atteinte pour un fonctionnement réversible de la machine, puis de partir du second principe sous la forme

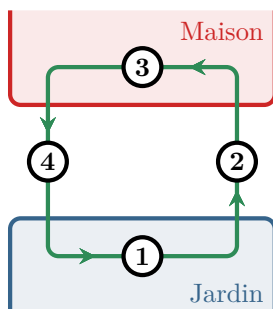
$$\Delta S = S_{\text{éch}} + S_{\text{créée}} = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \underset{\text{cycle}}{=} 0.$$

Bien sûr, il est un peu plus général de partir de l'inégalité ... mais cela ajoute une difficulté par rapport aux signes. Enfin, j'ai fait en cours une démonstration conservant l'entropie créée jusqu'au bout calcul : elle est intéressante pour bien comprendre que c'est la création d'entropie qui limite l'efficacité, mais je la déconseille dans une copie.

(★) 17.2 - Démontrer le premier principe de la thermodynamique appliqué à un fluide en écoulement stationnaire.

La démonstration est notoirement très longue : outre l'habituel travail de mémorisation, les étudiants doivent également faire un travail de concision, pour tout dire en un minimum de mots et de temps.

17.3 - Pour un composant thermodynamique au choix de l'interrogateur, indiquer son rôle et simplifier l'écriture du premier principe en justifiant les hypothèses faites. Les composants à connaître sont le détenteur, la turbine, le compresseur, la tuyère, l'échangeur simple flux, l'échangeur double flux, le mélangeur et le séparateur.

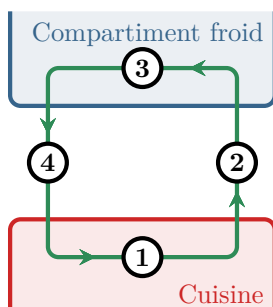


17.4 - Une pompe à chaleur est constituée de quatre composants thermodynamiques : un compresseur, un détenteur, un évaporateur et un condenseur. Indiquer à quel composant correspondent les bulles ① à ④ de la figure ci-contre. Justifier la réponse en expliquant soigneusement le rôle/la nécessité de chaque composant.

① Évaporateur ; ② Compresseur ; ③ Condenseur ; ④ Détendeur.

Le condenseur et l'évaporateur sont deux échangeurs dans lesquels le fluide frigorigène change d'état : dans le condenseur, il se liquéfie (= il se condense) en cédant de l'énergie au milieu extérieur alors que dans l'évaporateur, il se vaporise en prélevant de l'énergie à son environnement. Dans une pompe à chaleur, le fluide doit prélever de l'énergie à l'extérieur de la maison, c'est donc l'évaporateur qui s'y trouve, et la céder à l'intérieur, où se trouve le condenseur.

Concernant le compresseur et le détenteur, l'idée essentielle que les étudiants doivent savoir expliquer est qu'une machine frigorifique réalise un transfert thermique effectif de sens opposé au sens naturel ... mais lorsque le fluide caloporteur est au contact des sources dans les échangeurs, les « vrais » transferts thermiques ne peuvent se faire que dans le sens naturel. Ainsi, le fluide doit être plus froid que la source froide ( $T_f$ ) lorsqu'il est en contact avec elle dans l'évaporateur et plus chaud que la source chaude ( $T_c$ ) dans le condenseur. Or en sortie du condenseur le fluide est au moins à la température  $T_c$ , le refroidissement adiabatique dans le détenteur est donc indispensable pour que la température soit inférieure à  $T_f$  en entrée de l'évaporateur. De même, en sortie de l'évaporateur le fluide est au plus à la température  $T_f$ , l'échauffement adiabatique dans le compresseur est donc nécessaire également.



17.5 - Un réfrigérateur est constitué de quatre composants thermodynamiques : un compresseur, un détenteur, un évaporateur et un condenseur. Indiquer à quel composant correspondent les bulles ① à ④ de la figure ci-contre. Justifier la réponse en expliquant soigneusement le rôle/la nécessité de chaque composant.

① Condenseur ; ② Détendeur ; ③ Évaporateur ; ④ Compresseur

Dans un réfrigérateur, le fluide doit prélever de l'énergie au compartiment froid, c'est donc l'évaporateur qui s'y trouve, et la céder à l'air de la cuisine, où se trouve le condenseur. Mêmes justifications qu'à la question précédente pour le reste.

**17.6** - Une pompe à chaleur est constituée de quatre composants thermodynamiques : un compresseur, un détendeur, un évaporateur et un condenseur. La figure 2 représente son cycle dans les diagrammes des frigoristes.

- Commenter le sens de parcours du cycle.
- Indiquer à quel composant correspondent chacune des étapes du cycle. Justifier la réponse.
- Déterminer le COP par lecture du diagramme.
- Comment se nomme l'étape 3'3? Quel est son intérêt?
- Même question pour l'étape 1'1.

1-2 : Compresseur (augmentation de la pression) ; 2-3 : Condenseur (il y a liquéfaction) ; 3-4 : Détendeur (chute de pression) ; 4-1 : Évaporateur (il y a vaporisation).

$$\text{Le COP vaut } -\frac{q_{\text{cond}}}{w_{\text{compr}}} = -\frac{h_3 - h_2}{h_2 - h_1} = -\frac{250 - 450}{450 - 405} \simeq 4$$

L'étape 3'3 est un sous-refroidissement, qui permet d'augmenter le COP : on voit graphiquement que cette étape augmente  $|q_{\text{cond}}|$  sans changer  $w_{\text{compr}}$ .

L'étape 1'1 est une surchauffe, qui permet d'assurer que le compresseur n'aspire que de la vapeur sèche, même en cas de perturbation du cycle. Elle n'a pas d'intérêt thermodynamique, mais résulte de contraintes technologiques.

(★) **17.7** - La figure 3 représente le cycle suivi par l'eau du circuit secondaire d'une centrale nucléaire dans le diagramme entropique.

- Commenter le sens de parcours du cycle.
- Identifier à quelle étape du cycle correspond le passage dans le générateur de vapeur? dans le condenseur? Interpréter l'allure de la courbe correspondant au passage dans le GV.
- La détente 2-3 est réalisée dans deux turbines successives, séparées d'une étape de réchauffe 3'2', où l'eau traverse un échangeur thermique pour se vaporiser complètement. Quel en est l'intérêt?
- Déterminer le rendement par lecture du diagramme.

GV = 1-2 (il y a vaporisation, précédée d'une phase où la température de l'eau liquide augmente, ce qui explique le point anguleux) ; condenseur = 3-4 (il y a liquéfaction).

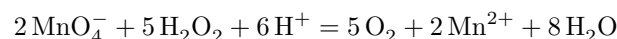
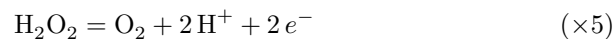
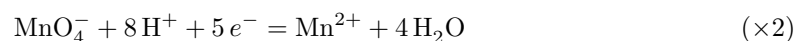
La réchauffe permet d'augmenter le titre en vapeur en sortie de turbine par rapport à une détente en une étape, ce qui augmente sa durée de vie : c'est une contrainte technologique.

Le rendement tient compte de la réchauffe et des deux détentes, et vaut

$$\eta = -\frac{(h_{3'} - h_2) + (h_3 - h_{2'})}{(h_2 - h_1) + (h_{2'} - h_{3'})} \simeq -\frac{2600 - 2800 + 2250 - 2750}{2800 - 150 + 2750 - 2600} \quad \text{soit} \quad \boxed{\eta = 0,25}$$

**R9.1** - On dose un volume  $V$  d'une solution d'eau oxygénée (couple  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}_2$ ) de concentration  $C$  inconnue par une solution de permanganate de potassium (couple  $\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$ ) de concentration  $C_0$ . Écrire l'équation de la réaction de titrage, puis exprimer la concentration  $C$  en fonction du volume équivalent  $V_E$ .

Réaction de titrage :



À l'équivalence, les deux réactifs sont limitants donc (ne pas hésiter à faire un tableau d'avancement)

$$\begin{cases} C_0 V_E - 2\xi_E = 0 \\ CV - 5\xi_E = 0 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad C = \frac{5}{2} \frac{V_E}{V} C_0$$

**R9.2** - On fait réagir un volume  $V$  d'une solution d'eau de Javel (couple  $\text{ClO}^-/\text{Cl}^-$ ) de concentration  $C$  inconnue avec un excès d'iodure de potassium (couple  $\text{I}_2/\text{I}^-$ ). On dose ensuite le diiode formé au cours de la première réaction par une solution de thiosulfate de sodium (couple  $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ ) de concentration  $C_0$ . Écrire les équations des deux réactions mises en jeu, puis exprimer la concentration  $C$  en fonction du volume équivalent  $V_E$ .

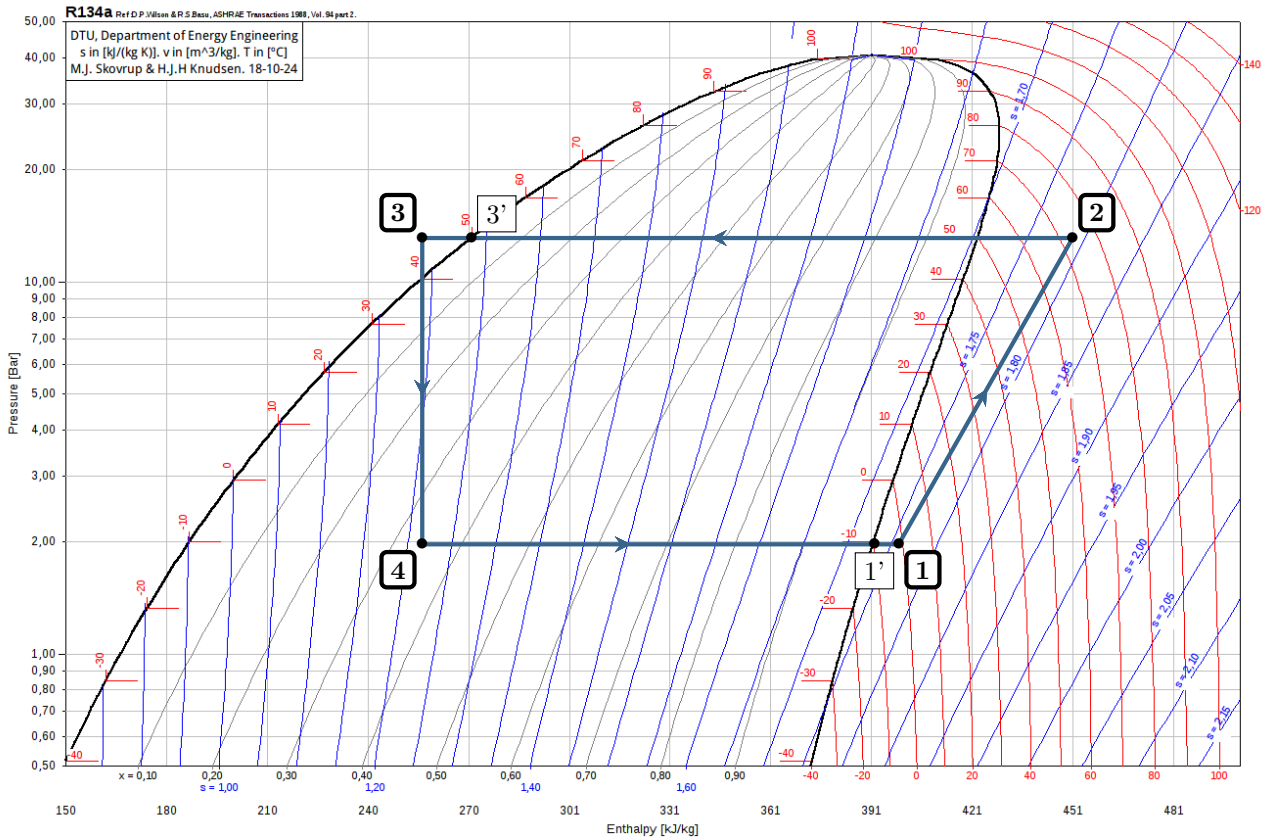


Figure 2 – Cycle de la PAC représenté dans le diagramme des frigoristes du R134a.

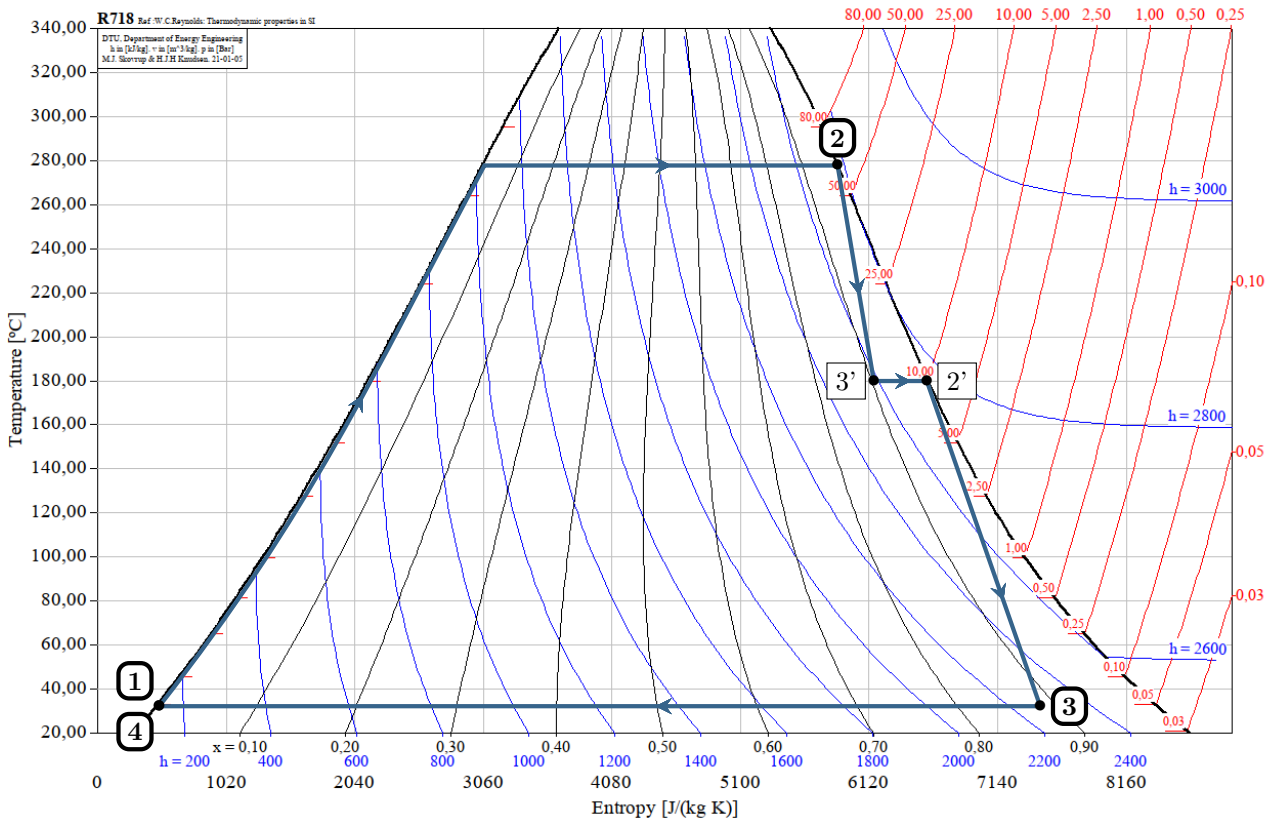
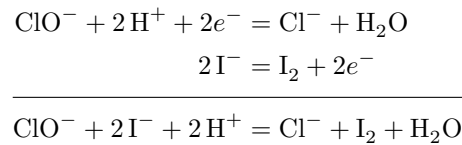


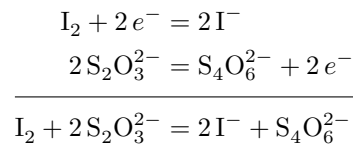
Figure 3 – Cycle de Rankine étagé représenté dans le diagramme entropique de l'eau.

Première réaction (totale mais lente) :



(remarque culturelle : cette écriture est « stoéchiométriquement correcte », mais pas chimiquement, car elle a en réalité lieu en milieu basique ... comme ça ne change rien pour la suite, inutile de s'en soucier dans cette question de cours!)

Deuxième réaction (totale et rapide) :



La première réaction permet de former une quantité de matière  $n_f$  de diiode, dont on montre à partir d'un tableau d'avancement (ou on le voit sur l'équation bilan) qu'elle est égale à la quantité de matière initiale  $CV$  en ions  $\text{ClO}^-$ . La deuxième réaction permet de déterminer cette quantité de matière  $n_f$  : à l'équivalence (ne pas hésiter à faire un deuxième tableau d'avancement),

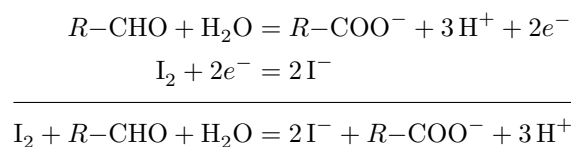
$$\begin{cases} n_f - \xi_E = 0 \\ C_0V_E - 2\xi_E = 0 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad n_f = \frac{C_0V_E}{2}$$

d'où on déduit finalement

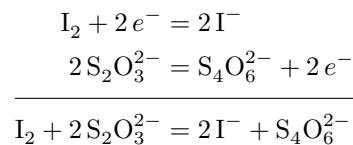
$$C = \frac{V_E}{2V} C_0.$$

**R9.3** - On fait réagir un volume  $V$  d'une solution de glucose (réducteur noté symboliquement  $R\text{-CHO}$  du couple  $R\text{-COO}^-/R\text{-CHO}$ ) de concentration  $C$  inconnue avec une quantité de matière connue  $n_0$  de diiode, supposé en excès. On dose ensuite le diiode restant par une solution de thiosulfate de sodium (couple  $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$ ) de concentration  $C_0$ . Écrire les équations des deux réactions mises en jeu, puis exprimer la concentration  $C$  en fonction du volume équivalent  $V_E$ .

Première réaction (totale mais lente) :



Deuxième réaction (totale et rapide) :



À partir d'un tableau d'avancement, on montre qu'à la fin de la première réaction, il reste une quantité de matière de diiode  $n_r$  qui vaut  $n_r = n_0 - CV$ . La deuxième réaction permet de déterminer cette quantité de matière  $n_r$  : à l'équivalence (ne pas hésiter à faire un deuxième tableau d'avancement),

$$\begin{cases} n_r - \xi_E = 0 \\ C_0V_E - 2\xi_E = 0 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad n_r = \frac{C_0V_E}{2}$$

d'où on déduit finalement

$$C = \frac{1}{V} \left( n_0 - \frac{C_0V_E}{2} \right).$$

---

## Et après ?

---

🔴 🔴 🔴 **Attention !** Pas de colle la semaine de la rentrée ... mais concours blanc !

- ▷ Chapitre 18 : OEM dans le vide ;
- ▷ Chapitre 19 : Réflexion et absorption des OEM ;
- ▷ Révisions R10 : Optique géométrique et ondes mécaniques.