BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

TD 1 – Séquence 1 : Électronique

# Systèmes linéaires

Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
Difficulté technique et calculatoire ;
Exercice important.

| Ceinture | | Proposition de parcours d'entraînement |
|---|---|---|
| | Ceinture blanche | Questions de cours + exercices 1 |
| | Ceinture jaune | Questions de cours + exercices 1 et 5 |
| | Ceinture rouge | Questions de cours (★) + exercices 1, 3, 5 et 6 |
| | Ceinture noire | Questions de cours (★) + exercices 2, 3, 5 et 6 |

*Flasher ce code pour accéder au corrigé*

## Questions de cours

*Seuls les étudiants du groupe PT⋆ seront interrogés en colle sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !*

**1.1 -** Définir la stabilité d'un SLCI. Sur un exemple de relation différentielle ou de fonction de transfert donnée par l'interrogateur, indiquer si le système est stable ou non.

# Analyse spectrale et filtrage

## Exercice 1 : Filtrage d'un signal

oral banque PT | 2 | 1 |

▷ *Décomposition de Fourier ;*
▷ *Signal de sortie d'un filtre.*

On considère un signal avec une composante continue égale à 1 V, un fondamental de fréquence 1 kHz d'amplitude 3 V, et un bruit de fréquence 20 kHz d'amplitude 100 mV déphasé de $\pi/2$.

**1 -** Représenter le signal et son spectre.

**2 -** Donner son expression mathématique.

**3 -** On dispose des huit filtres ci-dessous. Dessiner l'allure du signal filtré dans chaque cas.

(1) Passe-bas 10 Hz ;
(2) Passe-bas 10 kHz ;
(3) Passe-bas 100 kHz ;
(4) Passe-haut 10 Hz ;
(5) Passe-haut 10 kHz ;
(6) Passe-bande 1 kHz ;
(7) Passe-bande 20 kHz ;
(8) Coupe-bande 1 kHz.

## Exercice 2 : Filtre RLC

oral banque PT | 3 | 1

- ▷ *Fonction de transfert ;*
- ▷ *Diagramme de Bode ;*
- ▷ *Signal de sortie d'un filtre.*

**1 -** Identifier sans calcul la nature du filtre du montage figure 1.

**2 -** Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{\dfrac{\mathrm{j}x}{Q} - x^2}{1 + \dfrac{\mathrm{j}x}{Q} - x^2} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Identifier la fréquence de résonance $\omega_0$ et le facteur de qualité $Q$.

**3 -** On donne le diagramme de Bode du filtre figure 1. Expliquer les valeurs prises par la pente en haute et basse fréquence. Déterminer la valeur de $Q$.

**4 -** On met un signal triangulaire en entrée. Pour le même signal d'entrée mais pour deux valeurs différentes de $R$, on obtient un signal carré très atténué puis un signal formé d'une succession d'impulsions. Expliquer.

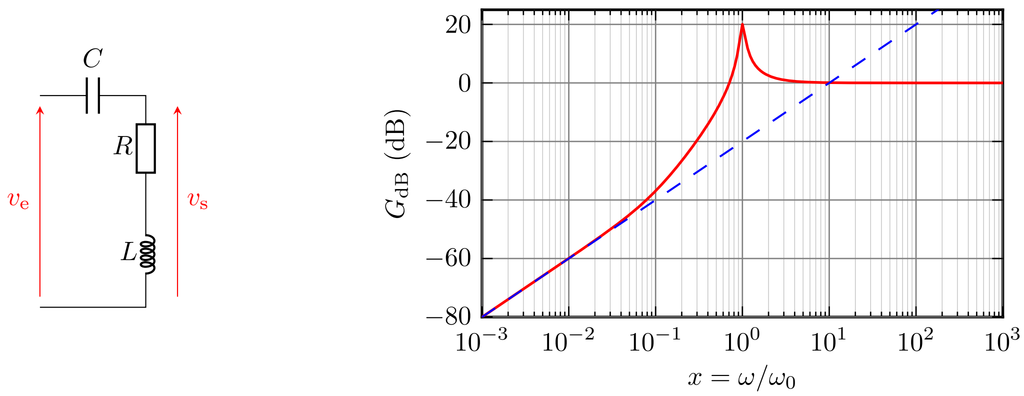



**Figure 1** – **Schéma et diagramme de Bode asymptotique d'un filtre RLC.**

## Exercice 3 : Signal de sortie d'un filtre

adapté oral banque PT | 2 | 2

- ▷ *Analyse de Fourier ;*
- ▷ *Diagramme de Bode ;*
- ▷ *Signal de sortie d'un filtre.*

La figure 2 représente les signaux d'entrée (voie 1) et de sortie (voie 2) d'un filtre acquis via un oscilloscope numérique. Le diagramme de Bode du filtre est représenté figure 3.

*Données :*

▷ décomposition en série de Fourier d'un signal quelconque de fréquence $f$ :

$$v(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(2\pi k f t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cos(2\pi k f t)\,;$$

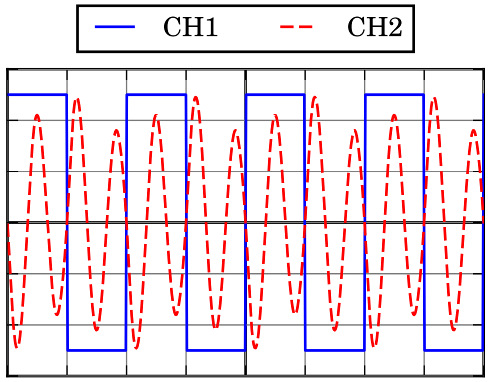
▷ spectre d'un signal créneau symétrique centré : $A_1 = 4A/\pi$ avec $A$ l'amplitude du signal

$$A_0 = 0 \qquad\qquad A_k = \begin{cases} 0 & k \text{ pair} \\ A_1/k & k \text{ impair} \end{cases} \qquad\qquad \forall k,\ B_k = 0\,.$$

**1 -** Déterminer l'amplitude, la fréquence et la valeur moyenne du signal créneau.

**2 -** En raisonnant par parité, justifier que $B_k = 0$ pour le signal créneau représenté.

**3 -** Identifier la nature du filtre et donner sa fréquence propre $f_0$.




Time = 0.5 ms/div — CH1 = 1 V/div — CH2 = 500 mV/div

**Figure 2** – **Copie d'écran d'oscilloscope.**

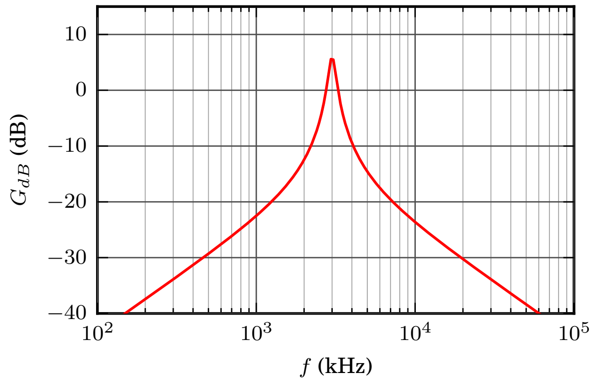



**Figure 3** – **Diagramme de Bode du filtre.**

**4 -** Dans un premier temps, on fait l'approximation que le filtre ne transmet qu'une seule harmonique du signal d'entrée : le signal de sortie est une sinusoïde parfaite $v_s = V_{s,max}\sin(\omega t + \varphi)$. D'après l'oscillogramme, donner l'amplitude et la fréquence de la sinusoïde ainsi modélisée. À quelle harmonique du signal d'entrée correspond-elle ?

**5 -** L'oscillogramme montre que cette approximation n'est pas très satisfaisante : il est nécessaire de prendre en compte au moins une seconde harmonique. Quelles sont les deux harmoniques qui pourraient potentiellement jouer ce rôle ?

**6 -** Déterminer graphiquement la fréquence de l'harmonique à considérer. Confirmer ce résultat en calculant à partir du diagramme de Bode le poids dans le signal de sortie des deux harmoniques envisageables.

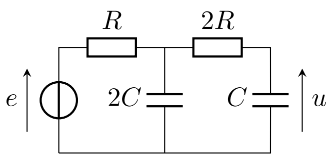
**7 -** Justifier quantitativement que les autres harmoniques du signal de sortie sont négligeables.

**8 -** Représenter sur un même graphe et à l'échelle le spectre du signal d'entrée et celui du signal de sortie.

# Liens entre représentations temporelle et fréquentielle

## Exercice 4 : Obtention d'une équation différentielle — 2 | 2

▷ *Lien entre représentations temporelle et fréquentielle.*




Montrer que la tension $u$ est solution de l'équation différentielle

$$4\tau^2\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + 5\tau\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u = e\,,$$

en posant $\tau = RC$. On pourra commencer par relier $u$ à la tension aux bornes du condensateur $2C$, et on n'hésitera pas à regrouper les dipôles sous forme d'impédances équivalentes.

## Exercice 5 : Mesure d'impédance par détection synchrone — 2 | 2

▷ *Fonction de transfert ;*
▷ *Signal de sortie d'un filtre ;*
▷ *Lien entre représentations temporelle et fréquentielle.*

On cherche à identifier un dipôle inconnu d'impédance $\underline{Z} = X + \mathrm{j}Y$, à l'aide du montage représenté figure 4 qui porte le nom de « montage de détection synchrone ».

Le bloc central est un multiplieur, dont l'impédance d'entrée est infinie (courants d'entrée nuls) et la tension de sortie proportionnelle aux deux tensions d'entrée : $v_3 = k\,v_1\,v_2$ avec $k$ une constante connue. Les autres composants $R_0$, $R_1$ et $C_1$ sont connus. Le générateur impose un courant $i(t) = I_0\cos(\omega t)$.

**1 -** Quel type de filtre forme la cellule $R_1, C_1$ ? Rappeler les grandes utilités de ce type de filtre en traitement du signal (point de vue temporel). Déterminer sa fonction de transfert sous forme canonique et tracer son diagramme de Bode asymptotique.

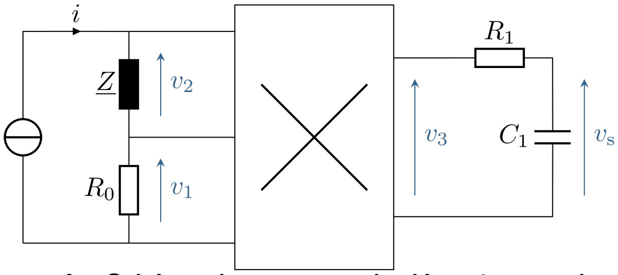



**Figure 4 – Schéma du montage de détection synchrone.**

**2 -** Exprimer $v_1(t)$ et $v_2(t)$ en fonction de $R$, $X$ et $Y$.

**3 -** En déduire l'expression de $v_3(t)$ sous forme d'une somme de fonctions sinusoïdales et représenter qualitativement son spectre. Commenter.

**4 -** Déterminer une condition sur $R_1$ et $C_1$ pour que $v_s$ soit quasiment constant. En déduire comment déterminer $X$.

**5 -** On remplace $R_0$ par un condensateur $C_0$. Montrer que l'on peut trouver $Y$.

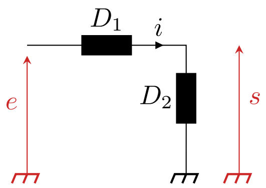
# Problème ouvert

> *Un problème ouvert demande de l'initiative dans le raisonnement mené. Pour aborder un tel exercice, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... et à l'inverse toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !*

## Exercice 6 : Dipôles masqués

oral CCINP MP | 3 | 1

▷ *Résolution de problème.*




Avec un résistor, une bobine et un condensateur on réalise deux dipôles $D_1$ et $D_2$. En régime continu, on mesure $I = 1\,\text{mA}$ pour $E = 3\,\text{V}$. En régime sinusoïdal, le circuit présente un comportement passe-bande de fréquence de résonance $f_0 = 1\,\text{kHz}$ et de bande passante $\Delta f = 200\,\text{Hz}$.

**Question :** Identifier les dipôles et la valeur des composants utilisés.

*Donnée :* forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe bande du second ordre :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)} = \frac{\dfrac{\mathrm{j}x}{Q} H_0}{1 - x^2 + \dfrac{\mathrm{j}x}{Q}}$$