



# Amplificateur linéaire intégré

## Plan du cours

<b>I</b>	<b>Amplificateur linéaire intégré</b>	<b>2</b>
I.A	Le composant . . . . .	2
I.B	Régimes linéaire et de saturation. . . . .	4
I.C	Vitesse de balayage . . . . .	5
I.D	Modèle de l'ALI idéal de gain infini . . . . .	5
<b>II</b>	<b>Rétroaction</b>	<b>6</b>
II.A	Étude qualitative de l'effet d'une rétroaction . . . . .	6
II.B	Effet stabilisant d'une rétroaction négative : amplificateur non inverseur. . . . .	7
II.C	Effet déstabilisant d'une rétroaction positive : comparateur à hystérésis . . . . .	9
<b>III</b>	<b>Exemples de montages à ALI en régime linéaire</b>	<b>10</b>
III.A	Suiveur . . . . .	10
III.B	Amplificateur non inverseur . . . . .	12
III.C	Amplificateur inverseur . . . . .	13
III.D	Intégrateur . . . . .	14
<b>IV</b>	<b>Exemples de montages à ALI en régime de saturation</b>	<b>17</b>
IV.A	Comparateur simple . . . . .	17
IV.B	Comparateur à hystérésis non-inverseur. . . . .	18
<b>V</b>	<b>Synthèse : quelle méthode pour quel montage ?</b>	<b>20</b>
V.A	Régime linéaire vs. régime de saturation . . . . .	20
V.B	Loi des nœuds en potentiel ou pont diviseur de tension ? . . . . .	20

## Au programme

Extrait du programme officiel : partie 2 « Électronique », bloc 2 « Rétroaction ».

Cette partie illustre quelques propriétés relatives à la rétroaction sur l'exemple de l'amplificateur linéaire intégré. L'étude des circuits est strictement limitée à des situations pouvant être facilement abordées avec les outils introduits en première année (loi des mailles, loi des nœuds, diviseur de tension). La vitesse limite de balayage de l'ALI est évoquée en TP afin d'identifier les distorsions harmoniques traduisant un comportement non-linéaire du système étudié. Les limitations associées aux courants de polarisation et à la tension de décalage ne sont pas étudiées.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Modèle de l'ALI défini par des courants de polarisation nuls, une résistance de sortie nulle, une fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire, une saturation de la tension de sortie.	Citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse. Modéliser un ALI fonctionnant en régime linéaire à l'aide d'un schéma bloc.
Limites du modèle : vitesse limite de balayage, saturation du courant de sortie.	<b>Détecter, dans un montage à ALI, les manifestations de la vitesse limite de balayage et de la saturation du courant de sortie.</b>
Montages amplificateur non-inverseur et comparateur à hystérésis.	Analyser la stabilité du régime linéaire. Établir la conservation du produit gain $\times$ bande passante du montage non-inverseur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
ALI idéal de gain infini en régime linéaire.	<p>Identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice de fonctionnement en régime linéaire.</p> <p>Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Déterminer les impédances d'entrée de ces montages.</p> <p>Expliquer l'intérêt de réaliser des filtres de tension de forte impédance d'entrée et de faible impédance de sortie pour garantir leur fonctionnement lors de mises en cascades.</p>
ALI idéal de gain infini en régime saturé.	<p>Établir la relation entrée-sortie du comparateur simple.</p> <p>Associer pour une entrée sinusoïdale, le caractère non-linéaire du système et la génération d'harmoniques en sortie.</p> <p>Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis.</p> <p>Définir le phénomène d'hystérésis en relation avec la notion de mémoire.</p>

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

## Ces cinq dernières années au concours

- ▷ Écrit : épreuve A 2018, 2019, 2021 et 2022 ; épreuve de modélisation 2018 et 2022 ... autrement dit, tous les ans ou presque !
- ▷ Oral : très souvent.

Ce chapitre vise un double objectif :

- ▷ d'une part, introduire un nouveau composant qui va permettre de réaliser des circuits électriques beaucoup plus riches qu'avec les seuls dipôles connus jusqu'à présent ;
- ▷ d'autre part, analyser sur des exemples l'influence de la rétroaction sur la stabilité d'un montage, en lien avec le cours d'automatique de SI.

## I - Amplificateur linéaire intégré

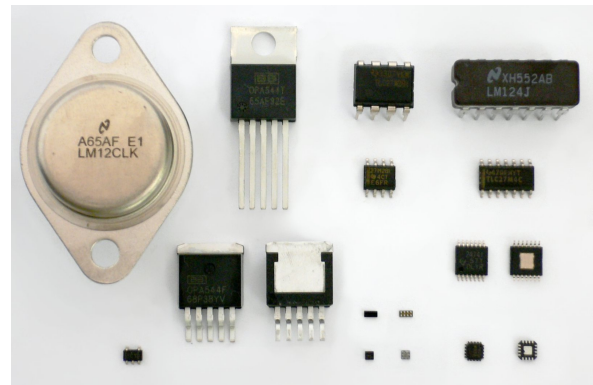
### I.A - Le composant

Un ALI est un amplificateur différentiel : il amplifie la différence de potentiel entre ses deux entrées appelées **entrée non inverseuse**  $\oplus$  et **entrée inverseuse**  $\ominus$ . C'est un quadripôle qui ne fonctionne que s'il est alimenté par une source de tension symétrique  $\pm 15$  V.

**Autres noms usuels** : amplificateur opérationnel, « ampli op », AO, AOp, etc.

**Remarque culturelle** : Les ALI ont été développés dans les années 1940-1950 pour réaliser des opérations mathématiques dans les calculateurs analogiques : addition, intégration, etc. Certains exemples seront présentés dans ce cours et en TD. Le coût unitaire s'élevait à l'époque à une vingtaine de dollars, il n'est aujourd'hui que de quelques centimes.

• **Un ALI vu de l'extérieur**



• **Un ALI vu de l'intérieur**

Un ALI est un **circuit intégré**, c'est-à-dire qu'il contient d'autres composants élémentaires (résistances, condensateurs, transistors). Le circuit intégré est donné dans la fiche technique (« datasheet ») du composant (cf. TP).

• **Représentation conventionnelle**

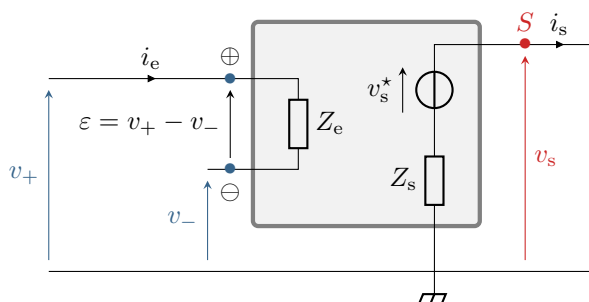
Seules trois bornes sont représentées : les deux entrées et la sortie. L'alimentation continue n'est jamais représentée ... mais il ne faut pas l'oublier lorsque l'on branche un ALI!

Faire les deux schémas en carré et en triangle. Définir  $\varepsilon$ .

Espace 1

⚠️ ⚠️ ⚠️ **Attention !** Il faut absolument distinguer les deux bornes d'entrée qui jouent des rôles très différents.

• **Approche fonctionnelle**



On adopte une approche de type bloc fonctionnel (autrement dit de boîte noire!) : le but n'est pas d'entrer dans les détails du circuit intégré. Un bloc fonctionnel est décrit par

- ▷ une relation entrée-sortie, c'est-à-dire ici entre  $v_s^*$  et  $\varepsilon$  ;
- ▷ son impédance (résistance) d'entrée  $Z_e$  ;
- ▷ son impédance (résistance) de sortie  $Z_s$ .

Les différentes valeurs sont mentionnées dans la fiche technique du composant.

✂️ Pour un ALI usuel :

▷ Résistance d'entrée :  $Z_e \sim 10^{12} \Omega$

↪ conséquence :

$i_e = \varepsilon / Z_e$  est quasiment nul pour des tensions de l'ordre de quelques volts.

Espace 2

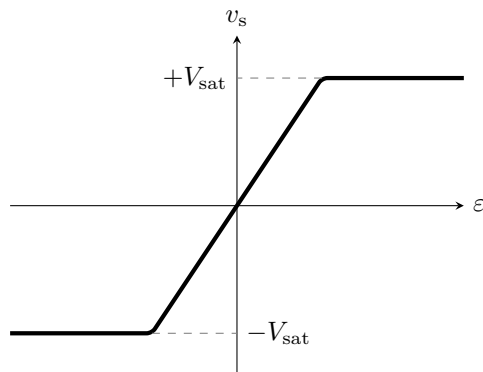
▷ Résistance de sortie : entre 50 et 200  $\Omega$  en boucle ouverte (mais la rétroaction permet de l'annuler).

## I.B - Régimes linéaire et de saturation

La relation entrée-sortie est un peu plus compliquée qu'une simple fonction de transfert de filtre.

### • Saturation en tension

On représente ci-dessous la **caractéristique statique** de l'ALI. La caractéristique statique représente  $v_s$  en fonction de  $\varepsilon$  en régime permanent continu, c'est-à-dire à fréquence nulle.



La tension de sortie de l'ALI ne peut pas sortir d'un intervalle  $[-V_{\text{sat}}; +V_{\text{sat}}]$  où  $V_{\text{sat}}$  est généralement légèrement inférieur à la tension d'alimentation.

Espace 3

On peut donc distinguer deux régimes de fonctionnement :

- ▷ si  $-V_{\text{sat}} < v_s < +V_{\text{sat}}$  :  
régime linéaire,  $v_s \propto \varepsilon$  en statique

Espace 4

- ▷ si  $v_s = \pm V_{\text{sat}}$  :

régime de saturation (en tension), la tension de sortie ne peut plus évoluer même si  $\varepsilon$  évolue, la relation entrée-sortie n'est donc plus linéaire.

Espace 5

### • Saturation en courant

L'intensité de sortie de l'ALI est également limitée : elle ne peut pas sortir d'un intervalle  $[-i_{\text{sat}}; +i_{\text{sat}}]$

- ▷ si  $-i_{\text{sat}} < i_s < +i_{\text{sat}}$ , l'ALI peut fonctionner en régime linéaire sous réserve que la tension le permette ;
- ▷ si  $i_s = \pm i_{\text{sat}}$ , l'ALI est **saturé en courant** et la relation entrée-sortie n'est plus linéaire ... mais  $v_s$  est a priori quelconque.

**Remarque :** En pratique, dans les montages usuels, la saturation en courant est généralement nettement moins contraignante que la saturation en tension.

✂ Pour un ALI usuel :  $i_{\text{sat}} = 40 \text{ mA}$ .

### • Fonction de transfert du premier ordre en régime linéaire

Dans sa zone de fonctionnement linéaire et pour des fréquences inférieures à quelques MHz, l'ALI est bien décrit par une fonction de transfert passe-bas du premier ordre

$$H_{\text{ALI}} = \frac{v_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

où  $\mu_0$  est le **gain statique** et  $f_c$  la **fréquence de coupure** de l'ALI (en boucle ouverte).

⚠ ⚠ ⚠ **Attention !** Une telle fonction de transfert n'est valable que dans la zone de fonctionnement linéaire.

Sens physique du gain statique :

rapport  $v_s/\varepsilon$  à fréquence nulle en régime linéaire, c'est la pente de la caractéristique

Espace 6

✂ Pour un ALI usuel :

- ▷ Gain statique :  $\mu_0 = 2 \cdot 10^5$  ;
- ▷ Fréquence de coupure : fréquence de coupure  $f_c \sim 20 \text{ Hz}$ , temps caractéristique  $\tau_c = 1/f_c \sim 50 \text{ ms}$ .

## I.C - Vitesse de balayage

Le comportement dynamique de l'ALI n'est pas seulement caractérisé par sa fréquence de coupure en boucle ouverte  $f_c$ , mais les variations de la tension de sortie sont également contraintes par une limitation non-linéaire appelée **vitesse de balayage** ou **slew rate** dans la dénomination anglaise.

✂ Pour un ALI usuel :  $16 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ .

Sens physique du slew rate :

la tension de sortie varie au plus de 16 V en 1  $\mu\text{s}$ .

Espace 7

## I.D - Modèle de l'ALI idéal de gain infini

Largeur du domaine linéaire :

$v_s = \mu_0 \varepsilon$ , donc l'ALI sature dès que  $\varepsilon = V_{\text{sat}}/\mu_0 \sim 10^{-4} \text{ V}$

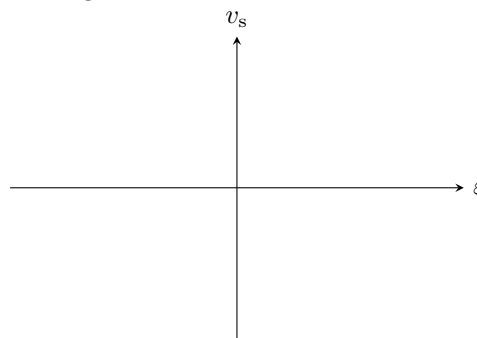
Espace 8

Ordre de grandeur du bruit électronique : qq mV

↪ le régime linéaire n'est pas accessible en boucle ouverte, et en pratique il ne l'est que si on impose  $\varepsilon = 0$  par une rétroaction adaptée.

↪ tout se passe comme si  $\mu_0 = \infty$  : **modèle de l'ALI de gain infini**.

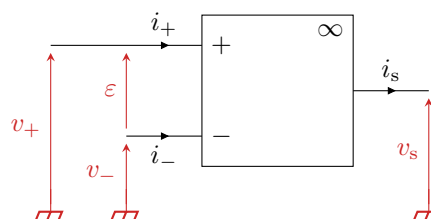
Caractéristique statique dans le modèle de gain infini :



### Modèle de l'ALI idéal de gain infini :

- ▷ sa résistance d'entrée est infinie, et donc les courants de polarisation  $i_+$  et  $i_-$  sont nuls ;
- ▷ sa résistance de sortie est nulle, et donc le courant de sortie  $i_s$  indépendant de la tension de sortie  $v_s$  ;
- ▷ sa tension de sortie est limitée à  $|v_s| \leq V_{\text{sat}} \simeq 15 \text{ V}$  et saturation au delà ;
- ▷ son courant de sortie est limité à  $|i_s| \leq i_{\text{sat}} \simeq 40 \text{ mA}$  et saturation au delà ;
- ▷ son slew rate est infini, et donc sa réponse est instantanée ;
- ▷ relation entrée-sortie en régime linéaire :

$$\varepsilon = 0 \quad \text{tant que} \quad -V_{\text{sat}} < v_s < V_{\text{sat}} .$$



⚠ ⚠ ⚠ **Attention !** Ne pas confondre le modèle de l'ALI idéal avec le fonctionnement linéaire : un ALI idéal peut fonctionner en régime de saturation, de même qu'un ALI « réel » peut fonctionner en régime linéaire.

Sauf mention contraire dans un exercice, c'est le modèle d'ALI idéal de gain infini qui est implicitement utilisé.

**Remarque :** Le modèle d'ALI idéal de gain infini contient d'autres hypothèses, qui ne sont pas abordées dans le cours de PT. En revanche, nous rencontrerons certaines de ces limitations en TP, en particulier la tension d'offset : en régime linéaire  $\varepsilon = V_{\text{offset}} \neq 0$ , très faible mais non nulle.

## II - Rétroaction

Les conclusions de cette partie sont extrêmement importantes pour la suite, en revanche la modélisation par schéma et les démonstrations de stabilité sont très rarement demandées.



On appelle **boucle de rétroaction** ou **chaîne de retour** un dispositif par lequel le signal de sortie d'un système affecte le signal d'entrée. Le système est alors dit **bouclé**.

**Remarque :** La notion de rétroaction se voit naturellement en électronique, mais est en fait beaucoup plus générale. Par exemple, le système climatique terrestre est soumis à de nombreuses rétroactions.

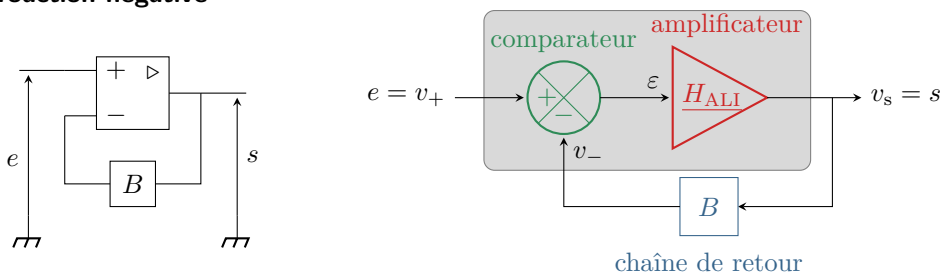
Ici, cela consiste à relier la borne de sortie de l'ALI par un dipôle ou une association de dipôles à l'une ou l'autre des bornes d'entrée. La rétroaction est dite **négative** si elle se fait sur l'entrée  $\ominus$  et **positive** si elle a lieu sur l'entrée  $\oplus$ . Selon la borne choisie, les effets de la rétroaction sont très différents !

Étudier quantitativement l'influence de la rétroaction dans les montages à ALI nécessite d'utiliser un modèle dans lequel l'ALI est décrit par une fonction de transfert du premier ordre. Les résultats établis demeurent néanmoins valables dans le modèle de gain infini.

### II.A - Étude qualitative de l'effet d'une rétroaction

En termes de schéma bloc, un ALI bouclé se décrit comme un comparateur et un amplificateur qui modélisent l'ALI lui-même, et une chaîne de retour de fonction de transfert  $B$ . Dans le cas où  $B$  est réel positif (et uniquement dans ce cas !) on peut comprendre la différence entre les deux rétroactions de manière qualitative et simple. Raisonnons à entrée  $e$  fixée : la valeur de la sortie  $s$  est donc normalement fixée également. Imaginons que  $s$  augmente sous l'effet d'une perturbation à l'intérieur du système (bruit électronique, etc.). Comment le système va-t-il réagir ?

#### • Cas d'une rétroaction négative



Si  $v_s$  augmente, alors  $v_- = Bv_s$  augmente également, et donc  $\varepsilon$  décroît. Le gain positif de l'amplificateur implique alors une diminution de  $v_s$ . Le système réagit de façon à atténuer l'effet de la perturbation.

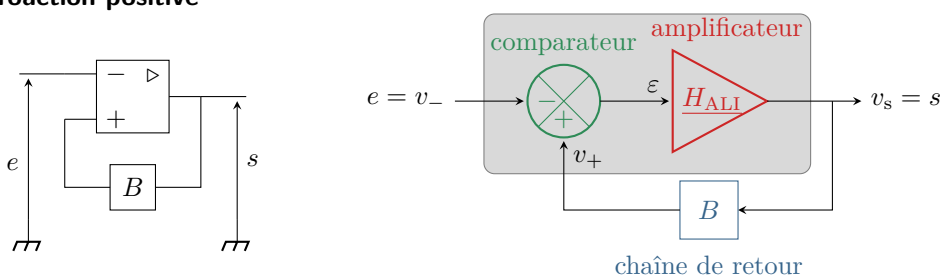
Espace 9



De façon générale, une rétroaction sur la borne  $\ominus$  a un effet stabilisant : tous les ALI fonctionnant en régime linéaire ont une rétroaction négative.

**Remarque :** La réciproque est souvent vraie mais pas toujours, à cause de la saturation en sortie : si  $v_s$  atteint  $V_{sat}$  alors l'ALI passe forcément en régime de saturation quelle que soit la rétroaction.

#### • Cas d'une rétroaction positive



Si  $v_s$  augmente, alors  $v_+ = e + Bv_s$  augmente également, et donc  $\varepsilon$  augmente lui aussi.  
Le gain positif de l'amplificateur implique alors une augmentation de  $v_s$ .  
Le système réagit de façon à amplifier l'effet de la perturbation.

Espace 10



De façon générale, une rétroaction sur la borne  $\oplus$  a un effet déstabilisant :  
tous les ALI qui n'ont qu'une rétroaction positive fonctionnent en régime de saturation.

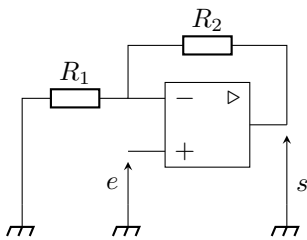
- **Absence de rétroaction**

La plage de fonctionnement linéaire est tellement étroite qu'en pratique un ALI sans rétroaction fonctionne en régime de saturation.

- **Cas d'une double rétroaction**

Certains montages possèdent deux boucles de rétroaction sur les deux bornes  $\oplus$  et  $\ominus$  : on dit alors qu'il y a **compétition de rétroaction**, et on ne peut pas prévoir simplement le régime de fonctionnement de l'ALI.

## II.B - Effet stabilisant d'une rétroaction négative : amplificateur non inverseur



On étudie la stabilité du régime linéaire dans le montage ci-contre, appelé amplificateur non inverseur. L'ALI est supposé idéal, et décrit par une fonction de transfert du premier ordre.

- **Chaîne de rétroaction**

Courant de polarisation nul donc  $R_1$  et  $R_2$  sont parcourues par le même courant, et forment donc un pont diviseur de tension.

$$\frac{u_1}{u_1 + u_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Or  $u_1 = 0 - v_- = -v_-$  et d'après LM  $u_1 + u_2 + s = 0$ , d'où

$$\frac{-v_-}{-s} = \frac{v_-}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Comme  $v_+ = e$ , on en déduit

$$\varepsilon = v_+ - v_- = e - \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{=B} s.$$

Espace 11

↪ contrairement aux apparences, la chaîne de rétroaction implique *les deux* résistances, et pas seulement  $R_2$ .

- **Étude de stabilité**

**Démarche :** raisonnement de type analyse-synthèse : on *suppose* le fonctionnement linéaire, ce qui permet d'utiliser les représentations complexes, et on cherche à savoir à quelle(s) condition(s) il est stable.

**Fonction de transfert du montage complet :**

Fonction de transfert  $H = s/e$  du montage complet :

$$\underline{S} = H_{\text{ALI}} \underline{\varepsilon} = H_{\text{ALI}} \underline{E} - H_{\text{ALI}} B \underline{S}.$$

d'où

$$\underline{H} = \frac{H_{\text{ALI}}}{1 + H_{\text{ALI}} B} = \frac{\frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}}{1 + \frac{\mu_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} B} = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0 B + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

Espace 12

**Analyse de stabilité :**

$1 + \mu_0 B > 0$  et  $1/\omega_c > 0$  donc coeff tous de même signe donc montage stable

Espace 13

↪ on vérifie l'effet stabilisant de la rétroaction négative.

**Remarque :** Dans la limite de gain infini, la fonction de transfert du montage devient

$$\underline{H} \sim \frac{\mu_0}{\mu_0 B} = \frac{1}{B} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

d'où on déduit

$$\underline{S} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{E}$$

ce qui permet de bien comprendre le nom du montage.



- **Produit gain x bande passante**

Fonction de transfert d'un ALI en boucle ouverte :

$$\underline{H_{ALI}} = \frac{v_s}{\varepsilon} = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \simeq 20 \text{ Hz}.$$

Comment un ALI peut-il être utilisable avec les fréquences usuelles de l'électronique, qui vont jusqu'à 1 MHz ?

↪ importance de la rétroaction.

Fonction de transfert de l'amplificateur non-inverseur (modèle du premier ordre) :

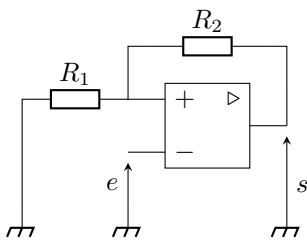
$$\underline{H_{NI}} = \frac{\frac{\mu_0}{1 + \mu_0 B}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c(1 + \mu_0 B)}}.$$

Montage	Gain statique	Fréquence de coupure = bande passante	Produit gain x bande passante
ALI boucle ouverte	$\mu_0$	$f_c$	$\mu_0 f_c$
ALI boucle fermée (non inverseur)	$\mu_0 / (1 + \mu_0 B)$	$f_c \times (1 + \mu_0 B)$	$\mu_0 f_c$

Un montage bouclé à ALI a toujours un comportement passe-bas, dont la fréquence de coupure est liée au gain du montage : le produit gain statique × bande passante est constant pour un ALI bouclé par un retour constant.

↪ le modèle d'ALI utilisé fixe le produit gain × bande passante pour tout montage ultérieur, bien le choisir est donc une étape essentielle dans le dimensionnement d'un circuit électronique.

## II.C - Effet déstabilisant d'une rétroaction positive : comparateur à hystérésis



Le comparateur à hystérésis est un montage très important, mais dont le fonctionnement est un peu subtil. Il sera étudié en détail au paragraphe IV.B dans le modèle de gain infini. Le montage est identique à l'amplificateur non inverseur ... mais ici la rétroaction est sur la borne  $\oplus$ . L'ALI est supposé idéal, et décrit par une fonction de transfert du premier ordre.

- **Chaîne de rétroaction**

$$\frac{-v_+}{-s} = \frac{v_+}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Comme  $v_- = e$ , on en déduit

$$\varepsilon = v_+ - v_- = -e + \underbrace{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}_{=B} s.$$

- **Étude de stabilité**

Supposons le fonctionnement linéaire, afin de pouvoir utiliser les représentations complexes.

**Fonction de transfert du montage complet :**

$$\underline{S} = \underline{H_{ALI}} \underline{\varepsilon} = \underline{H_{ALI}} B \underline{S} - \underline{H_{ALI}} \underline{E}.$$

d'où

$$\underline{H} = \frac{-\underline{H_{ALI}}}{1 - \underline{H_{ALI}} B} = \frac{-\frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}}{1 - \frac{\mu_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} B} = \frac{-\mu_0}{1 - \mu_0 B + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

Espace 15

**Analyse de stabilité :**

$1 - \mu_0 B < 0$  et  $1/\omega_c > 0$  donc fonctionnement linéaire instable

Espace 16

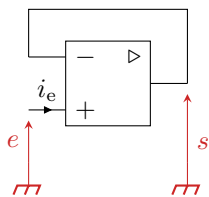
↪ on vérifie l'effet déstabilisant de la rétroaction positive.

### III - Exemples de montages à ALI en régime linéaire

Tous les montages de ce paragraphe sont étudiés dans le modèle de l'ALI idéal de gain infini.

⚠ ⚠ ⚠ **Attention !** Ne pas confondre les tensions d'entrée et de sortie du montage (notées  $e$  et  $s$ ) et celles de l'ALI (notées  $\varepsilon$  et  $v_s$ ) : on a très souvent  $s = v_s$ , mais jamais  $\varepsilon = e$ .

#### III.A - Suiveur



- **Régime de fonctionnement de l'ALI**

rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 17

- **Relation entrée-sortie**

$v_- = s$  et  $v_+ = e$  donc  $\varepsilon = v_+ - v_- = s - e = 0$ , d'où on déduit  $s = e$  ??? WTF ???

Espace 18

- **Impédance d'entrée**



On appelle **impédance d'entrée** d'un montage le rapport entre la tension et le courant d'entrée,

$$\underline{Z_e} = \frac{e}{i_e}$$

Pour le suiveur : ALI idéal donc  $i_e = 0$  donc  $Z_e = +\infty$ .

Espace 19

• Intérêt d'un montage suiveur

**Application 1 : Intérêt d'un montage suiveur**

Considérons la situation ci-dessous où l'on cherche à alimenter charge de résistance  $R_0$  avec un générateur de fém  $E$  et de résistance interne  $r$ . Exprimer la tension  $u_0$  aux bornes de la charge avec et sans suiveur. Conclure sur l'intérêt du montage.

**Sans montage suiveur :**

Sans suiveur,  $r$  et  $R_c$  forment un pont diviseur de tension donc  $u_c = \frac{R_c}{r + R_c} E < E$

Espace 20

↪ la charge n'est pas soumise à la tension qu'on voudrait lui imposer, surtout si elle est faible.

**Avec montage suiveur :**

En présence du suiveur,  $u_c$  est directement la tension de sortie et comme aucun courant ne circule dans la branche du générateur alors  $e = E$  donc  $u_c = E$ .

Espace 21

**Remarque :** Ajouter un montage suiveur peut également avoir un intérêt en sortie d'un filtre : si un étage de faible résistance d'entrée est placé en sortie du filtre, alors il affecte la fonction de transfert, de façon parfois très notable. Un exemple sera vu dans le TP sur le filtrage d'un extrait sonore.

• Courant de masse

Dans l'exemple précédent, la tension aux bornes de la résistance  $R_c$  est non nulle, donc un courant la traverse ... alors qu'aucun courant ne traverse le générateur et  $r$  car l'ALI est idéal!

↪ ce courant vient de la sortie de l'ALI ... et il repart par la masse.

Espace 22

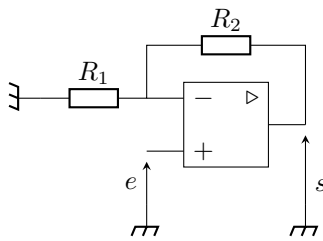
La masse est un nœud par lequel un courant, inconnu a priori, peut entrer ou sortir. Il faut donc être particulièrement prudent avec la masse dans l'application de la loi des nœuds.

• Récapitulatif

**Montage suiveur :**

- ▷ Relation entrée-sortie :  $s = e$  ;
- ▷ Impédance d'entrée  $Z_e = \frac{E}{I_e} \rightarrow \infty$  ;
- ▷ Intérêt : transmettre une tension sans appeler de courant, ce qui est intéressant si cet appel de courant modifie le comportement du montage.

### III.B - Amplificateur non inverseur



L'étude de ce montage a déjà été menée au paragraphe II.B avec un modèle du premier ordre. On utilise cette fois le modèle de gain infini.

- Régime de fonctionnement de l'ALI

rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 23

- Relation entrée-sortie

Les deux résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont parcourues par le même courant et forment donc un pont diviseur, d'où

$$\frac{u_1}{u_1 + u_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

avec  $u_1 = v_- = v_+ = e$  et  $u_1 + u_2 = s$  d'où on trouve

$$\frac{e}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{donc} \quad s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e.$$

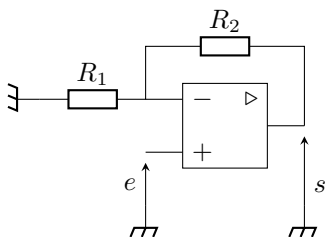
Espace 24

- Impédance d'entrée

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{E}}{\underline{I}_e} = \frac{\underline{E}}{\underline{I}_+} = +\infty \text{ car ALI idéal.}$$

Espace 25

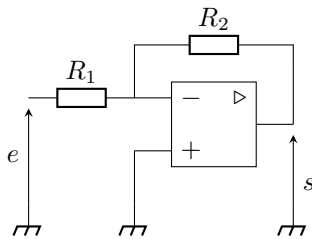
- Récapitulatif



**Montage amplificateur non-inverseur :**

- ▷ Relation entrée-sortie :  $s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e$  ;
- ▷ Impédance d'entrée  $\underline{Z}_e = \frac{\underline{E}}{\underline{I}_e} \rightarrow \infty$ .

### III.C - Amplificateur inverseur



Contrairement au montage non-inverseur précédent, l'entrée est cette fois imposée sur  $R_1$  alors que l'entrée  $\oplus$  de l'ALI est reliée à la masse.

- **Régime de fonctionnement de l'ALI**  
rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 26

- **Intermédiaire : loi des nœuds en termes de potentiel**

La loi des nœuds en termes de potentiel est une autre méthode d'étude des montages à ALI que le pont diviseur. Elle conduit évidemment aux mêmes résultats, mais en fonction des montages l'une ou l'autre méthode permet d'alléger les calculs, parfois de façon significative.

**Sur l'amplificateur inverseur** : LN : ALI idéal donc  $i_- = 0$  donc  $i_1 + i_2 = 0$ . En orientant les tensions en convention récepteur :

$$\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{e - v_-}{R_1} + \frac{s - v_-}{R_2} = 0.$$

Espace 27

#### Généralisation :

Lorsque les courants arrivant à un nœud sont exprimés en termes des tensions dans les différentes branches, la loi des nœuds peut se réécrire sous la forme

$$\sum_{\text{branches}} \frac{\text{potentiel à l'extrémité} - \text{potentiel du nœud central}}{\text{impédance de la branche}} = 0.$$

En pratique, le plus utile est souvent d'exprimer la loi des nœuds en potentiel aux entrées des ALI.

- **Relation entrée-sortie**

ALI en fonctionnement linéaire donc  $v_- = v_+ = 0$ , si bien que

$$\frac{s}{R_2} = -\frac{e}{R_1} \quad \text{d'où} \quad \boxed{s = -\frac{R_2}{R_1} e.}$$

Espace 28

**Remarque 1** : en fonction des valeurs des résistances, le montage peut amplifier mais aussi atténuer la tension.

**Remarque 2** : la nature inverseur ou non-inverseur d'un montage peut « se deviner » à partir de l'entrée de l'ALI sur laquelle est branchée la tension d'entrée du montage : dans tous les cas simples, si la tension d'entrée est imposée du côté de l'entrée  $\ominus$  de l'ALI alors le montage est inverseur, et si elle est imposée du côté de l'entrée  $\oplus$  alors le montage est non-inverseur.

• Impédance d'entrée

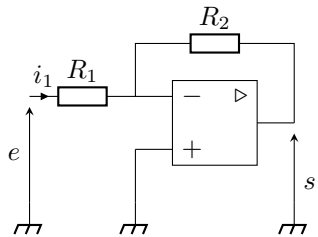
Le courant d'entrée du montage est cette fois  $i_1$ , donc

$$\underline{Z_e} = \frac{E}{\underline{I_1}} = \frac{U_1}{\underline{I_1}} = R_1.$$

Espace 29

↪ l'impédance d'entrée n'étant pas infinie, il faut être vigilant lorsqu'on place un étage amplificateur inverseur dans un montage plus complexe, car il peut avoir un effet sur le fonctionnement des étages précédents.

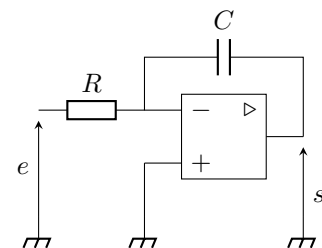
• Récapitulatif



**Montage amplificateur inverseur :**

- ▷ Relation entrée-sortie :  $s = -\frac{R_2}{R_1}e$ ;
- ▷ Impédance d'entrée  $\underline{Z_e} = \frac{E}{\underline{I_1}} = R_1 \neq \infty$ .

III.D - Intégrateur



Les fonctions réalisables avec des montages à ALI sont bien plus riches que de la simple amplification. Le montage intégrateur en est un exemple.

• Régime de fonctionnement de l'ALI

rétroaction négative donc régime linéaire probable

Espace 30

• Quelles méthodes utiliser ?

Pont diviseur ou loi des nœuds en potentiel ?

Vues les positions des tensions d'entrée et de sortie, le plus efficace est d'utiliser la LNP à l'entrée  $\ominus$ .

Espace 31

Représentation temporelle ou fréquentielle ?

Dès que c'est possible (régime linéaire), il est plus simple de travailler sur la représentation fréquentielle (impédances complexes).

Espace 32

• Relation entrée-sortie

Fonction de transfert dans le domaine fréquentiel :

LNP avec tous les courants orientés vers l'entrée  $\ominus$  :

$$\underline{I_R} + \underline{I_C} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{E - V_-}{R} + \frac{S - V_-}{1/jC\omega} = 0$$

et comme l'ALI est en régime linéaire  $V_- = V_+ = 0$  d'où on déduit

$$jC\omega \underline{S} = -\frac{E}{R} \quad \text{d'où} \quad \underline{S} = -\frac{1}{jRC\omega} \underline{E} \quad \text{soit} \quad \underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{1}{jRC\omega}$$

Espace 33

Relation différentielle dans le domaine temporel :

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{RC} e \quad \text{donc} \quad ds = -\frac{1}{RC} e(t) dt \quad \text{soit} \quad \int_{s(0)}^{s(t)} ds = -\frac{1}{RC} \int_0^t e(t) dt$$

ce qui donne finalement

$$s(t) = s(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t e(t) dt.$$

Espace 34

🚫🚫🚫 **Attention !** Ne pas oublier la constante d'intégration  $s(0)$  !

- **Impédance d'entrée**

$$\underline{Z_e} = \frac{E}{I_R} = R.$$

Espace 35

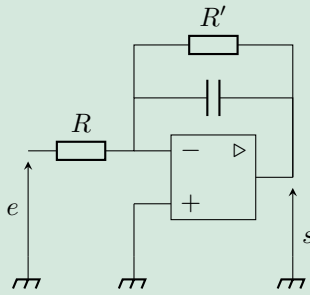
- **Difficultés d'utilisation pratique**

Un tel montage intégrateur intègre ... tout ! La moindre composante continue est donc intégrée et donne une contribution au signal de sortie qui croît linéairement et conduit inévitablement à une saturation assez rapide de l'ALI (quelques secondes en général).

En particulier le montage est très sensible à la tension d'offset de l'ALI : pour un ALI réel de gain infini, en régime linéaire  $\varepsilon = V_{\text{offset}}$ , très faible mais non nulle. La tension d'offset est réglable (une des huit bornes des ALI lui est dédiée), mais on ne peut jamais parfaitement l'annuler.

↪ le montage intégrateur est inutilisable tel quel : en pratique, on utilise donc le **montage pseudo-intégrateur**.

## Application 2 : Pseudo-intégrateur



Le montage pseudo-intégrateur est une adaptation du montage intégrateur où une résistance  $R'$  est montée en parallèle du condensateur  $C$ .

- 1 - Établir la fonction de transfert du montage.
- 2 - Montrer que la fonction de transfert ne diverge plus à basse fréquence.
- 3 - Montrer que ce montage se comporte en intégrateur pour les signaux de haute fréquence.
- 4 - Dans quelle gamme de fréquence ce montage est-il utilisable en lieu et place du précédent ? Comment choisir la valeur de  $R'$  ?

1 Admittance équivalente :  $\underline{Y}_p = \frac{1}{R'} + jC\omega$ .

LNP :

$$\frac{\underline{E} - 0}{R} + (\underline{S} - 0) \left( \frac{1}{R'} + jC\omega \right) = 0$$

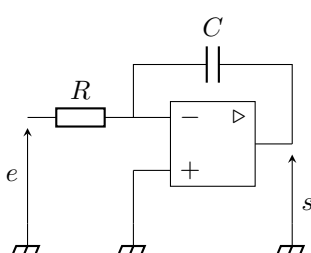
d'où on déduit

$$\underline{H} = -\frac{R'/R}{1 + jR'C\omega} \underset{\text{THF}}{\sim} -\frac{1}{jRC\omega}$$

- 2 Limite basse fréquence :  $\underline{H} \sim -R'/R$ , la composante est donc amplifiée mais il n'y a pas de divergence.
- 3 Limite haute fréquence :  $\underline{H} \sim -\frac{R'}{R \times jR'C\omega} = -1/jRC\omega$ , on retrouve la même FT que l'intégrateur parfait.
- 4 La fréquence caractéristique est  $1/R'C$  : le pseudo-intégrateur se substitue à l'intégrateur pour  $\omega \gg 1/R'C$ . On a donc intérêt à choisir  $R'$  très grand ... sous réserve de ne pas trop amplifier les signaux basse fréquence. Il y a donc un compromis à trouver.

Espace 36

### • Récapitulatif



#### Montage intégrateur :

- ▷ Relation entrée-sortie :  $\underline{S} = -\frac{1}{jRC\omega} \underline{E}$ ;
- ▷ Impédance d'entrée  $\underline{Z}_e = \frac{\underline{E}}{\underline{I}_R} = R \neq \infty$  donc prudence ;
- ▷ Montage inutilisable en pratique, où il faut ajouter  $R'$  en parallèle de  $C$  (pseudo-intégrateur).



## IV - Exemples de montages à ALI en régime de saturation

Tous les montages de ce paragraphe sont étudiés dans le modèle de l'ALI idéal de gain infini.

**Rappel :** en régime de saturation, la tension de sortie de l'ALI vaut  $v_s = \pm V_{\text{sat}}$  en fonction de signe de la tension d'entrée de l'ALI  $\varepsilon$ .

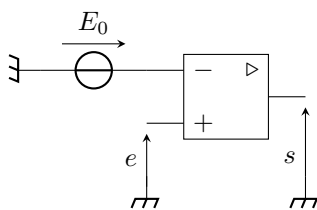
↪ étudier un montage en saturation consiste essentiellement à prévoir à quelle(s) condition(s) sur  $e$  la tension  $\varepsilon$  change de signe, c'est-à-dire la bascule de  $\pm V_{\text{sat}}$  à  $\mp V_{\text{sat}}$  a lieu.

🔥🔥🔥 **Attention !** Contrairement au régime linéaire,  $\varepsilon \neq 0$  (même si l'ALI est idéal!) et sa valeur est inconnue.

**Méthode :** les montages à ALI en saturation se traitent par disjonction des cas

- ▷ on fait une hypothèse sur l'état de saturation de l'ALI, ce qui revient à donner la valeur de  $v_s$  et le signe de  $\varepsilon$  ;
- ▷ cet état de saturation perdure tant que le signe de  $\varepsilon$  ne change pas, on cherche donc à quelle condition sur l'entrée  $e$  on a  $\varepsilon$  qui s'annule.

### IV.A - Comparateur simple



On étudie le montage comparateur simple ci-contre. La tension  $E_0$ , supposée constante pour simplifier, est imposée par un générateur extérieur.

- **Régime de fonctionnement de l'ALI**

aucune rétroaction donc régime de saturation certain

Espace 37

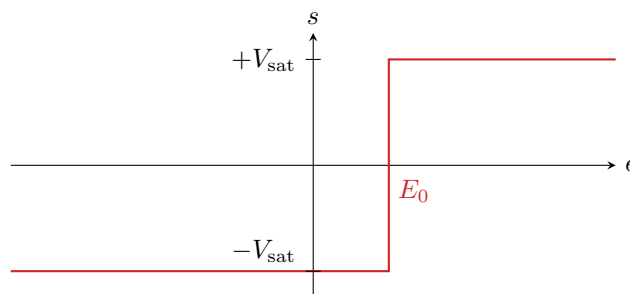
- **Conditions de bascule**

Supposons l'ALI en saturation haute :  $s = +V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon = e - E_0 > 0$ , soit  $e > E_0$ . Il y a donc bascule lorsque la tension d'entrée du montage devient inférieure à  $E_0$ .

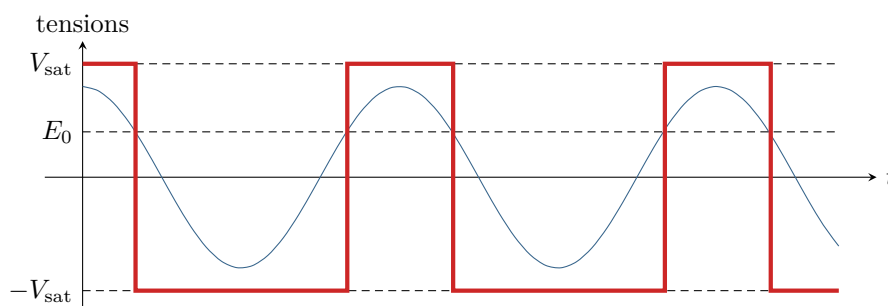
Supposons maintenant l'ALI en saturation basse :  $s = -V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon = e - E_0 < 0$ , soit  $e < E_0$ . Il y a donc bascule lorsque la tension d'entrée du montage devient supérieure à  $E_0$ .

Espace 38

- **Diagramme entrée-sortie**



- **Effet sur un signal sinusoïdal**



Comparaison des spectres :

entrée = une seule harmonique, sortie = nombre infini d'harmoniques

Espace 39

Généralisation :



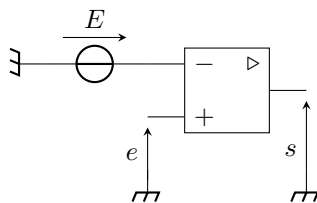
Le spectre du signal de sortie d'un montage non-linéaire compte toujours plus d'harmoniques qu'en entrée. On dit qu'il y a **génération d'harmoniques** ou **enrichissement spectral** par les non-linéarités.

- **Limitations : effet sur un signal fluctuant rapidement**

Si la tension d'entrée  $e$  fluctue rapidement autour de  $E_0$  alors la tension de sortie fluctue elle aussi rapidement entre  $\pm V_{\text{sat}}$ . Cela peut être un avantage (capteur de présence, etc.), mais pas toujours : on peut penser par exemple à un store qui devrait monter ou descendre automatiquement en fonction de l'ensoleillement, il ne faudrait pas que de faibles variations de luminosité dues à un petit nuage ou au passage d'un oiseau devant le capteur le fassent monter et descendre cent fois en une après-midi.

↪ nécessité d'autres montages, plus robustes aux fluctuations.

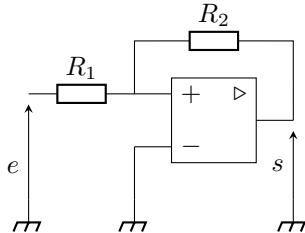
- **Récapitulatif**



Montage comparateur simple :

$$s(t) = \begin{cases} +V_{\text{sat}} & \text{tant que } e > E \\ -V_{\text{sat}} & \text{tant que } e < E \end{cases}$$

#### IV.B - Comparateur à hystérésis non-inverseur



Ce montage a déjà été étudié au paragraphe II.C avec un modèle du premier ordre, ce qui a permis de montrer qu'une rétroaction positive conduisait nécessairement à un fonctionnement en régime de saturation.

- **Régime de fonctionnement de l'ALI**

Montage à rétroaction positive, le régime de saturation est donc certain.

- **Expression générale de  $\varepsilon$**

Commençons par exprimer de façon générale  $\varepsilon$  en fonction des tensions  $e$  et  $s$ , sans rien supposer sur l'état de saturation de l'ALI.

On a directement  $v_- = 0$ , exprimons  $\varepsilon = v_+$  avec la LNP :

$$\frac{e - \varepsilon}{R_1} + \frac{s - \varepsilon}{R_2} = 0 \quad \text{soit} \quad \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \varepsilon = \frac{e}{R_1} + \frac{s}{R_2}$$

et ainsi

$$\varepsilon = \frac{1}{R_1 + R_2} (R_2 e + R_1 s)$$

Espace 40

- **Conditions de bascule**

Supposons l'ALI en saturation haute :  $s = +V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon > 0$ , c'est-à-dire

$$R_2 e + R_1 V_{\text{sat}} > 0 \quad \text{soit} \quad e > -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = -\beta V_{\text{sat}}.$$

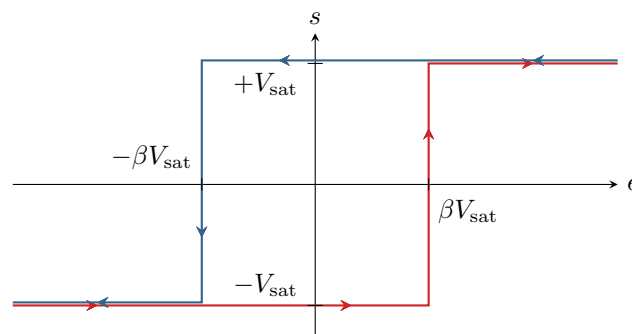
Supposons maintenant l'ALI en saturation basse :  $s = -V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que  $\varepsilon < 0$ , c'est-à-dire

$$R_2 e - R_1 V_{\text{sat}} < 0 \quad \text{soit} \quad e < +\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = +\beta V_{\text{sat}}.$$

Espace 41

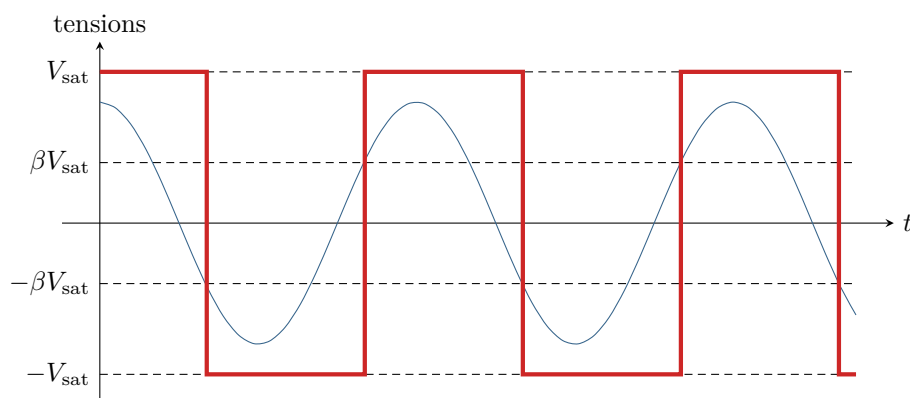
↪ la condition de bascule n'est pas la même selon l'état de saturation de l'ALI.

- **Diagramme entrée-sortie**



On retrouve sans surprise la génération d'harmoniques par les non-linéarités du montage.

- **Effet sur un signal sinusoïdal**



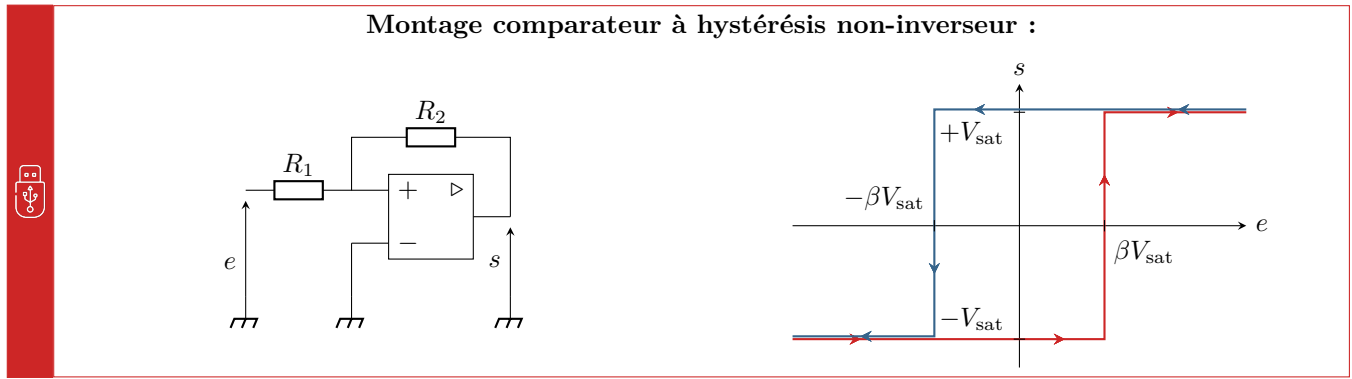
- **Phénomène d'hystérésis**

On constate clairement sur le diagramme entrée-sortie que dans toute la zone intermédiaire  $-\beta V_{\text{sat}} < \varepsilon < \beta V_{\text{sat}}$  le système peut être dans l'un ou l'autre état de saturation en fonction de son état antérieur : il garde ainsi une mémoire de son état antérieur, ce qui rend la comparaison robuste aux fluctuations.

On dit qu'un système présente un **phénomène d'hystérésis** si son état actuel dépend de son évolution antérieure et pas seulement des valeurs instantanées des paramètres extérieurs.

Ce phénomène se rencontre dans de nombreux domaines de la physique : magnétisme, hydraulique, etc.

• Récapitulatif



**Remarque :** il existe un montage comparateur à hystérésis inverseur, que nous étudierons en TD, dont le cycle est symétrique à celui du montage non-inverseur.

**V - Synthèse : quelle méthode pour quel montage ?**

**V.A - Régime linéaire vs. régime de saturation**

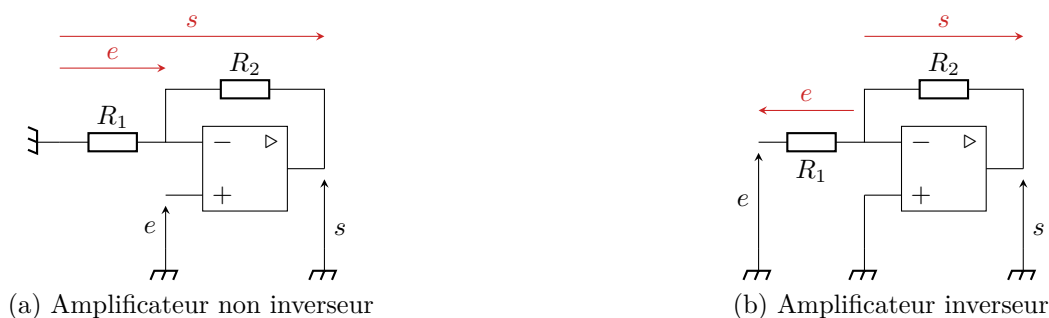
	Régime linéaire	Régime de saturation
Sur le montage	Une unique rétroaction négative	Aucune rétroaction Une unique rétroaction positive
Ce que l'on sait	$\varepsilon = 0$	$v_s = \pm V_{sat}$
Ce que l'on calcule	Expression de $s$ en fonction de $e$	Expression de $\varepsilon$ en fonction de $v_s$ et $e$
Ce que l'on en déduit	Relation entrée-sortie sous forme d'une relation différentielle ou d'une fonction de transfert	Conditions sur la tension d'entrée pour lesquelles l'ALI bascule Disjonction de cas entre saturation haute et basse : « si l'ALI est en saturation ... alors il y reste tant que ... »
Outils d'étude	Représentation complexe ou temporelle	Représentation temporelle uniquement

**Remarques diverses :**

- ▷ dans le cas de montages à deux rétroactions, l'une positive et l'autre négative, on ne peut pas connaître a priori le régime de fonctionnement de l'ALI, il est alors donné par l'énoncé ;
- ▷ même avec une unique rétroaction négative, l'ALI peut fonctionner en régime de saturation si les signaux sont d'amplitude trop élevée : on a toujours  $-V_{sat} \leq v_s \leq +V_{sat}$  ;
- ▷ lorsque c'est possible, il est généralement plus simple d'utiliser les représentations complexes que les représentations temporelles.

**V.B - Loi des nœuds en potentiel ou pont diviseur de tension ?**

Lorsqu'elles sont écrites sans erreur (...), les deux méthodes de LNP et de pont diviseur sont équivalentes et conduisent au bon résultat. En revanche, la complexité du calcul peut parfois (mais pas toujours) fortement différer. Le choix de la méthode est guidé par la structure du montage. Illustrons-le sur deux exemples.



Dans les deux montages, l'ALI fonctionne en régime linéaire, donc  $v_- = v_+$ .

- **Amplificateur non-inverseur**

Les différentes positions de la masse dans le montage permettent de représenter  $s$  et  $e$  « sur une même ligne ». La structure du pont diviseur apparaît clairement, d'où

$$\frac{e}{s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{d'où} \quad s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e.$$

Le même montage étudié par la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI donne

$$\frac{0 - e}{R_1} + \frac{s - e}{R_2} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{s}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) e = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} e \quad \text{d'où} \quad s = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) e.$$

Ici, passer par un pont diviseur est un peu plus rapide et sans doute un peu moins risqué que la loi des nœuds en potentiel, mais elle demeure tout à fait efficace.

Plus généralement, « on voit bien que » le pont diviseur est efficace car la tension de sortie  $s$  est prise entre les deux extrémités du montage (sortie de l'ALI et masse) et la tension d'entrée  $e$  entre le centre du montage et une extrémité.

- **Amplificateur inverseur**

En représentant de même les tensions « sur une même ligne », on voit qu'il n'apparaît pas de structure de type pont diviseur mais que  $e$  et  $s$  sont directement des tensions aux bornes des résistances, qu'il est immédiat de relier aux intensités ... d'où l'intérêt de la loi des nœuds. Ainsi, le calcul par LNP s'écrit

$$\frac{e}{R_1} + \frac{s}{R_2} = 0 \quad \text{d'où} \quad s = -\frac{R_2}{R_1} e.$$

Le même montage étudié par un pont diviseur donnerait

$$\frac{-e}{s - e} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{soit} \quad -(R_1 + R_2)e = R_1(s - e) \quad \text{et} \quad -\cancel{R_1}e - R_2e = R_1s - \cancel{R_1}e \quad \text{d'où} \quad s = -\frac{R_2}{R_1} e$$

Ici, opter pour la LNP est nettement plus rapide et plus simple que de passer par un pont diviseur.

Plus généralement, « on voit bien que » la LNP est plus efficace car les tensions de sortie  $s$  et  $e$  sont prises aux deux extrémités du montage alors que la tension au centre est connue.

- **Et si on n'est pas sûr ?**

Mieux vaut alors passer par la LNP, mais en faisant très attention à exprimer de façon cohérente les tensions et les impédances des dipôles.