




# Amplificateur linéaire intégré

## Montages simples

### Exercice 1 : Montage dérivateur



-  ▷ Montage simple à ALI;
- ▷ Régime linéaire.

Il n'y a qu'une rétroaction négative, donc l'ALI fonctionne probablement en régime linéaire. La présence du condensateur incite à travailler en complexes. Les deux tensions intéressantes  $s$  et  $e$  sont aux extrémités des branches, on utilise donc la loi des nœuds en termes de potentiel à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI :

$$\frac{E - V_-}{1/jC\omega} + \frac{S - V_-}{R} = 0.$$

Comme le fonctionnement est linéaire, alors  $V_- = V_+ = 0$  donc


$$jC\omega E + \frac{S}{R} = 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{S = -jRC\omega E},$$

ce qui donne dans le domaine temporel

$$\boxed{s = -RC \frac{de}{dt}}.$$

### Exercice 2 : Montage sommateur



-  ▷ Montage simple à ALI;
- ▷ Régime linéaire.

La seule rétroaction est négative, on peut donc supposer que l'ALI fonctionne en régime linéaire.

D'après la loi des nœuds en termes de potentiel, en notant  $i_1$  et  $i_2$  les courants dans les branches d'entrée soumises à  $v_1$  et  $v_2$ ,

$$i_1 + i_2 = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{v_1 - v_+}{R} + \frac{v_2 - v_+}{R} = 0 \quad \text{d'où} \quad v_+ = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

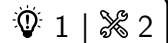
Notons  $v_-$  le potentiel de l'entrée inverseuse, égal à la tension aux bornes de la résistance représentée verticalement. Les deux résistances de la branche du bas sont parcourues par le même courant, donc

$$\frac{v_-}{v_s} = \frac{R}{R + R} \quad \text{soit} \quad v_s = 2v_-.$$

Enfin, comme l'ALI fonctionne de régime linéaire alors  $v_+ = v_-$  d'où

$$\boxed{v_s = v_1 + v_2}.$$

Le point important de l'exercice est le choix de la méthode pour exprimer les potentiels. Sur la branche du haut, l'entrée intéressante  $\oplus$  est à une extrémité de la branche d'où le choix de la loi des nœuds, alors que sur la branche du bas l'entrée intéressante  $\ominus$  est au centre de la branche, d'où l'intérêt du pont diviseur.

**Exercice 3 : Intégrateur différentiel**

- ▷ Montage simple à ALI;
- ▷ Régime linéaire.

La seule rétroaction est négative, on peut donc supposer le régime linéaire. En notation complexe, la loi des nœuds à l'entrée  $\ominus$  donne

$$\frac{E_1 - V_-}{R} + \frac{S - V_-}{1/jC\omega} = 0$$

Un pont diviseur de tension dans la branche du bas donne

$$\frac{V_+}{E_2} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

Or en fonctionnement linéaire on a

$$V_- = V_+ = \frac{1}{1 + jRC\omega} E_2.$$

En fusionnant les deux équations,

$$\frac{E_1}{R} - \frac{1}{R(1 + jRC\omega)} E_2 + jC\omega S - \frac{jC\omega}{1 + jRC\omega} E_2 = 0$$

soit

$$\frac{E_1}{jRC\omega} - \frac{1}{jRC\omega(1 + jRC\omega)} E_2 + S - \frac{1}{1 + jRC\omega} E_2 = 0$$

et ainsi

$$S = -\frac{E_1}{jRC\omega} + \frac{E_2}{jRC\omega} \left( \frac{1}{1 + jRC\omega} + \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \right)$$

ce qui donne au final

$$S = \frac{1}{jRC\omega} (E_2 - E_1).$$

On utilise la correspondance habituelle pour passer dans le domaine temporel,

$$s(t) = s(0) + \frac{1}{RC} \int_0^t (e_2 - e_1) dt.$$

**Exercice 4 : ALI avec défauts**

oral banque PT |



- ▷ Modèle du premier ordre;
- ▷ Modèle de l'ALI idéal.

**1** La seule rétroaction étant négative, l'ALI fonctionne probablement en régime linéaire. On a donc

$$v_s = A_d \varepsilon = A_d (v_e - v_s)$$

ce qui donne

$$(1 + A_d) v_s = A_d v_e$$

et ainsi

$$\frac{v_s}{1 + A_d} v_e \quad \text{soit} \quad v_s = \frac{A_0}{1 + A_0 + j\omega\tau} v_e.$$

En supposant  $A_0 \gg 1$ , on peut réécrire le résultat

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{1 + j\omega\tau/A_0}$$

Le montage est un suiveur : dans la limite basse fréquence, la tension de sortie est identique à la tension d'entrée, indépendamment des deux résistances  $R_u$  et  $R_g$ .

**2** Le spectre du signal  $v_e$  ne contient qu'un seul pic, d'amplitude  $E$ , à la pulsation  $\omega$ .

▷ Expérience 1 : l'amplitude d'entrée est telle que l'ALI sature, ce qui est source d'enrichissement spectral.

- spectre B.
- ▷ Expérience 2 : la fréquence d'entrée est très élevée, le montage ayant un comportement passe-bas on s'attend à une atténuation.  
→ spectre C.
- ▷ Expérience 3 : la fréquence est raisonnable et l'amplitude du signal d'entrée pas trop élevée, l'ALI fonctionne constamment en régime linéaire dans son domaine basses fréquences.  
→ spectre A.

### Exercice 5 : Filtre actif amplificateur



- ▷ Montage simple à ALI ;
- ▷ Régime linéaire et de saturation ;
- ▷ Filtrage.

Le montage ne compte qu'une seule rétroaction négative, on fait donc l'hypothèse que l'ALI fonctionne en régime linéaire.

**1** • **Dans la limite des basses fréquences** : Le condensateur équivaut à un interrupteur ouvert, et aucun courant ne peut traverser les résistances. Comme  $s$  est la tension aux bornes de  $R'$  on en déduit  $s = 0$  c'est-à-dire que les basses fréquences sont **coupées**.

• **Dans la limite des hautes fréquences** : Le condensateur équivaut à un fil, le montage s'apparente alors à un amplificateur inverseur. On en déduit que les hautes fréquences sont **transmises**, et potentiellement amplifiées.

• **Conclusion** : le filtre est un passe-haut.

**2** L'association  $R, C$  a pour impédance équivalente

$$\underline{Z} = R + \frac{1}{jC\omega}$$

D'après la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI avec  $v_- = v_+ = 0$ ,

$$\frac{e - 0}{\underline{Z}} + \frac{s - 0}{R'} = 0$$

On en déduit

$$\underline{H} = \frac{s}{e} = -\frac{R'}{\underline{Z}} = -\frac{R'}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{-R'/R}{1 + \frac{1}{jRC\omega}}$$

On peut ainsi identifier à la forme canonique donnée,

$$\underline{H} = \frac{\underline{H}_0}{1 - j\frac{\omega_c}{\omega}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \underline{H}_0 = -R'/R \\ \omega_c = 1/RC \end{cases}$$

**3** La capacité doit valoir

$$C = \frac{1}{R\omega_c} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ F.}$$

En haute fréquence,  $\underline{H} \sim \underline{H}_0$ . Ainsi, si le gain est de 20 dB alors

$$|\underline{H}_0| = \frac{R'}{R} = 10^{20/20} = 10 \quad \text{d'où} \quad \boxed{R' = 10 \text{ k}\Omega.}$$

**4** Dans la limite des hautes fréquences, d'après la question précédente,

$$G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}_0| = 40 \text{ dB.}$$

Dans la limite des basses fréquences,

$$\underline{H} \sim \frac{\underline{H}_0}{-j\frac{\omega_c}{\omega}} = \frac{j\omega \underline{H}_0}{\omega_c} \quad \text{soit} \quad G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}| = 20 \log \omega + 20 \log \frac{|\underline{H}_0|}{\omega_c}$$

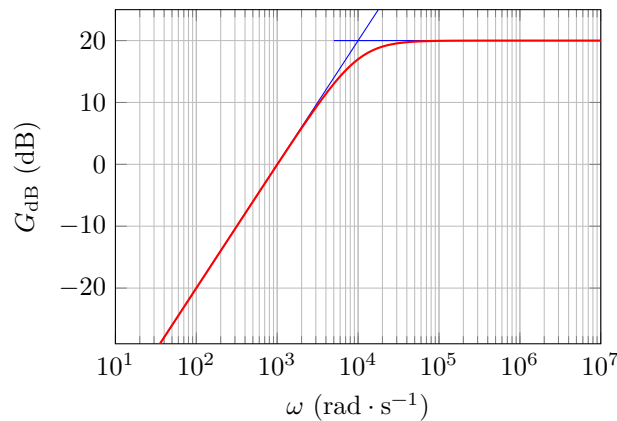


Figure 1 – Diagramme de Bode.

Comme toujours avec les filtres du premier ordre, les deux asymptotes se coupent en  $\omega = \omega_c$ . On en déduit le diagramme est représenté figure 1.

5 Le plus simple est de raisonner sur le diagramme de Bode, seul le dernier cas n'est pas évident.

- ▷  $E_0 = 1\text{ V}$  et  $\omega = 1 \cdot 10^2\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  : on calcule (ou on constate sur le diagramme) que  $G_{\text{dB}} = -20\text{ dB}$  donc  $|\underline{H}| = 10^{-20/20} = 1/10$ , le signal de sortie est donc sinusoïdal d'amplitude  $E_0/10 = 0,1\text{ V}$  et le spectre identique à celui de l'entrée, à l'amplitude près.
- ▷  $E_0 = 3\text{ V}$  et  $\omega = 1 \cdot 10^2\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  : de même, le signal de sortie est sinusoïdal d'amplitude  $0,3\text{ V}$ .
- ▷  $E_0 = 1\text{ V}$  et  $\omega = 1 \cdot 10^5\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  : à cette pulsation,  $G_{\text{dB}} = 20\text{ dB}$  donc  $|\underline{H}| = 10^{20/20} = 10$ , le signal de sortie est donc sinusoïdal d'amplitude  $10E_0 = 10\text{ V}$ .
- ▷  $E_0 = 3\text{ V}$  et  $\omega = 1 \cdot 10^5\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  : en reprenant le raisonnement précédent, le signal de sortie devrait avoir une amplitude de  $30\text{ V}$  ... ce qui est impossible, car la tension de sortie doit rester inférieure à la tension de saturation de l'ALI. Le signal de sortie est donc un sinus écrété, qui conserve la valeur de  $\pm 15\text{ V}$  dès que l'ALI est en saturation. Cela se traduit par un enrichissement spectral : outre le fondamental à  $1 \cdot 10^5\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , des harmoniques apparaissent dans le spectre à  $2 \cdot 10^5, 3 \cdot 10^5, 4 \cdot 10^5\text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  etc. mais prévoir leur amplitude n'est pas simple.

## Exercice 6 : Régulation de température

inspiré écrit Centrale TSI 2018 | 💡 2 | ✂ 2



▷ *Compareur à hystérésis.*

1 Il s'agit d'un pont diviseur de tension,

$$v_1 = \frac{R_0}{R_0 + R(T)} V_0.$$

2 L'ALI ne possède qu'une unique rétroaction positive, il fonctionne donc nécessairement en régime de saturation. La loi des nœuds en potentiel appliqué à la borne  $\oplus$  de l'ALI s'écrit

$$\frac{v_s - v_+}{R_2} + \frac{E - v_+}{R_1} = 0 \quad \text{soit} \quad R_1 v_s + R_2 E - (R_1 + R_2)v_+ = 0$$

et ainsi

$$v_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s + \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s + \left(1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) E$$

ce qui s'écrit bien

$$v_+ = k v_s + (1 - k) E.$$

3 Supposons l'ALI en saturation haute : on a alors  $v_s = V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que

$$v_- < v_+ \quad \text{soit} \quad v_e < k V_{\text{sat}} + (1 - k) E.$$

Supposons maintenant l'ALI en saturation basse, soit  $v_s = -V_{\text{sat}}$ . Il y reste tant que

$$v_- > v_+ \quad \text{soit} \quad v_e > -kV_{\text{sat}} + (1-k)E.$$

4 En plaçant les tensions de basculement de manière symétrique par rapport à  $(1-k)E$ , on en déduit la caractéristique du montage de la figure 2. Il s'agit d'un comparateur à hystérésis inverseur décalé.

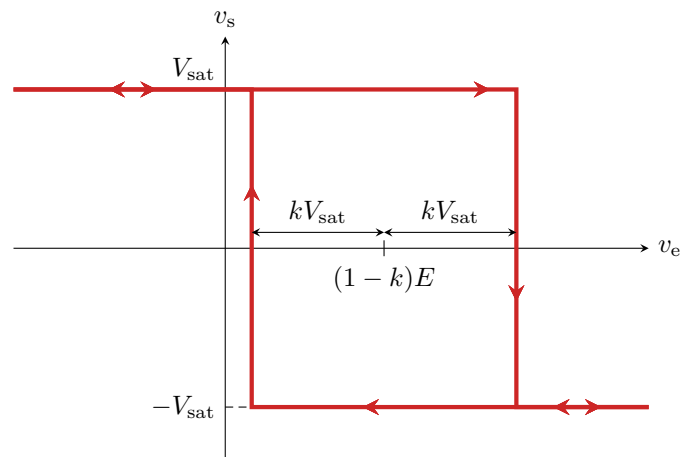


Figure 2 – Caractéristique entrée-sortie du montage comparateur à hystérésis décalé.

5 On souhaite que le comparateur bascule en saturation haute lorsque  $T = T_c - \Delta T$ . Traduit en termes de tension, cela donne

$$v_1(T = T_c - \Delta T) = -kV_{\text{sat}} + (1-k)E(T_c)$$

soit

$$\begin{aligned} \alpha + \beta(T_c - \Delta T) &= -kV_{\text{sat}} + (1-k)(a + bT_c) \\ \beta T_c + \alpha - \beta \Delta T &= (1-k)b T_c + (1-k)a - kV_{\text{sat}} \end{aligned} \quad (1)$$

À l'inverse, la condition d'arrêt du dispositif s'écrit

$$\begin{aligned} \alpha + \beta(T_c + \Delta T) &= +kV_{\text{sat}} + (1-k)(a + bT_c) \\ \beta T_c + \alpha + \beta \Delta T &= (1-k)b T_c + (1-k)a + kV_{\text{sat}} \end{aligned} \quad (2)$$

En prenant la différence (2)-(1), on obtient

$$2\beta \Delta T = 2kV_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad \boxed{k = \frac{\beta \Delta T}{V_{\text{sat}}}}.$$

6 On peut alors simplifier les conditions de basculement sous la même forme,

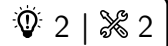
$$\beta T_c + \alpha = (1-k)b T_c + (1-k)a \quad \text{soit} \quad \boxed{[(1-k)b - \beta] T_c + [(1-k)a - \alpha] = 0,}$$

et comme cette relation doit être vérifiée quelle que soit la température de consigne  $T_c$ , on en déduit que les deux coefficients sont nuls, soit

$$\boxed{a = \frac{\alpha}{1-k} \quad \text{et} \quad b = \frac{\beta}{1-k} .}$$

## Impédance d'entrée, simulation de dipôles

### Exercice 7 : Résistance négative



- $\triangleright$  Montage simple à ALI;  
 $\triangleright$  Impédance d'entrée;  
 $\triangleright$  Régime linéaire et de saturation.

**1** L'ALI compte une rétroaction sur chaque borne, il est donc **impossible** d'anticiper son régime de fonctionnement. D'après la loi des nœuds appliquée à l'entrée  $\ominus$ , on a

$$i + \frac{v_s - v^-}{R} = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{v^- = v_s + Ri.}$$

Par un pont diviseur sur la branche contenant les deux résistances  $R_1$  et  $R_2$ , on trouve

$$\boxed{v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s.}$$

**2** En régime linéaire,  $v^+ = v^- = u$ , donc

$$u = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \quad \text{soit} \quad v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} u.$$

En réinjectant dans l'expression de  $v^-$ , il vient

$$u \left( 1 - \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = Ri \quad \text{soit} \quad -\frac{R_2}{R_1} u = Ri \quad \text{d'où} \quad \boxed{u = -R \frac{R_1}{R_2} i.}$$

L'intensité  $i$  et la tension  $u$  sont orientées en convention récepteur. La « loi de comportement » du montage est donc formellement identique à la loi d'Ohm, mais pour une résistance négative :

$$u = R_N i \quad \text{avec} \quad \boxed{R_N = -R \frac{R_1}{R_2}.}$$

**3** Si l'ALI est en régime linéaire, il y reste sans atteindre la saturation haute tant que

$$v_s < V_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad \frac{R_1 + R_2}{R_1} u < V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad u < \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}.$$

En reprenant la relation entre  $u$  et  $i$  établie en régime linéaire, on en déduit que l'ALI reste en régime linéaire tant que

$$-R \frac{R_1}{R_2} i < \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad \boxed{i > -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{V_{\text{sat}}}{R} = -I_{\text{basc}}.}$$

Pour savoir si le montage a un comportement d'hystérésis, il faut calculer l'intensité de basculement du régime de saturation haute vers le régime linéaire. Si l'ALI est en saturation haute, il y reste tant que

$$v^+ > v^- \quad \text{soit} \quad \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} > V_{\text{sat}} + Ri \quad \text{soit} \quad i < -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{V_{\text{sat}}}{R} = -I_{\text{basc}}.$$

Le basculement entre régime linéaire et saturation haute a lieu pour le même courant  $-I_{\text{basc}}$  quel que soit le sens de bascule, il n'y a donc **pas d'hystérésis**.

La relation  $u = R_N i$  a été établie en supposant le fonctionnement de l'ALI linéaire, elle ne peut donc PAS être utilisée en régime de saturation. En revanche, les expressions de  $v^+$  et  $v^-$  établies question 1 l'ont été sans aucune hypothèse sur le régime de fonctionnement de l'ALI, elles peuvent donc être utilisées aussi bien en régime linéaire qu'en régime de saturation ... à condition bien sûr de remplacer  $v_s$  par  $\pm V_{\text{sat}}$  dans le cas d'un fonctionnement saturé.

4 De même, l'ALI reste en régime linéaire sans atteindre la saturation basse tant que

$$v_s > -V_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad \frac{R_1 + R_2}{R_1} u > -V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad u > -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}.$$

En reprenant la relation de résistance négative, on en déduit que l'ALI reste en régime linéaire tant que

$$-R \frac{R_1}{R_2} i > -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad \boxed{i < \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{V_{\text{sat}}}{R} = I_{\text{basc}}.}$$

Réciproquement, si l'ALI est en saturation basse, il reste dans ce régime de saturation tant que

$$v^+ < v^- \quad \text{donc} \quad -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} < -V_{\text{sat}} + Ri \quad \text{soit} \quad i > \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{V_{\text{sat}}}{R} = I_{\text{basc}}.$$

De nouveau, on trouve que le montage ne présente pas d'hystérésis.

5 Voir figure 3. La tension d'entrée de l'ALI au moment du basculement vaut

$$U_{\text{basc}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}.$$

D'après la question 1 avec  $v^- = u$  et  $v_s = V_{\text{sat}}$ , en saturation haute, la caractéristique est une droite d'équation

$$u = Ri + V_{\text{sat}}.$$

De même, dans le domaine correspondant à la saturation basse,

$$u = Ri - V_{\text{sat}}.$$

On trouve dans les deux cas des droites de même pente  $R$  et d'ordonnée à l'origine  $\pm V_{\text{sat}}$ . Enfin, dans le domaine de fonctionnement linéaire, la caractéristique est une droite d'équation

$$u = -R \frac{R_1}{R_2} i$$

dont la pente est indépendante des deux autres.

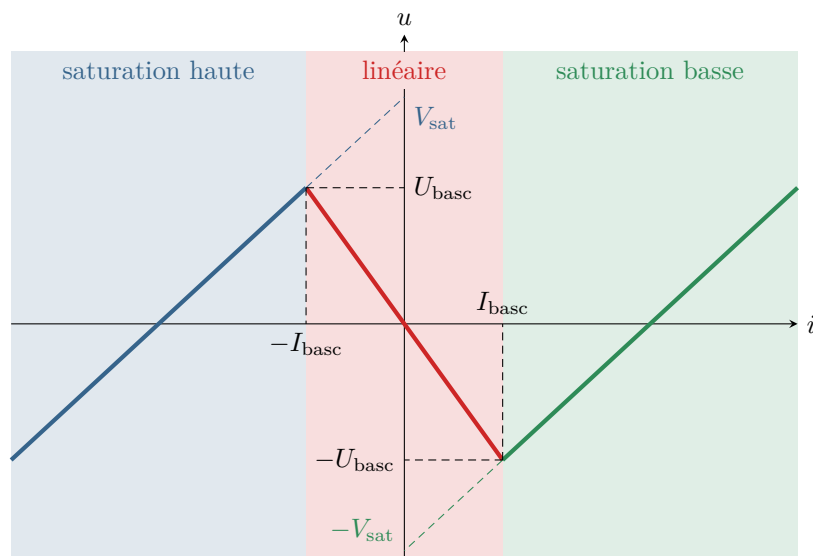


Figure 3 – Caractéristique du montage à résistance négative.

**Exercice 8 : Capacité réglable**

💡 2 | ✂ 1



- ▷ Montage à plusieurs blocs ;
- ▷ Impédance d'entrée ;
- ▷ Régime linéaire.

On veut montrer que le montage équivaut à un condensateur : ce n'est donc pas une fonction de transfert qui nous intéresse ici, mais l'impédance d'entrée du montage. Concrètement, on cherche donc à établir une relation entre  $i$  et  $u$  qui soit celle d'un condensateur, soit

$$u = \frac{1}{jC\omega} i.$$

On note  $v_1$  et  $v_2$  les tensions de sortie des deux ALI, qui fonctionnent tous les deux en régime linéaire. Le premier ALI est un suiveur donc  $v_1 = u$ . La LNP à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI ②, combinée avec l'hypothèse de fonctionnement linéaire, donne

$$\frac{v_1 - 0}{\alpha R} + \frac{v_2 - 0}{(1 - \alpha R)} = 0 \quad \text{d'où} \quad v_2 = \frac{\alpha - 1}{\alpha} u.$$

Enfin, comme l'ALI ① est idéal, alors les courants de polarisation sont nuls. Le courant  $i$  est donc également celui qui traverse le condensateur. En convention récepteur, on a donc

$$i = jC_0\omega(u - v_2)$$

En remplaçant l'expression de  $v_2$ ,

$$i = j \frac{C_0}{\alpha} \omega u \quad \text{d'où} \quad \boxed{C = \frac{C_0}{\alpha}}.$$

L'intérêt du montage est qu'il est très simple de faire varier  $\alpha$  (il suffit de faire tourner le curseur d'un potentiomètre) pour adapter la capacité à la volonté, ce qui est infiniment (et même plus !) plus simple que de changer le condensateur du montage.

**D'autres montages plus élaborés****Exercice 9 : Amplificateur différentiel**

PT A 2019 | 💡 2 | ✂ 2



- ▷ Montage à plusieurs blocs ;
- ▷ Régime linéaire.

**1.a** **Cours** Le gain statique d'un ALI est  $\mu_0 \sim 2 \cdot 10^5$ , son impédance d'entrée vaut  $Z_e \sim 10^{12} \Omega$  et son impédance de sortie  $Z_s$  est nulle par construction.

**1.b** **Cours** Pour un ALI idéal de gain infini,  $\mu_0$  et  $Z_e$  sont infinis et  $Z_s$  est nulle.

**1.c** **Difficile** Comme les courants de polarisation d'un ALI idéal sont nuls, les potentiels des entrées  $\oplus$  des ALI ① et ② sont directement égaux aux tensions  $V_{e1}$  et  $V_{e2}$  car la tension aux bornes des résistances est nulle. Comme les deux ALI fonctionnent en régime linéaire, on a donc

$$v_{1-} = v_{1+} = V_{e1} \quad \text{et} \quad v_{2-} = v_{2+} = V_{e2}.$$

À quoi ces résistances peuvent-elles bien servir ? Je ne sais pas ! D'ailleurs, elles sont absentes du montage amplificateur d'instrumentation « classique ».

Lorsqu'un montage comporte plusieurs ALI, il faut absolument expliciter les notations sur les potentiels des entrées et sorties : notez  $v_{1-}$  et  $v_{1+}$ , mais n'utilisez pas  $v_+$  et  $v_-$  pour tous les ALI.

La loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI ① donne alors

$$\frac{V_1 - V_{e1}}{R} + \frac{V_{e2} - V_{e1}}{R'} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{V_1}{R} = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) V_{e1} - \frac{V_{e2}}{R'}$$

et ainsi

$$V_1 = \left( 1 + \frac{R}{R'} \right) V_{e1} - \frac{R}{R'} V_{e2}.$$



De même, la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI ② donne

$$\frac{V_2 - V_{e2}}{R} + \frac{V_{e1} - V_{e2}}{R'} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{V_2}{R} = \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) V_{e2} - \frac{V_{e1}}{R'}$$

soit

$$V_2 = \left( 1 + \frac{R}{R'} \right) V_{e2} - \frac{R}{R'} V_{e1}.$$

Prendre la différence entre ces deux relations donne alors

$$V_2 - V_1 = \left( 1 + \frac{R}{R'} \right) V_{e2} - \frac{R}{R'} V_{e1} - \left( 1 + \frac{R}{R'} \right) V_{e1} + \frac{R}{R'} V_{e2}$$

$$V_2 - V_1 = \left( 1 + 2 \frac{R}{R'} \right) V_{e2} - \left( 1 + 2 \frac{R}{R'} \right) V_{e1}$$

et finalement

$$V_2 - V_1 = \left( 1 + 2 \frac{R}{R'} \right) (V_{e2} - V_{e1}).$$

Une autre méthode, plus astucieuse, consiste à remarquer que les trois résistances  $R$ ,  $R'$  et  $R$  situées entre les ALI 1 et 2 sont parcourues par le même courant, et forment donc un pont diviseur de tension. L'association est soumise à la tension  $V_1 - V_2$  (potentiels aux deux extrémités), et la résistance  $R'$  seule à la tension  $V_{e1} - V_{e2}$ . Par conséquent,

$$\frac{V_{e1} - V_{e2}}{V_1 - V_2} = \frac{R'}{R' + 2R},$$

ce qui conduit immédiatement au résultat.

**1.d** La loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\oplus$  de l'ALI ③ donne

$$\frac{V_1 - v_{3+}}{R} + \frac{0 - v_{3+}}{R} = 0 \quad \text{soit} \quad v_{3+} = \frac{V_1}{2}.$$

De même, la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI ③ donne

$$\frac{V_2 - v_{3-}}{R} + \frac{V_s - v_{3-}}{R} = 0 \quad \text{soit} \quad v_{3-} = \frac{V_s + V_2}{2}.$$

Comme l'ALI ③ fonctionne en régime linéaire, alors  $v_{3+} = v_{3-}$ , ce qui donne

$$\frac{V_1}{2} = \frac{V_s + V_2}{2} \quad \text{soit} \quad V_s = V_1 - V_2$$

d'où on conclut

$$V_s = \left( 1 + 2 \frac{R}{R'} \right) (V_{e1} - V_{e2}).$$

**1.e** D'après ce qui précède, on a directement

$$A_d = 1 + 2 \frac{R}{R'} \simeq 100.$$

**1.f** **Cours** En sortie de l'amplificateur, le signal a une amplitude égale à l'amplitude d'entrée multipliée par  $A_d$ , de l'ordre d'une **dizaine de millivolts**.

**Exercice 10 : Filtre de Sallen-Key**

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 3

 ▷ Régime linéaire ;  
▷ Filtrage.

**1** Dans la limite des hautes fréquences, le condensateur est équivalent à un fil donc  $V_{\oplus} = 0$ . L'ALI étant idéal,  $V_{\ominus} = V_{\oplus}$  et comme  $\underline{S} = V_{\ominus}$  (fil) alors

$$\underline{S} = 0 \quad (\text{limite THF}).$$

Dans la limite des basses fréquences, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert. Comme l'ALI est idéal, aucun courant n'entre dans la borne  $\oplus$  donc aucun courant ne peut traverser les deux résistances. On a donc  $V_{\oplus} = \underline{E}$ , d'où on déduit par le même raisonnement que

$$\underline{S} = \underline{E} \quad (\text{limite TBF}).$$

Il s'agit donc d'un **filtre passe-bas**.

**2** Notons  $A$  le nœud commun aux deux résistances et au condensateur. La loi des nœuds en termes de potentiel appliquée à l'entrée  $\oplus$  de l'ALI donne

$$\frac{0 - V_{\oplus}}{1/jC_2\omega} + \frac{V_A - V_{\oplus}}{R} = 0.$$

Comme  $V_{\oplus} = V_{\ominus} = \underline{S}$ ,

$$-jC_2\omega \underline{S} + \frac{V_A - \underline{S}}{R} = 0$$

ou encore

$$V_A = (1 + jRC\omega)\underline{S}. \quad (3)$$

La loi des nœuds en termes de potentiel appliquée maintenant au nœud  $A$  donne

$$\frac{\underline{E} - V_A}{R} + \frac{V_{\oplus} - V_A}{R} + \frac{\underline{S} - V_A}{1/jC\omega} = 0.$$

Comme  $V_{\oplus} = V_{\ominus} = \underline{S}$ ,

$$[\underline{E} - V_A] + [\underline{S} - V_A] + jRC\omega [\underline{S} - V_A] = 0. \quad (4)$$

En insérant l'équation (3) dans l'équation (4), on obtient

$$[\underline{E} - (1 + jRC\omega)\underline{S}] + [-jRC\omega\underline{S}] + jRC\omega [-jRC\omega\underline{S}] = 0,$$

puis

$$\underline{E} - (1 + 2jRC\omega - R^2C^2\omega^2)\underline{S} = 0$$

ce qui permet finalement d'aboutir à

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega - R^2C^2\omega^2}.$$

La pulsation caractéristique du filtre est  $\omega_0 = 1/RC$ .

**3** Limite très basse fréquence  $\omega \ll \omega_0$  :

$$\underline{H} \sim \frac{1}{1} \quad \text{donc} \quad G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}| \sim 0.$$

Limite très haute fréquence  $\omega \gg \omega_0$  :

$$\underline{H} \sim \frac{1}{-R^2C^2\omega^2} \quad \text{donc} \quad G_{\text{dB}} \sim -20 \log (R^2C^2\omega^2) = -40 \log \omega - 40 \log RC,$$

ce qui donne une asymptote de pente  $-40$  dB/décade. Enfin, en  $\omega = \omega_0$  on a

$$\underline{H} = \frac{1}{2j} \quad \text{soit} \quad G_{\text{dB}} = -20 \log 2 = -6 \text{ dB}.$$

On en déduit le diagramme de Bode représenté figure 4.

**4** Le signal créneau se caractérise par un spectre assez étendu du côté des hautes fréquences.

- ▷ Si la fréquence  $f$  du créneau est nettement inférieure à  $f_0$ , seule la partie très haute fréquence du spectre est filtrée : le signal de sortie a la même allure que le signal d'entrée hormis au niveau des sauts du créneau, où l'influence des hautes fréquences est prépondérante.
- ▷ Si  $f$  est du même ordre que  $f_0$ , alors l'allure du signal est nettement modifiée par le filtre mais l'atténuation n'est que moyennement marquée.
- ▷ Si  $f \gg f_0$ , le signal est modifié et très atténué : il est presque complètement coupé.

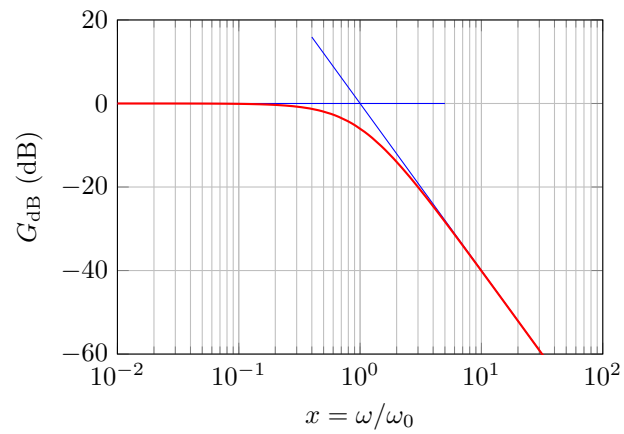


Figure 4 – Diagramme de Bode du filtre de Sallen-Key.