



# Oscillateurs auto-entretenus

## Oscillateurs quasi-sinusoïdaux

### Exercice 1 : Oscillateur de Wien



- ▷ Oscillateur quasi-sinusoïdal ;
- ▷ Conditions d'oscillations ;
- ▷ Démarrage des oscillations ;
- ▷ Stabilité des oscillations.

Cf. cours.

### Exercice 2 : Oscillateur sinus-cosinus

oral banque PT | 2 | 2



- ▷ Oscillateur quasi-sinusoïdal ;
- ▷ Montages simples à ALI en régime linéaire ;
- ▷ Conditions d'oscillation.

**1** Comme l'ALI ① fonctionne en régime linéaire, alors  $V_{1\ominus} = V_{1\oplus} = V_3$ , aussi égal à la tension aux bornes de  $R_1$ . De plus, comme il est idéal,  $R_1$  et  $C_1$  sont parcourus par le même courant et forment donc un pont diviseur de tension. On en déduit

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}} \quad \text{d'où} \quad \frac{V_1}{V_3} = \frac{1 + jR_1C_1\omega}{jR_1C_1\omega} \quad \text{soit} \quad \boxed{H_1 = \frac{1 + j\omega\tau_1}{j\omega\tau_1}}$$

Bien sûr, utiliser la loi des nœuds en termes de potentiel à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI ① conduit au même résultat en à peine plus de calculs.

Comme l'ALI ② est idéal, la loi des nœuds en termes de potentiel à l'entrée  $\ominus$  s'écrit

$$\frac{V_1 - 0}{R_2} + \frac{V_2 - 0}{1/jC_2\omega} = 0$$

car  $V_{2\ominus} = V_{2\oplus} = 0$  grâce au fonctionnement linéaire. On en déduit

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{jR_2C_2\omega} \quad \text{soit} \quad \boxed{H_2 = -\frac{1}{j\omega\tau_2}}$$

Enfin, comme l'ALI ① est idéal alors la loi des nœuds en termes de potentiel à l'entrée  $\oplus$  donne

$$\frac{0 - V_3}{1/jC_3\omega} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0.$$

Ainsi,

$$jC_3\omega V_3 + \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_2}{R_3} \quad \text{soit} \quad \frac{V_3}{V_2} = \frac{1}{jR_3C_3\omega + 1} \quad \text{donc} \quad \boxed{H_3 = \frac{1}{1 + j\omega\tau_3}}$$

Une autre possibilité de démonstration (plus subtile) est d'identifier un diviseur de tension entre  $C_3$

et  $R_3$ , qui donne directement

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{1/jC_3\omega}{1/jC_3\omega + R_3}.$$

En revanche, une mauvaise idée serait d'exprimer  $\underline{H}_3 = 1/\underline{H}_1\underline{H}_2$  : cela reviendrait à supposer l'existence d'oscillations à la pulsation  $\omega$ , et donc à utiliser sans s'en rendre le critère de Barkhausen. Une autre façon de constater le problème serait de réaliser que ni la résistance  $R_3$  ni le condensateur  $C_3$  n'interviennent à aucun endroit du calcul, ce qui voudrait dire qu'ils ne jouent aucun rôle dans le montage ... avouez que ce serait surprenant !

Par ailleurs, on constate que l'on obtient une fonction de transfert de type passe-bas du premier ordre. Pour le comprendre, on peut imaginer redessiner le montage en « déplaçant » la résistance  $R_3$  à l'horizontale devant le condensateur  $C_3$ . On trouve alors que le bloc n'est autre qu'un filtre RC passe-bas.

**2** Supposons qu'il y ait oscillations à pulsation  $\omega$ . En combinant les fonctions de transfert,

$$\underline{V}_3 = \underline{H}_3 \underline{V}_2 = \underline{H}_3 \underline{H}_2 \underline{V}_1 = \underline{H}_3 \underline{H}_2 \underline{H}_1 \underline{V}_3$$

ce qui redonne le critère de Barkhausen

$$\underline{H}_3 \underline{H}_2 \underline{H}_1 = 1$$

et en remplaçant

$$\frac{1}{1 + j\tau_3\omega} \times \frac{-1}{j\tau_2\omega} \times \frac{1 + j\tau_1\omega}{j\tau_1\omega} = 1.$$

On réduit à une équation algébrique,

$$-(1 + j\tau_1\omega) = -\tau_1 \tau_2 \omega^2 (1 + j\tau_3\omega)$$

et on peut alors identifier deux conditions, sur les parties réelle et imaginaire :

$$\begin{cases} 1 = \tau_1 \tau_2 \omega^2 \\ \tau_1 \omega = \tau_1 \tau_2 \tau_3 \omega^3 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} \tau_1 \tau_2 \omega^2 = 1 \\ \tau_2 \tau_3 \omega^2 = 1 \end{cases}$$

On déduit de ces deux équations

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}} = \frac{1}{\sqrt{\tau_2 \tau_3}},$$

ce qui impose comme condition d'oscillation

$$\tau_1 = \tau_3.$$

Pour revenir sur le raisonnement mené pour déterminer  $\underline{H}_3$ , on constate ici que la relation  $\underline{H}_3 \underline{H}_2 \underline{H}_1 = 1$  n'est pas toujours vraie, mais seulement si  $\tau_1 = \tau_3$ . On comprend donc d'autant mieux qu'il est faux de l'utiliser a priori pour calculer  $\underline{H}_3$  en toute généralité.

**3** Le déphasage  $\Delta\varphi$  entre les tensions  $V_2$  et  $V_1$  est égal à l'argument de la fonction de transfert

$$\underline{H}_2 = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{j\omega\tau_2} = \frac{j}{\omega\tau_2}.$$

Il s'agit d'un imaginaire pur à partie imaginaire positive, son argument vaut donc

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Or  $\cos x = \sin(x + \pi/2)$  : si l'une des tensions est décrite par un cosinus, l'autre l'est par le sinus, ce qui justifie le nom du montage.

### Exercice 3 : Oscillateur à contrôle automatique du gain

inspiré oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 3


- ▷ Lien entre les représentations fréquentielle et temporelle ;
- ▷ Oscillateur quasi-sinusoidal ;
- ▷ Conditions d'oscillations.

**1** L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on travaille en représentation complexe. L'idée est d'exprimer les deux potentiels  $v_+$  et  $v_-$  en fonction de  $s$ , puis d'identifier les deux expressions grâce à l'hypothèse de régime linéaire.

- **Expression de  $v_-$**  : par un pont diviseur de tension,

$$\frac{v_-}{\underline{s}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

- **Expression de  $v_+$**  : l'association série de  $R$  et  $C$  équivaut à un dipôle d'impédance

$$\underline{Z}_s = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega},$$

alors que l'association parallèle équivaut à un dipôle d'admittance

$$\underline{Y}_p = \frac{1}{R} + jC\omega = \frac{1 + jRC\omega}{R}.$$

Par un pont diviseur,

$$\frac{v_+}{\underline{s}} = \frac{\underline{Z}_p}{\underline{Z}_p + \underline{Z}_s} = \frac{1}{1 + \underline{Z}_s \underline{Y}_p} \quad \text{soit} \quad \frac{v_+}{\underline{s}} = \frac{1}{1 + \frac{(1 + jRC\omega)^2}{jRC\omega}} = \frac{1}{1 + \frac{(1 + j\omega\tau)^2}{j\omega\tau}}.$$

- **Conclusion** : l'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a  $\underline{v}_+ = \underline{v}_-$ , ce qui donne ici

$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{s} &= \frac{1}{1 + \frac{(1 + j\omega\tau)^2}{j\omega\tau}} \underline{s} \\ \left(1 + \frac{(1 + j\omega\tau)^2}{j\omega\tau}\right) \underline{s} &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{s} \\ \underline{s} + \frac{1 + 2j\omega\tau + (j\omega)^2 \tau^2}{j\omega\tau} \underline{s} &= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{s} \\ j\omega\tau \underline{s} + \underline{s} + 2j\omega\tau \underline{s} + (j\omega)^2 \tau^2 \underline{s} &= j\omega\tau \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{s} \\ (j\omega)^2 \tau^2 \underline{s} + j\omega\tau \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{s} + \underline{s} &= 0 \end{aligned}$$

On peut alors identifier l'équation différentielle

$$\tau^2 \frac{d^2 s}{dt^2} + \tau \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{ds}{dt} + s = 0.$$

**2** Les oscillations sont sinusoidales si cette équation s'identifie à celle d'un oscillateur harmonique, c'est-à-dire si le terme devant la dérivée première est nul. C'est le cas pour

$$R_1 = \frac{R_2}{2}.$$

En pratique, cette inégalité est impossible à atteindre : si  $R_1$  est trop grand, l'équation différentielle est stable et donc  $s$  tend vers 0, qui correspond à la solution particulière. Si  $R_1$  est trop faible, l'équation différentielle est instable et la tension  $s$  croit jusqu'à ce que l'ALI atteigne la saturation.

3 En reprenant la loi  $R_1(T)$ , on trouve

$$R_0 (1 + \alpha(T_{\text{éq}} - T_0)) = \frac{R_2}{2}$$

$$\alpha(T_{\text{éq}} - T_0) = \frac{R_2}{2R_0} - 1$$

$$T_{\text{éq}} = T_0 + \frac{1}{\alpha} \left( \frac{R_2}{2R_0} - 1 \right).$$

4 La lampe est soumise à une tension égale à  $v_-$ , donc en reprenant le calcul précédent, le courant qui la traverse est relié à la tension  $s$  par

$$i = \frac{R_1^2}{R_1 + R_2} s.$$

Ainsi, si l'amplitude des oscillations de  $s$  est plus faible que la valeur d'équilibre, c'est le cas aussi du courant. Il y a donc moins de puissance libérée par effet Joule et donc  $T < T_{\text{éq}}$ . Par conséquent, la résistance  $R_1$  est plus faible que  $R_2/2$ , et on se trouve dans le cas d'instabilité : l'**amplitude de  $s$  augmente**, et ce jusqu'à ce que le filament atteigne la température d'équilibre.

5 Réciproquement, si l'amplitude de  $s$  est plus grande que sa valeur d'équilibre, alors il y a davantage d'effet Joule, donc la résistance  $R_1$  augmente. On se trouve alors dans le cas de stabilité : l'**amplitude de  $s$  diminue**, et ce jusqu'à ce que le filament retrouve la température d'équilibre.

6 Les questions précédentes ont permis de montrer qualitativement que la lampe a pour effet de **stabiliser l'amplitude des oscillations**, et si celle-ci est adaptée de supprimer les phases de fonctionnement non-linéaires. En revanche, elle ne permet pas un contrôle simple de la valeur de cette amplitude : c'est justement le rôle de  $R_2$ . Fixer  $R_2$  impose la température d'équilibre du filament, donc l'effet Joule nécessaire pour la lampe atteigne cette température, et donc l'amplitude du courant et de la tension  $s$ . On ne peut pas la choisir librement, car la température d'équilibre doit pouvoir être atteinte sans que l'ALI ne sature.

### Exercice 4 : Oscillateur d'ordre 4

oral Centrale PSI | 💡 3 | ✂️ 2

- ▷ Oscillateur quasi-sinusoidal ;
- ▷ Montages simples à ALI en régime linéaire ;
- ▷ Conditions d'oscillation.

#### 1 • Nature du filtre :

- ▷ Le montage à ALI est un simple suiveur : on a directement  $V_s = V_{\oplus}$ .
- ▷ Limite basse fréquence : le condensateur équivaut à un interrupteur ouvert, donc aucun courant ne circule dans  $R$  et ainsi  $V_s = V_{\oplus} = 0$ .
- ▷ Limite haute fréquence : le condensateur équivaut à un fil, donc  $V_s = V_{\oplus} = V_e$ .
- ▷ Conclusion : le filtre est un passe-haut.

#### • Fonction de transfert :

L'ALI est idéal, donc aucun courant n'entre dans la borne  $\oplus$  :  $R$  et  $C$  sont parcourus par le même courant, d'où

$$\frac{V_{\oplus}}{V_e} = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}.$$

Comme déjà indiqué, on reconnaît ensuite un suiveur à ALI, si bien que  $V_s = V_{\oplus}$ , et ainsi

$$\underline{H} = \frac{V_s}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}.$$

#### 2 • Limite basse fréquence :

$$\underline{H} \underset{\text{TBF}}{\sim} \frac{jRC\omega}{1} = jRC\omega \quad \text{donc} \quad G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}| = 20 \log \omega + 20 \log(RC),$$

ce qui explique la pente de l'asymptote de +20 dB/décade. De plus, la fonction de transfert équivalente est imaginaire pure à partie imaginaire positive, ce qui explique la phase de 90°.

• **Limite haute fréquence :**

$$\underline{H}_{\text{THF}} \underset{\sim}{\approx} \frac{jRC\omega}{jRC\omega} = 1 \quad \text{donc} \quad G_{\text{dB}} = 0,$$

ce qui explique l'asymptote horizontale et la phase égale à 0°.

• **Pour  $\omega = \omega_c = 1/RC$  :**

$$\underline{H}(\omega_c) = \frac{j}{1+j}$$

qui est un complexe de module

$$|\underline{H}(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}} = -20 \log \sqrt{2} = -3 \text{ dB},$$

et d'argument

$$\arg \underline{H}(\omega_c) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{1} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

ce qui permet d'en déduire  $\omega_c = 1 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  soit  $RC = 1 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .

**3** Le suiveur à ALI a une impédance d'entrée infinie, ce qui permet de raisonner comme si tous les filtres  $\mathcal{F}$  étaient en sortie ouverte et donc de multiplier leurs fonctions de transfert ou sommer leurs diagrammes de Bode.

**4** Le montage à ALI où interviennent  $R'$  et  $R$  est un amplificateur inverseur. La loi des nœuds appliquée à l'entrée  $\ominus$  de l'ALI donne, en orientant tous les courants vers cette entrée,

$$i + i' = 0 \quad \text{soit} \quad R(V_1 - V_\ominus) + R'(V_2 - V_\ominus) = 0.$$

En supposant le régime linéaire,  $V_\ominus = V_\oplus = 0$  d'où on déduit

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R}{R'}.$$

La condition d'oscillations est donnée par la condition de Barkhausen, en tenant compte des quatre filtres  $\mathcal{F}$ . À la pulsation  $\omega_0$  des oscillations, on a nécessairement

$$-\frac{R}{R'} \times \underline{H}(\omega_0)^4 = 1.$$

En termes d'argument,

$$-\pi + 4 \arg \underline{H}(\omega_0) = 0 \quad \text{soit} \quad \arg \underline{H}(\omega_0) = \frac{\pi}{4} = 45^\circ.$$

Or, quel hasard, ce déphasage est obtenu pour  $\omega_0 = 1/RC$ . On en déduit que **les oscillations ont une pulsation de  $1 \cdot 10^6 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$** , ce qui impose une valeur

$$R = \frac{1}{C\omega_0} = 1 \cdot 10^3 \Omega.$$

En termes de module, la condition de Barkhausen donne

$$\frac{R}{R'} \times |\underline{H}(\omega_0)|^4 = 1 \quad \text{soit} \quad R' = R |\underline{H}(\omega_0)|^4.$$

D'après les questions précédentes,  $|\underline{H}(\omega_0)| = 1/\sqrt{2}$  d'où on déduit

$$R' = \frac{R}{4} = 250 \Omega.$$

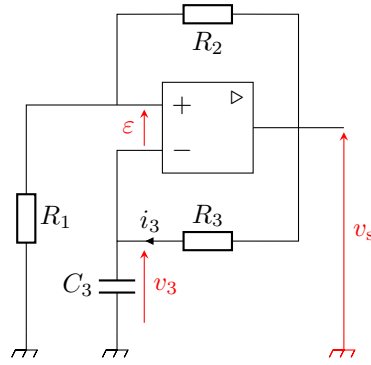


Figure 1 – Schéma des notations.

## Oscillateurs de relaxation

### Exercice 5 : Démarrage d'un multivibrateur

💡 1 | ✂ 2



- ▷ Oscillateur de relaxation ;
- ▷ Période des oscillations.

⚠️ ⚠️ ⚠️ **Attention !** L'ALI fonctionne en régime de saturation, il est donc non linéaire, et tous les raisonnements doivent se faire dans le domaine temporel. À la limite, on peut utiliser une fonction de transfert pour en déduire une relation différentielle, mais je trouve plus prudent de tout faire directement en temps.

**1** Comme  $\varepsilon > 0$  alors  $v_s = +V_{\text{sat}}$ .  $R_3$  et  $C_3$  sont traversés par le même courant car  $i_- = 0$  (ALI idéal). D'après la loi des mailles (notations figure 1),

$$v_3 + R_3 i_3 = V_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad v_3 + R_3 C_3 \frac{dv_3}{dt} = V_{\text{sat}}.$$

Les solutions de cette équation différentielle s'écrivent

$$v_3 = A e^{-t/\tau} + V_{\text{sat}},$$

et par continuité de la tension aux bornes d'un condensateur,

$$v_3(0) = 0 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{A} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sol}}}{V_{\text{sat}}}$$

d'où

$$v_3(t) = -V_{\text{sat}} e^{-t/\tau} + V_{\text{sat}}.$$

As-tu bien pensé à la solution particulière ?

**2** Il y a basculement si  $\varepsilon$  change de signe. Exprimons  $v_+$  : comme  $i_+ = 0$  alors  $R_1$  et  $R_2$  sont parcourues par le même courant, et on peut utiliser un diviseur de tension,

$$\frac{v_+}{v_s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{donc} \quad v_+ = \alpha v_s = \alpha V_{\text{sat}}.$$

Or  $v_3 = v_-$  augmente et tend vers  $+V_{\text{sat}} > \alpha V_{\text{sat}}$  : il y a donc bien un instant  $t_1$  où  $\varepsilon$  change de signe et devient négatif. L'instant  $t_1$  de basculement est tel que

$$v_3(t_1) = \alpha V_{\text{sat}} \quad \text{d'où} \quad e^{-t_1/\tau} = 1 - \alpha \quad \text{et} \quad t_1 = -\tau \ln(1 - \alpha).$$

**3** Posons  $t' = t - t_1$  : l'instant  $t' = 0$  correspond à la bascule de l'ALI, ce qui allège largement les calculs. L'équation différentielle vérifiée par  $v_3$  s'obtient directement de la question précédente, seul change l'état de saturation de l'ALI :

$$v_3 + R_3 C_3 \frac{dv_3}{dt'} = -V_{\text{sat}}.$$

Ses solutions s'écrivent

$$v_3(t') = A e^{-t'/\tau} - V_{\text{sat}}$$

et d'après la condition initiale

$$v_3(t'=0) = v_3(t_1) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} \alpha V_{\text{sat}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sol}}}{=} A - V_{\text{sat}}$$

d'où pour  $t > t_1$

$$v_3(t') = (1 + \alpha)V_{\text{sat}} e^{-t'/\tau} - V_{\text{sat}}.$$

**4** On inverse l'argument de la question 2 pour justifier l'existence de  $t_2$ , avec cette fois  $v_+ = -\alpha V_{\text{sat}}$  :  $v_3 = v_-$  diminue en tendant vers  $-V_{\text{sat}}$ , donc  $\varepsilon$  augmente et redevient positif. L'instant  $t'_2 = t_2 - t_1$  du basculement est tel que

$$(1 + \alpha)V_{\text{sat}} e^{-t'_2/\tau} - V_{\text{sat}} = -\alpha V_{\text{sat}} \quad \text{soit} \quad e^{-t'_2/\tau} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

et finalement

$$t'_2 = t_2 - t_1 = \tau \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}.$$

**5** Pour  $t > t_2$  on repart sur l'ALI en saturation haute, mais avec une condition initiale différente de la question 1. La résolution donne cette fois

$$v_3(t) = -(1 + \alpha)V_{\text{sat}} e^{-(t-t_2)/\tau} + V_{\text{sat}}$$

L'instant  $t_3$  où il y a basculement de l'ALI vaut

$$t_3 = t_2 + \tau \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}.$$

On retrouve alors **exactement la phase 2** étudiée plus haut : même état de saturation de l'ALI, même équation différentielle sur  $v_3$ , et surtout même condition initiale. Les signaux sont donc bien périodiques.

**Attention !** La phase étudiée question 1 est une phase de démarrage, autrement dit de régime transitoire. Elle ne fait pas partie du régime établi où les signaux sont périodiques.

**6** D'après les questions précédentes, une période s'étend de l'instant  $t_1$  à l'instant  $t_3$ , donc

$$T = t_3 - t_1 = t_3 - t_2 + t_2 - t_1 \quad \text{d'où} \quad T = 2\tau \ln \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}.$$

**7** Dans la phase de saturation basse,  $v_s = -V_{\text{sat}}$  et  $v_3$  diminue continument de  $\alpha V_{\text{sat}}$  à  $-\alpha V_{\text{sat}}$ . Réciproquement, dans la phase de saturation haute,  $v_s = +V_{\text{sat}}$  et  $v_3$  augmente continument de  $-\alpha V_{\text{sat}}$  à  $+\alpha V_{\text{sat}}$ . On en déduit le cycle figure 2.

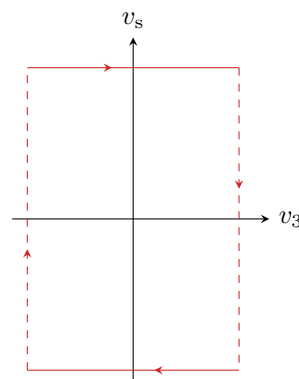
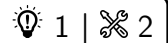


Figure 2 – Cycle  $v_s$  en fonction de  $v_3$ .

**Exercice 6 : Astable I-2I**

- ▷ Oscillateur de relaxation ;
- ▷ Période des oscillations.

1 Notons  $i$  le courant dans le condensateur orienté en convention récepteur. D'après la loi des nœuds,

$$2I_0 = I_0 + i \quad \text{soit} \quad i = I_0.$$

D'après la loi de comportement,

$$\frac{du}{dt} = \frac{I_0}{C} \quad \text{d'où} \quad \boxed{u(t) = \frac{I_0}{C}t + \text{cte.}}$$

2 La loi des nœuds donne cette fois

$$0 = I_0 + i \quad \text{soit} \quad i = -I_0$$

et ainsi

$$\boxed{u(t) = -\frac{I_0}{C}t + \text{cte}' .}$$

3 Le comparateur à hystérésis est inverseur, c'est-à-dire que lorsque  $u > U_0$  la sortie sature à la valeur basse, d'où le cycle de la figure 3.

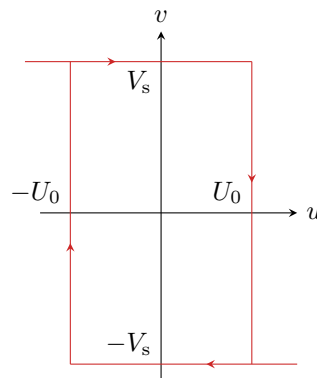


Figure 3 – Cycle du comparateur à hystérésis inverseur.

4 On suppose pour la figure 4 qu'à l'instant initial le comparateur à hystérésis est en saturation haute, donc  $v = +V_s$  et  $u$  est en phase de croissance. Comme il s'agit d'une tension aux bornes d'un condensateur,  $u$  est continue quoi qu'il arrive.

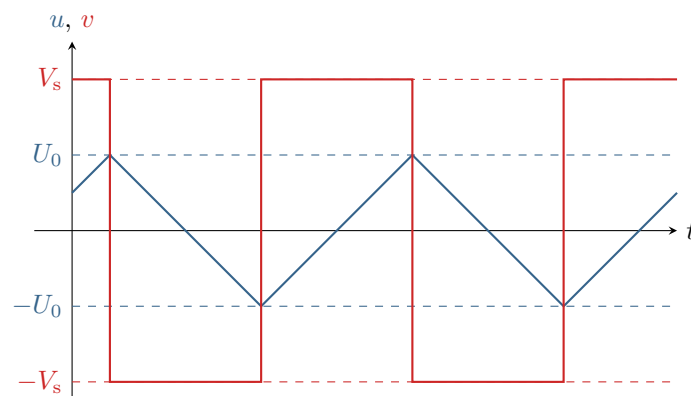


Figure 4 – Représentation temporelle des oscillations.

5 Il s'agit de déterminer la durée de chacune des deux phases d'oscillation.

- **Saturation haute** : Notons  $t = 0$  l'instant où le comparateur bascule en saturation haute. D'après la question 1,

$$u(t) = \frac{I_0}{C}t + \text{cte},$$



avec

$$u(0) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{-U_0} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sol}}}{cte}$$

et donc

$$u(t) = \frac{I_0}{C}t - U_0.$$

Cette phase cesse lorsque  $u$  atteint la tension de basculement, au bout d'un temps  $t_1$  tel que

$$u(t_1) = U_0 \quad \text{soit} \quad \frac{I_0}{C}t_1 = 2U_0 \quad \text{d'où} \quad t_1 = \frac{2U_0C}{I_0}.$$

• **Saturation basse** : De même, notons  $t' = 0$  l'instant où le comparateur bascule en saturation basse. D'après la question 2,

$$u(t) = -\frac{I_0}{C}t + cte',$$

avec

$$u(0) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{U_0} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sol}}}{cte'}$$

et donc

$$u(t) = -\frac{I_0}{C}t + U_0.$$

Cette phase cesse lorsque  $u$  atteint la tension de basculement, au bout d'un temps  $t'_2$  tel que

$$u(t'_2) = -U_0 \quad \text{soit} \quad -\frac{I_0}{C}t'_2 = -2U_0 \quad \text{d'où} \quad t'_2 = \frac{2U_0C}{I_0}.$$

• **Conclusion** :

$$T = t_1 + t'_2 \quad \text{soit} \quad \boxed{T = \frac{4U_0C}{I_0}}.$$

Pour avoir  $T = 1$  ms, on en déduit qu'il faut imposer

$$\boxed{U_0 = \frac{TI_0}{4C} = 25 \text{ V.}}$$

## Exercice 7 : Génération d'un signal dent de scie

PT A 2016 | 💡 1 | ✂ 2 | Ⓞ



- ▷ Oscillateur de relaxation ;
- ▷ Période des oscillations.

**7** L'impédance d'entrée d'un ALI TL081 est de l'ordre de  $10^{12} \Omega$ , l'impédance de sortie est **quasiment nulle**.

*L'impédance de sortie est tellement faible qu'elle n'est même pas mentionnée dans les fiches techniques !  
Notez que ces ordres de grandeur ne font pas partie des connaissances exigibles au programme de PT  
... L'auteur du sujet est donc un peu limite, néanmoins la question n'est pas bloquante pour la suite.*

**8** L'impédance de sortie de l'ALI étant nulle, le courant et la tension de sortie sont indépendants. La présence d'autres blocs en sortie de l'ALI, à même d'appeler un courant, ne modifie donc pas son comportement par rapport à une situation où il serait en sortie ouverte.

**9.a** L'ALI de l'étage compte une unique rétroaction négative, on peut donc considérer qu'il fonctionne en régime linéaire : ainsi,  $v_- = v_+ = 0$ . On suppose de plus  $u_e > 0$ , seule la diode  $D_1$  est passante. En orientant tous les courants vers la borne  $\ominus$  de l'ALI et avec des notations évidentes, la loi des nœuds s'écrit

$$i_1 + i_C = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{u_e - 0}{R_1} + C \frac{d}{dt}(u_s - 0) = 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_1C}u_e}.$$

**9.b** Si  $u_e < 0$  alors la diode  $D_2$  est passante et on a de même

$$\boxed{\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_2C}u_e}.$$

**10.a** L'ALI de l'étage 2 ne possède qu'une unique **rétroaction positive**, il fonctionne donc nécessairement en régime de saturation.

**10.b** D'après la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée  $\oplus$ ,

$$\frac{u_s - v_+}{R_3} + \frac{u_e - v_+}{R_4} = 0 \quad \text{d'où} \quad u_s + \frac{u_e}{2} = \frac{3}{2}v_+.$$

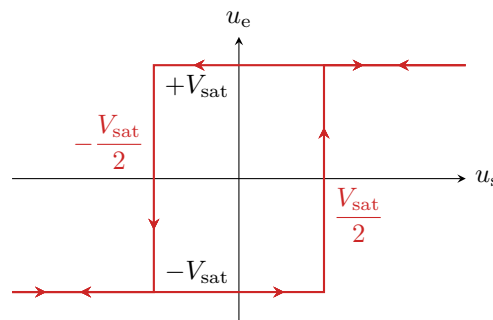
Supposons l'ALI en saturation haute. Il y reste tant que  $v_+ > v_- = 0$ , soit

$$u_s + \frac{V_{\text{sat}}}{2} > 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{u_s > -\frac{V_{\text{sat}}}{2}}.$$

**10.c** Supposons maintenant l'ALI en saturation basse. Il y reste tant que  $v_+ < v_- = 0$ , soit

$$u_s - \frac{V_{\text{sat}}}{2} < 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{u_s < \frac{V_{\text{sat}}}{2}}.$$

**10.d** Il s'agit d'un **comparateur à hystérésis non-inverseur**, dont la caractéristique est représentée figure 5.



**Figure 5 – Caractéristique entrée-sortie du comparateur à hystérésis.**

**11.a** Si l'étage 2 bascule en saturation haute, c'est que

$$\boxed{u_s(t=0) = \frac{V_{\text{sat}}}{2}}.$$

Comme  $u_e > 0$ , l'évolution de  $u_s$  est donnée par la relation différentielle établie question 9.a,

$$\frac{du_s}{dt} = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_1 C} \quad \text{d'où} \quad \int_{u_s(0)}^{u_s(t)} du_s = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_1 C} \int_0^t dt$$

soit finalement

$$\boxed{u_s(t) = \frac{V_{\text{sat}}}{2} - \frac{V_{\text{sat}}}{R_1 C} t.}$$

⌋ *Attention à ne pas oublier la condition initiale  $u_s(0) \neq 0$ !*

**11.b** L'ALI est en saturation haute et il y reste tant que  $u_s > -V_{\text{sat}}/2$ , c'est-à-dire

$$\frac{V_{\text{sat}}}{2} - \frac{V_{\text{sat}}}{R_1 C} t > -V_{\text{sat}}/2 \quad \text{soit} \quad -\frac{t}{R_1 C} > -1,$$

et ainsi il y a basculement à l'instant

$$\boxed{t_1 = R_1 C.}$$

L'étage 2 reste en saturation haute entre  $t = 0$  et  $t = t_1$ , donc

$$\boxed{\Delta t_{\text{haut}} = R_1 C.}$$

**12.a** La relation différentielle entre  $u_s$  et  $u_e$  est désormais celle établie question 9.b,

$$\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_2 C} u_e \quad \text{d'où} \quad \int_{u_s(t_1)}^{u_s(t)} du_s = +\frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} \int_{t_1}^t dt$$

et finalement

$$u_s(t) = -\frac{V_{\text{sat}}}{2} + \frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} (t - t_1).$$

**12.b** L'ALI est en saturation basse et il y reste tant que  $u_s < V_{\text{sat}}/2$ , c'est-à-dire

$$-\frac{V_{\text{sat}}}{2} + \frac{V_{\text{sat}}}{R_2 C} (t - t_1) < \frac{V_{\text{sat}}}{2} \quad \text{soit} \quad \frac{t - t_1}{R_2 C} < 1,$$

on en déduit qu'il y a basculement à l'instant

$$t_2 = t_1 + R_2 C.$$

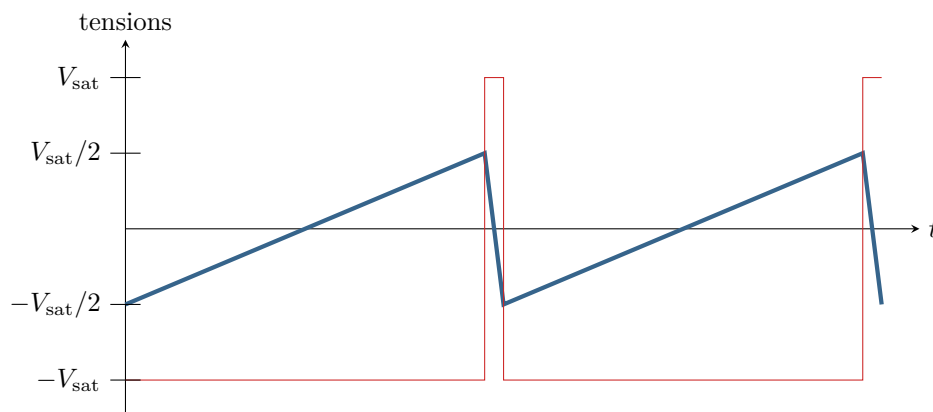
L'étage 2 reste en saturation haute entre  $t = t_1$  et  $t = t_2$ , donc

$$\Delta t_{\text{bas}} = R_2 C.$$

La période du signal s'en déduit par

$$T = \Delta t_{\text{haut}} + \Delta t_{\text{bas}} = (R_1 + R_2) C.$$

**13** Voir figure 6.



**Figure 6 – Tensions  $u_s$  et  $u_e$  du multivibrateur.**

**14** On cherche  $T = 1 \cdot 10^{-6}$  s. D'après les questions 11.b et 12.b,

$$\Delta t_{\text{haut}} = \frac{T}{20} = R_1 C \quad \text{d'où} \quad R_1 = \frac{T}{20 C} = 5 \text{ k}\Omega$$

puis

$$\Delta t_{\text{bas}} = R_2 C = 19 \Delta t_{\text{haut}} \quad \text{d'où} \quad R_2 = 19 R_1 = 95 \text{ k}\Omega.$$