



Statique des fluides

BLAISE PASCAL
PT 2022-2023

I - Plusieurs descriptions d'un fluide

- **Échelles de description :**

- ▷ Macroscopique : la matière est continue, les grandeurs intensives sont des champs pouvant dépendre de l'espace;
- ▷ Microscopique : la matière est discontinue (molécules);
- ▷ Mésoscopique : la matière est continue mais les grandeurs intensives sont localement homogènes.

Passage du mésoscopique au macroscopique par sommation (= intégrale).

- **Particule fluide :** portion de fluide de masse constante mésoscopique dans les trois dimensions (\neq molécule!).

II - Actions mécaniques dans les fluides

- **Forces volumiques :** résultante des forces à distance à l'échelle d'une PF (p.ex. poids).

\rightsquigarrow densité volumique de force : $d\vec{F}_{\text{pes}} = \rho dV \vec{g} \mapsto \vec{f}_{\text{pes}} = \rho \vec{g}$ (grandeur locale, intensive).

- **Forces surfaciques :** viscosité + pression = forces de contact entre PF.

- **La pression :**

- ▷ Force pressante exercée par un fluide sur une surface dS :

$$d\vec{F}_P = P d\vec{S} = P dS \vec{n}$$

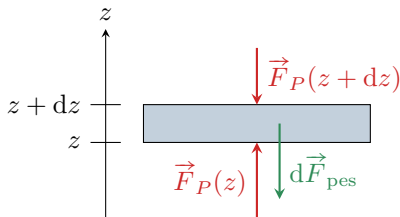
avec \vec{n} vecteur normal à la surface orienté dans le sens dans lequel le fluide s'étalerait.

- ▷ Unité : 1 bar = $1 \cdot 10^5$ Pa

- ▷ Continuité de la pression aux interfaces entre fluides.

III - Champ de pression dans un fluide au repos

- **Relation de la statique des fluides :** $\frac{dP}{dz} = \pm \rho g$ (+ si axe vers le bas, - si vers le haut)



Points clés de la démonstration :

- ▷ P ne dépend que de z donc système méso en z et macro en x, y : tranche de fluide;

- ▷ TRC + projection : $-\rho S dzg + P(z)S - P(z+dz)S = 0$;

- ▷ Développement limité : $P(z+dz) \simeq P(z) + dz \frac{dP}{dz}$.

- **Hydrostatique :** liquide incompressible $\rho = \text{cte}$.

$$P(z) = P_{\text{atm}} \pm \rho g(z - z_s) \iff |\Delta P| = \rho g |\Delta z| \iff P = P_{\text{atm}} + \rho gh \quad (h \text{ hauteur de liquide})$$

\rightsquigarrow dans un même liquide, la pression est la même en tous les points à la même altitude, quelles que soient les CL et la géométrie (forme du récipient, présence d'air, etc.).

- **Atmosphère isotherme :** un gaz est compressible donc $\rho \neq \text{cte}$!

- ▷ Masse volumique d'un gaz parfait : dépend de la pression.

$$P \frac{V}{m} = \frac{n}{m} RT \rightsquigarrow \rho = \frac{MP}{RT}$$

- ▷ La RSF devient une équation différentielle du premier ordre : P est une exponentielle + distance caractéristique δ + résolution avec condition limite en $z = 0$.

- **Équivalent volumique des forces de pression :** la résultante des forces de pression sur une PF équivaut à une force volumique (hors programme)

$$\vec{f}_P = -\vec{\text{grad}} P = -\left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{e}_z \right)$$

IV - Résultante des forces de pression

- **Méthode générale** : intégrale de $P dS \vec{n}$ sur toute la surface qui subit la force.
- **Expression de dS** : p.ex. exemple en cylindrique, surface de normale \vec{e}_r .

$$d\vec{M} = \cancel{dr} \vec{e}_r + \underbrace{r d\theta}_{\text{}} \vec{e}_\theta + \underbrace{dz}_{\text{}} \vec{e}_z \rightsquigarrow dS = r d\theta dz \quad (\text{ou bien } d\vec{S} = r d\theta dz \vec{e}_r)$$

- **Poussée d'Archimède** : résultante des forces de pression pour un solide totalement immergé dans un fluide.

$$\vec{\Pi}_A = -\rho_{\text{fl}} V_{\text{imm}} \vec{g}.$$