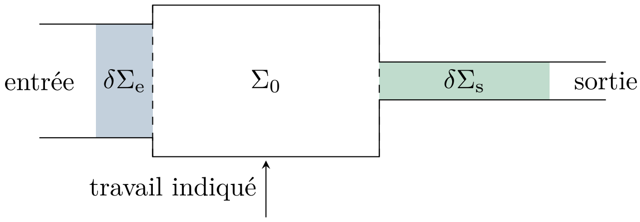
Fiche résumé 10 – Séquence 3 : Mécanique des fluides

Énergétique des écoulements
Théorème de Bernoulli

Hypothèses génériques (et donc implicites) : régime permanent + écoulement incompressible.

I - Bilan d'énergie mécanique pour un système ouvert

• **Objectif :** bilan d'énergie mécanique pour un fluide lors de la traversée d'un organe délimité par une surface de contrôle Σ_0.



Stationnarité $\Longrightarrow$ les grandeurs physiques relatives à Σ_0 sont indépendantes du temps.

• **Se ramener à un système fermé :**
▷ à l'instant t : $\Sigma_f = \Sigma_0 + \delta\Sigma_e$ (PF qui vont entrer dans Σ_0 entre t et $t + \mathrm{d}t$) ;
▷ à l'instant $t + \mathrm{d}t$: $\Sigma_f = \Sigma_0 + \delta\Sigma_s$ (PF qui sont sorties de Σ_0 entre t et $t + \mathrm{d}t$) ;
▷ bilan de masse : par stationnarité, $\delta\Sigma_e$ et $\delta\Sigma_s$ ont la même masse $\delta m = D_m\,\mathrm{d}t$ (masse traversant).

• **Variation d'énergie mécanique de Σ_f entre t et $t + \mathrm{d}t$:**
▷ Première expression : par construction de Σ_f et en simplifiant par stationnarité,

$$\mathrm{d}E_{m,f} = \left[\cancel{E_{m0}(t+\mathrm{d}t)} + \frac{1}{2}\delta m\, v_s^2 + \delta m\, g\, z_s\right] - \left[\cancel{E_{m0}(t)} + \frac{1}{2}\delta m\, v_e^2 + \delta m\, g\, z_e\right]$$

▷ Deuxième expression : par le théorème de l'énergie mécanique,

$$\mathrm{d}E_{m,f} = \delta W_i + \delta W_{visc} + P_e \frac{D_m}{\rho}\,\mathrm{d}t - P_s \frac{D_m}{\rho}\,\mathrm{d}t\,.$$

car le travail des forces de pression s'écrit (ici côté entrée avec signe ⊕ car moteur, idem avec signe ⊖ côté sortie)

$$\delta W_{p,e} = \mathcal{P}_{p,e}\,\mathrm{d}t = +P_e S_e\, v_e\,\mathrm{d}t = +P_e D_V\,\mathrm{d}t = +P_e\frac{D_m}{\rho}\,\mathrm{d}t\,.$$

• **Conclusion :**
▷ écriture avec travaux massiques (= par unité de masse traversant) :

$$\boxed{\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2}{v_s}^2 + g z_s\right) - \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2}{v_e}^2 + g z_e\right) = w_i + w_{visc}}$$

▷ écriture avec puissances :

$$\boxed{D_m\left[\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2}{v_s}^2 + g z_s\right) - \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2}{v_e}^2 + g z_e\right)\right] = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{visc}}$$

II - Théorème de Bernoulli : conservation de l'énergie mécanique dans un écoulement parfait

- **Hypothèses :** parfait + stationnaire + incompressible.

- **Théorème de Bernoulli :** conservation de la charge tout le long d'une ligne de courant,

$$\boxed{\forall M \in \mathcal{L}, \quad \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz = K(\mathcal{L}) = \text{cte}\,.}$$

Idem sur toute section $\mathcal{S}$ d'une conduite.

- **Jet à l'air libre :** pression égale à P_{atm} en tout point du jet.

- **Effet Venturi :** resserrement de section $\Longrightarrow$ hausse de vitesse + chute de pression.

III - Pertes de charge

- **Définition :**

▷ Pertes de charge = dissipation d'énergie mécanique par viscosité ;

▷ Écriture comme une pression ou une hauteur, avec éventuellement des préfacteurs ρ ou g pour l'homogénéité, et toujours un signe $\ominus$ (p.ex. $w_{\text{visc}} = -g\,\Delta h^\star$) ;

▷ En pratique, w_{visc} ou $\mathcal{P}_{\text{visc}}$ sont toujours écrits sous forme de pertes de charge.

- **Perte de charge régulière :** proportionnelle à la distance parcourue dans la conduite.

- **Perte de charge singulière :** localisée au voisinage d'un obstacle dans l'écoulement, due aux turbulences autour de l'obstacle.

- **Effet des pertes de charge :**

▷ Les pertes de charge ne diminuent pas forcément la vitesse (ou le débit) de l'écoulement : dans un écoulement en conduite, le débit se conserve !

▷ En conduite, l'effet se ressent plutôt sur la pression.

▷ Se méfier des raisonnements trop rapides par analogie avec la mécanique des solides : en mécanique des fluides, il y a une variable (la pression) et une équation (conservation du débit) supplémentaires.

IV - Élément actif

Composant dont le but est d'échanger de l'énergie mécanique avec le fluide.

$\rightsquigarrow$ pompe ($\mathcal{P}_{\text{i}} > 0$), turbine ($\mathcal{P}_{\text{i}} < 0$), etc.

Pour qu'il puisse y avoir échange de puissance indiquée, l'élément actif doit forcément comporter des pièces mobiles.