








# Modèle scalaire des ondes lumineuses

-  Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
-  Difficulté technique et calculatoire ;
-  Exercice important.



*Flasher ce code pour  
accéder au corrigé*

Ceinture		Proposition de parcours d'entraînement
	Ceinture blanche	Questions de cours + exercices 1, 2, 4 et 5
	Ceinture jaune	Questions de cours + exercices 1, 2, 4 et 5
	Ceinture rouge	Questions de cours (★) + exercices 3, 4, 5 et 7
	Ceinture noire	Questions de cours (★) + exercices 3, 5, 6, 7 et 8

## Questions et applications de cours

*Seuls les étudiants du groupe PT\* seront interrogés en colle sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !*

**20.1** - Présenter le modèle des trains d'ondes. Quel type d'ondes permet-il de décrire ? Comment les caractéristiques des trains d'ondes (période, durée) sont-elles reliées aux caractéristiques spectrales (= en fréquence) de la source qui les émet ?

*Rappelons que le modèle des trains d'onde permet de décrire des ondes quasi-monochromatiques, c'est-à-dire dont les propriétés changent lentement comparativement à la période de l'onde.*

**20.2** - La raie verte du mercure a une longueur d'onde  $\lambda = 546 \text{ nm}$  et une largeur  $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$  dans une lampe haute pression. Déterminer son temps de cohérence.

*On admettra, comme point de départ de la démonstration, la relation  $\Delta\nu = \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| \Delta\lambda$ .*

**20.3** - Rappeler sous quelles conditions deux ondes sont cohérentes. Établir la formule de Fresnel dans ces hypothèses en utilisant, au choix de l'interrogateur, la représentation réelle ou complexe.

**20.4** - Rappeler sans démonstration la formule de Fresnel pour deux sources de même éclairement  $\mathcal{E}_0$  et ses conditions d'applications (= critères de cohérence). En déduire les conditions d'interférences constructives et destructives en termes de déphasage, d'ordre d'interférence et de différence de marche.

## Modèle ondulatoire

### Exercice 1 : Action d'une lentille sur les surfaces d'ondes

💡 1 | ✂️ 0


▷ Lien entre modèle géométrique et modèle ondulatoire.

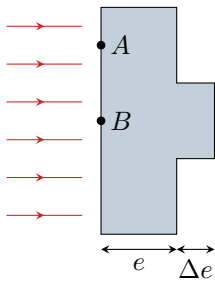
Pour toutes les questions suivantes, indiquer quel type de lentille utiliser, et le cas échéant où se trouve le centre de l'onde sphérique. Tracer un schéma sur lequel apparaissent les rayons lumineux et les surfaces d'onde.

- 1 - Comment transformer une onde sphérique divergente en une onde plane ?
- 2 - Une onde plane en une onde sphérique convergente ?
- 3 - Une onde sphérique divergente en une onde sphérique convergente ?
- 4 - Une onde plane en une onde sphérique divergente ?

### Exercice 2 : Défaut sur une lame

💡 1 | ✂️ 0


▷ Théorème de Malus ;  
▷ Déphasage propagatif.



Une onde plane arrive en incidence normale sur une lame d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$ . La lame présente un défaut d'épaisseur  $\Delta e$ .

- 1 - Tracer l'allure des rayons lumineux et des surfaces d'onde avant, dans et après la lame.
- 2 - Exprimer le déphasage entre  $A$  et  $A'$ , et entre  $B$  et  $B'$  en fonction de  $e$ ,  $\Delta e$ , et  $x = AA' = BB'$  (longueur géométrique).

### Exercice 3 : Démonstration ondulatoire de loi de la réfraction

💡 2 | ✂️ 2


▷ Théorème de Malus ;  
▷ Lien entre modèle géométrique et modèle ondulatoire.

Une onde plane arrive avec une incidence  $\theta$  sur un dioptre plan séparant deux milieux d'indices  $n$  et  $n'$ . L'onde transmise est plane également et réfractée selon un angle  $\theta'$ . On suppose  $n' > n$ .

- 1 - Faire un schéma représentant deux rayons incidents, les rayons réfractés associés, et des surfaces d'onde dans chacun des milieux. On note  $I_1$  et  $I_2$  les points d'incidence des rayons sur le dioptre.
- 2 - On note  $M_2$  le point d'intersection de la surface d'onde passant par  $I_1$  avec le rayon 2, et  $M_1$  le point d'intersection de la surface d'onde passant par  $I_2$  avec le rayon 1. Que dire des chemins optiques  $(I_1M_1)$  et  $(M_2I_2)$  ?
- 3 - En déduire la loi de Snell-Descartes pour la réfraction.

## Interférences de rayons lumineux

### Exercice 4 : Tâche d'huile



- ▷ Déphasage propagatif;
- ▷ Différence de marche;
- ▷ Conditions d'interférences.

Une goutte d'huile déposée sur une flaque d'eau s'étale en surface et forme une mince couche d'épaisseur  $e$  supposée uniforme. Un observateur regarde un reflet du soleil en incidence normale sur la flaque, et en se plaçant à la quasi-verticale de la flaque, il observe une teinte magenta. On rappelle que le magenta est la couleur complémentaire du vert.

Données :

- ▷  $n_{\text{eau}} = 1,33$  et  $n_{\text{huile}} = 1,5$ ;
- ▷ la réflexion d'une onde sur un milieu plus réfringent (indice plus élevé que le milieu dans lequel l'onde se propage) induit un déphasage de  $\pi$ .

**1** - En considérant uniquement les interférences entre une onde réfléchie sur l'interface air-huile et l'autre sur l'interface huile-eau, montrer que la condition d'interférences destructives s'écrit

$$2n_h e = (k + 1)\lambda,$$

avec  $k$  un entier et  $\lambda$  la longueur d'onde de la lumière dans le vide.

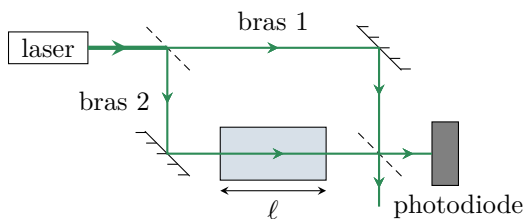
**2** - En déduire pourquoi le reflet est coloré.

**3** - Estimer l'épaisseur minimale de la tâche d'huile donnant cette teinte. Peut-on déterminer sans ambiguïté l'épaisseur de la sorte ?

### Exercice 5 : Mesure de l'indice optique du méthane



- ▷ Chemin optique;
- ▷ Ordre d'interférences.



Un interféromètre de Mach-Zehnder, schématisé ci-contre, est composé de deux miroirs et de deux lames semi-réfléchissantes<sup>1</sup>, qui transmettent la moitié de l'intensité lumineuse et réfléchissent l'autre moitié. L'interféromètre est éclairé par un laser de longueur d'onde  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , et une photodiode mesure l'intensité dans l'une des voies de sortie de l'interféromètre.

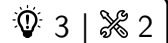
Une cuve fermée de longueur  $\ell = 10,0 \text{ cm}$  est placée dans l'un des bras. Cette cuve contient initialement de l'air, d'indice optique  $n_{\text{air}}$ , progressivement remplacé par du méthane d'indice  $n_{\text{CH}_4} > n_{\text{air}}$ . Au cours de l'opération, la photodiode permet d'observer le défilement de 32 franges.

**1** - Exprimer l'ordre d'interférence  $p_{\text{air}}$  lorsque la cuve est remplie d'air en fonction des longueurs géométriques  $L_1$  et  $L_2$  des bras de l'interféromètre.

**2** - Exprimer de même l'ordre  $p_{\text{CH}_4}$  lorsque la cuve est remplie de méthane.

**3** - En déduire l'indice optique du méthane, sachant que  $n_{\text{air}} = 1 + 2,78 \cdot 10^{-4}$ .

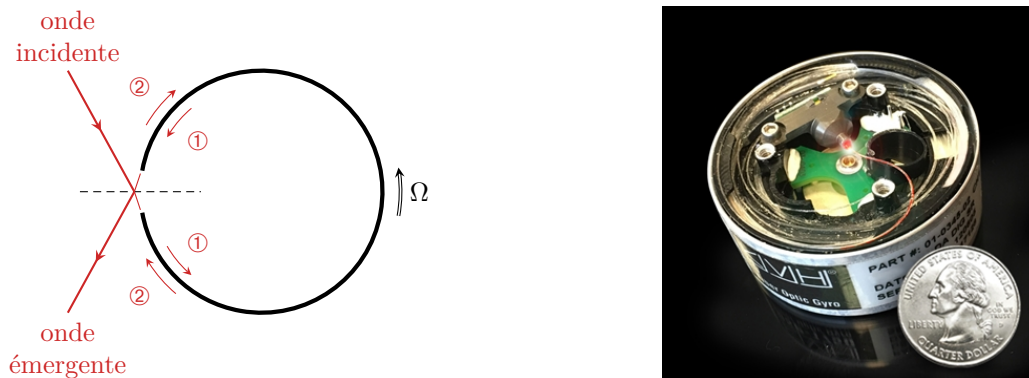
1. Le même type de lame que la séparatrice d'un interféromètre de Michelson que nous rencontrerons bientôt.

**Exercice 6 : Gyromètre à fibre optique**

- ▷ Chemin optique;
- ▷ Conditions d'interférences.

Un gyromètre optique, voir figure 1, est constitué par une bobine de fibre optique de rayon  $R$ , de longueur totale  $L$ , liée à un bâti en rotation à une vitesse angulaire  $\Omega$  par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen. Ce dispositif permet de déterminer  $\Omega$  avec une bonne précision. L'association de trois gyromètres et trois accéléromètres embarqués constitue une centrale inertielle, couramment utilisée dans les avions et les navires, par exemple pour contrôler le maintien d'un cap. De part son autonomie, ce système présente une complémentarité intéressante avec le positionnement GPS.

Un faisceau incident de longueur d'onde  $\lambda$ , produit par une source faiblement cohérente, est séparé en deux ondes secondaires injectées dans la fibre optique où elles se propagent en sens opposés, puis après avoir parcouru la totalité de la fibre elles interfèrent par recombinaison. Cependant, en raison de la rotation du dispositif, l'onde ① doit parcourir un peu plus d'un tour complet et l'onde ② un peu moins, ce qui induit un déphasage entre les deux ondes.



**Figure 1 – Gyromètre optique.**

1 - Donner la relation entre la distance  $\ell_1$ , le temps de parcours  $\Delta t_1$ , et la vitesse de rotation  $\Omega$ . En déduire que

$$\ell_1 = \frac{L}{1 - R\Omega/c}.$$

2 - Montrer que dans la limite non-relativiste  $R\Omega \ll c$  le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent s'écrit

$$\Delta\phi = \frac{4\pi L}{\lambda} \frac{R\Omega}{c}.$$

3 - En supposant le dispositif séparateur parfaitement équilibré et l'onde incidente d'intensité  $I_0$ , donner l'intensité lumineuse  $I$  en sortie du dispositif de recombinaison en fonction de  $\Delta\phi$ . Peut-on déterminer le sens de rotation par simple mesure de  $I$  ?

4 - En pratique, il n'est possible de travailler que sur la première frange d'interférence, c'est-à-dire entre l'intensité maximale ( $\Omega = 0$ ) et la première annulation ( $\Omega = \Omega_{\max}$ ). Pourquoi ? Déterminer la vitesse de rotation maximale  $\Omega_{\max}$ . Sur quels paramètres jouer pour l'améliorer ?

5 - On définit la sensibilité en intensité par

$$k = \frac{1}{I_0} \left| \frac{dI}{d\Omega} \right|.$$

L'exprimer en fonction de  $\Omega$  notamment. Sur quels paramètres jouer pour l'améliorer ? Quelle difficulté se pose pour la mesure de très faibles vitesses de rotation ?

En pratique, différentes améliorations permettent de compenser ces difficultés intrinsèques et font du gyromètre à fibre optique un dispositif très performant et polyvalent. La bobine de fibre est évidemment dimensionnée en fonction de la mesure visée : des gyromètres dont la fibre mesurait plusieurs kilomètres ont par exemple été utilisés pour mesurer avec précision la vitesse de rotation de la Terre sur elle-même.

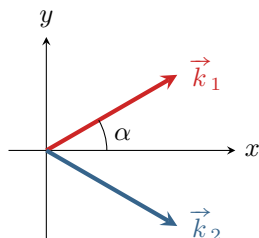
## Interférences d'ondes planes

### Exercice 7 : Interférences de deux ondes planes

💡 2 | ✂ 1



- ▷ Phase d'une onde plane ;
- ▷ Allure des figures d'interférences.



Considérons deux ondes planes progressives monochromatiques de même pulsation  $\omega$ , dont les vecteurs d'onde  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  forment un angle  $\pm\alpha$  par rapport à un axe  $(Ox)$ . Ces ondes sont cohérentes et interfèrent.

On note  $a_1$  et  $a_2$  les amplitudes complexes respectives de la vibration scalaire associée à chaque onde. Ces amplitudes sont égales au point  $O$ , origine de l'espace,

$$\underline{a}_1(O, t) = \underline{a}_2(O, t) = A_0 e^{i\omega t}.$$

1 - Justifier que l'état d'interférences en un point  $M$  de l'espace est donné par

$$\Delta\varphi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM}.$$

2 - Exprimer les composantes de  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  et de l'inclinaison  $\alpha$ . En déduire l'expression du déphasage  $\Delta\varphi(M)$  en fonction des coordonnées  $(x, y, z)$  du point  $M$ .

3 - On place un écran dans un plan  $y = \text{cte}$  : qu'observe-t-on ?

4 - On tourne le même écran dans un plan  $z = \text{cte}$  : décrire la figure d'interférences obtenue. Déterminer l'interfrange  $i$ , c'est-à-dire la distance séparant deux franges brillantes consécutives.

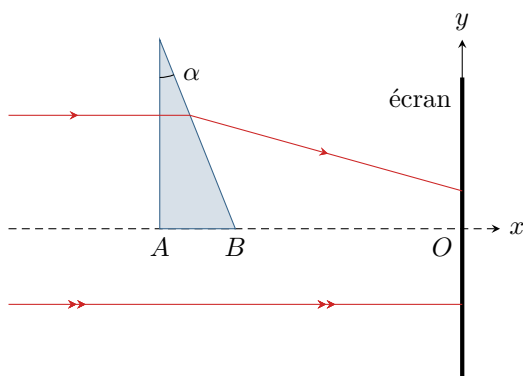
### Exercice 8 : Interférences créées par un prisme

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 2



- ▷ Lien entre modèle géométrique et modèle ondulatoire ;
- ▷ Phase d'une onde plane.

On dispose d'un prisme d'indice  $n$  et d'angle au sommet  $\alpha$  éclairé par un faisceau de rayons parallèles monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$ . On observe la figure produite sur un écran placé derrière le prisme. Dans tout l'exercice, on se placera dans l'hypothèse d'un angle au sommet petit.



1 - En pratique, comment peut-on réaliser un faisceau de rayons parallèles ?

2 - Exprimer l'angle de déviation des rayons en sortie du prisme.

3 - Justifier que l'on peut considérer les ondes associées aux rayons déviés et aux rayons non déviés comme deux ondes planes. Exprimer leur vecteur d'onde.

4 - On pose  $\phi(A) = 0$ . Exprimer la différence de phase entre les deux ondes au point  $B$  puis en tout point  $M$  de l'écran.

5 - Qu'observe-t-on sur l'écran ? Justifier.

6 - En déduire une méthode de mesure de l'angle  $\alpha$ .