



BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

Fiche résumé 16 – Électromagnétisme

Conduction électrique

I - Densité volumique de courant électrique

• **Nature du courant électrique** : mouvement d'ensemble (\neq agitation thermique) des porteurs de charge libres au sein d'un matériau.

• **Lien entre les échelles macro et méso** :

$$I = \iint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

• **Lien entre les échelles micro et méso** : pour un seul type de porteurs,

$$\vec{j} = \rho \vec{v} = nq\vec{v} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \rho & \text{densité volumique de charge libre (C} \cdot \text{m}^{-3}\text{)} \\ n & \text{densité volumique de porteurs libres (m}^{-3}\text{)} \\ q & \text{charge d'un porteur (C)} \\ \vec{v} & \text{vitesse d'ensemble (= vitesse moyenne) des porteurs libres} \end{cases}$$

Pour plusieurs types de porteurs, les contributions se somment : $\vec{j} = \sum_k n_k q_k \vec{v}_k$.

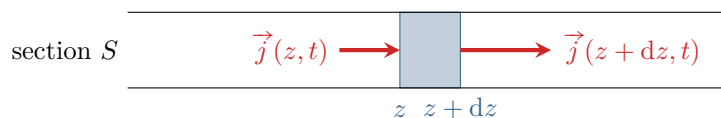
• **Ordre de grandeur** : vitesse d'ensemble $\sim 0,1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$

\rightsquigarrow l'information est transportée par des ondes électromagnétiques, pas par le déplacement des porteurs de charge.

II - Conservation de la charge

La charge électrique ne peut être ni créée, ni détruite, mais seulement déplacée d'un point à un autre.

• **Démonstration par un bilan mésoscopique à une dimension** : tranche de fil conducteur comprise entre z et $z + dz$.



$$\begin{aligned} \text{charge stockée à l'instant } t + dt &= \text{charge stockée à l'instant } t + \text{charge entrée entre } t \text{ et } t + dt - \text{charge sortie entre } t \text{ et } t + dt \\ \rho(z, t + dt) S dz &= \rho(z, t) S dz + j_z(z, t) S dt - j_z(z + dz, t) S dt \end{aligned}$$

$$\rightsquigarrow \frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

• **Démonstration par les équations de Maxwell** :

▷ Équation de Maxwell-Ampère :

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

▷ Résultats d'analyse vectorielle :

$\rightarrow \text{div}(\text{rot } \vec{v}) = 0$ (toujours!);

\rightarrow permutation des dérivées spatiales et temporelles, donc des opérateurs vectoriels et de la dérivée temporelle.

▷ Étapes de la démonstration : div(MA) combinée avec MG donne

$$\text{div } \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

III - Loi d'Ohm

- **Modèle microscopique de Drude** : (détails du modèle hors programme)
 - ▷ un porteur de charge qui modélise le comportement moyen de tous les autres ;
 - ▷ effet moyenné des interactions avec le réseau cristallin et avec tous les autres porteurs modélisé par une unique force de frottement.

- **Loi d'Ohm locale** : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ avec γ la conductivité électrique du matériau.

- **Loi d'Ohm intégrale** : intégration de la loi d'Ohm locale le long du conducteur (tension) et sur sa section S (intensité) conduit à

$$U = V(0) - V(\ell) = \frac{\ell}{\gamma S} I \quad \text{soit} \quad R = \frac{\ell}{\gamma S}.$$

IV - Échanges énergétiques entre le champ et les porteurs de charge

- **Force de Lorentz** :

- ▷ Densité volumique de force de Lorentz : un volume $d\tau$ subit la force $d\vec{F}_{\text{Lor}} = \vec{j}_{\text{Lor}} d\tau$ avec

$$\vec{j}_{\text{Lor}} = \rho \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B}.$$

- ▷ Résultante sur un tronçon infinitésimal de conducteur globalement neutre : force de Laplace,

$$d\vec{F}_{\text{Lapl}} = i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \quad d\vec{\ell} \text{ orienté dans le sens positif de } i.$$

- **Effet Joule** :

- ▷ densité volumique de puissance cédée par le champ électromagnétique aux porteurs de charge : $p = \vec{j} \cdot \vec{E}$;

- ▷ cas particulier d'un conducteur ohmique : $p_{\text{Joule}} = \gamma |\vec{E}|^2 > 0$.