BLAISE PASCAL
PT 2023-2024

Fiche résumé 19 – Électromagnétisme

Équations de Maxwell
Énergie électromagnétique

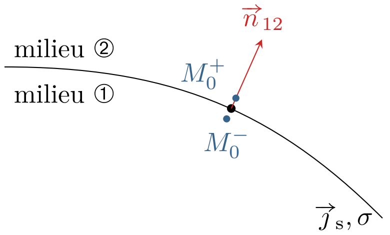
I - Formulations locale et intégrale de l'électromagnétisme

- **Équations de Maxwell**

Nom	Forme locale	Forme intégrale	En régime stationnaire	Contenu physique, conséquences
Maxwell-Gauss	$\operatorname{div}\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\displaystyle\oiint_{\text{SG}} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{Q_{\text{int}}(t)}{\varepsilon_0}$	Inchangée	Les charges électriques sont source de champ électrique.
Maxwell-Faraday	$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$e = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ orientation par RMD	$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{E} = \vec{0}$ $\Longrightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,V$ Ne se généralise pas en ARQS.	Un champ magnétique variable est source de champ électrique $\rightsquigarrow$ induction électromagnétique. Le couplage disparaît en régime stationnaire.
Maxwell-Thomson	$\operatorname{div}\vec{B} = 0$	$\displaystyle\oiint_{\text{"SG"}} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$	Inchangée	Le flux magnétique est le même au travers de toute surface s'appuyant sur un même contour. Il est nul au travers d'une surface fermée.
Maxwell-Ampère	$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \underbrace{\mu_0\,\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}}_{=\vec{j}_{\text{d}}}$	$\displaystyle\oint_{\text{CA}} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0(I_{\text{enl}}(t) + I_{\text{d,enl}}(t))$	Courant de déplacement nul en régime stationnaire et négligeable en ARQS.	Un courant électrique est source de champ magnétique, un champ électrique variable aussi. Le couplage disparaît en régime stationnaire.

• **ARQS magnétique :** le courant de déplacement est négligeable, $\vec{B}$ se calcule comme en statique et $\vec{E}$ par l'équation de Maxwell-Faraday.

• **Relations de passage :** au niveau d'une distribution surfacique, les équations de Maxwell doivent être remplacées par les relations de passage (pas à retenir, théoriquement toujours rappelées par l'énoncé)



Les champs de part et d'autre d'un point M_0 de l'interface sont reliés par

$$\begin{cases} \vec{E}(M_0^+, t) - \vec{E}(M_0^-, t) = \dfrac{\sigma(M_0, t)}{\varepsilon_0} \vec{n}_{12} \\ \vec{B}(M_0^+, t) - \vec{B}(M_0^-, t) = \mu_0 \vec{\jmath}_\mathrm{s}(M_0, t) \wedge \vec{n}_{12} \end{cases}$$

avec σ et $\vec{\jmath}_\mathrm{s}$ les densités surfaciques de charge et de courant à l'interface.

⇝ pour une distribution volumique, les champs sont partout continus.

II - Énergie électromagnétique

• **Forme intégrale :** pour un volume $\mathcal{V}$ délimité par une surface $\mathcal{S}$

$$\frac{\mathrm{d}U_\mathrm{em}}{\mathrm{d}t} = -\mathcal{P}_\mathrm{ray} - \mathcal{P}_\mathrm{abs} \qquad \text{soit} \qquad \frac{\mathrm{d}U_\mathrm{em}}{\mathrm{d}t} = -\oiint_{\text{"SG"}} \vec{\Pi} \cdot \mathrm{d}\vec{S} - \iiint_{\mathcal{V}} p_\mathrm{abs} \, \mathrm{d}\tau = 0$$

• **Forme locale :** (pas à retenir mais l'expression des trois termes est à connaître)

$$\frac{\partial u_\mathrm{em}}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{\Pi} - p_\mathrm{abs}$$

▷ densité volumique d'énergie électromagnétique : $u_\mathrm{em} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 \vec{E}^2 + \dfrac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$;

▷ vecteur de Poynting : $\vec{\Pi} = \dfrac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$;

▷ puissance volumique absorbée par le milieu p_abs, souvent de l'effet Joule $p_\mathrm{abs} = \vec{\jmath} \cdot \vec{E} > 0$.

• **Contenu physique :** l'énergie électromagnétique stockée dans un volume de contrôle peut varier sous l'effet du rayonnement (elle reste sous forme électromagnétique mais est échangée avec l'extérieur) ou de l'absorption [1] (elle convertie sous une autre forme d'énergie, souvent de l'énergie interne).

1. Il peut aussi y avoir production d'énergie électromagnétique par accélération de particules chargées (conversion d'énergie mécanique en énergie électromagnétique), auquel cas $\vec{\jmath} \cdot \vec{E} < 0$ et $\mathcal{P}_\mathrm{abs} < 0$ mais cette situation est bien plus exceptionnelle que l'effet Joule au niveau PT.