



I - Système linéaire, continu et invariant temporellement

• Description temporelle : équation différentielle

- ▷ Relation entrée-sortie d'un SLCI sous forme d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants, presque toujours vrai.
- ▷ Méthode pour établir une équation différentielle en électronique :
 - utiliser en alternance (une étape sur deux) les lois de Kirchoff et les lois de comportement des dipôles ;
 - à chaque étape, remplacer les grandeurs inconnues et sans intérêt par les grandeurs connues et/ou intéressantes ;
 - il se peut qu'il faille dériver l'équation de travail pour pouvoir y insérer certaines lois de comportement.
- ▷ Dans un système stable, la solution particulière décrit le régime permanent et la solution homogène est qualitativement associée au régime transitoire.
- ▷ Résolution numérique avec le schéma d'Euler explicite : transformer l'équation différentielle en relation de récurrence (dérivée approximée par un taux de variation entre les instants t_n et t_{n+1} , toutes les autres grandeurs prises à l'instant t_n), puis l'implémenter en utilisant une boucle.

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{1}{\tau}e \quad \rightsquigarrow \quad \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}u_n = \frac{1}{\tau}e(t_n) \quad \rightsquigarrow \quad u_{n+1} = u_n + \frac{\Delta t}{\tau}(e(t_n) - u_n).$$

• Description fréquentielle : fonction de transfert

- ▷ Signal harmonique :

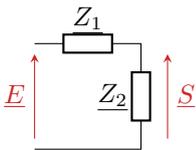
$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad \mapsto \quad \underline{u} = U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{U} e^{j\omega t} \quad \text{avec} \quad \underline{U} = U_m e^{j\varphi} \quad (\text{amplitude complexe})$$

- ▷ Sens physique de la fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} \quad \text{donc} \quad \begin{cases} |\underline{H}| = \frac{|\underline{S}|}{|\underline{E}|} = \frac{S_m}{E_m} & (\text{rapport des amplitudes}) \\ \arg \underline{H} = \arg \underline{S} - \arg \underline{E} = \varphi_s - \varphi_e & (\text{déphasage}) \end{cases}$$

- ▷ Méthode pour établir une fonction de transfert en électronique :

- identifier des équivalences aux associations série et parallèle pour mettre le circuit sous la forme ci-contre ;
- pont diviseur de tension :



$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{1}{1 + \underline{Z}_1 \underline{Y}_2}.$$

• Diagramme de Bode :

$$\boxed{G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}| \quad \iff \quad |\underline{H}| = 10^{G_{\text{dB}}/20}}$$

- ▷ Méthode :

- pour chaque limite haute ou basse fréquence, **commencer** par calculer la fonction de transfert équivalente en ne conservant que les termes dominants du numérateur et du dénominateur ;
- **puis ensuite** en calculer le module et l'argument pour obtenir les équations des asymptotes ;
- dans le cas d'un deuxième ordre, l'allure du diagramme réel s'obtient en calculant explicitement la valeur en $\omega = \omega_0$ sur la FT complète.

• Équivalence entre les deux descriptions :

- ▷ Passage de l'une à l'autre : $\frac{d}{dt} \iff \times j\omega$ (passer la FT sous forme d'un polynôme avant d'identifier) ;
- ▷ Les grandeurs caractéristiques des représentations temporelle et fréquentielle sont reliées : p.ex. temps caractéristique et pulsation de coupure ; pulsation des oscillations amorties et pulsation de résonance ; etc.

• Spectre et SLCI :

- ▷ SLCI \iff mêmes fréquences dans le spectre des signaux d'entrée et de sortie ;
- ▷ Non-linéarité (ou non invariance temporelle, cf. échantillonnage) \iff génération d'harmoniques = enrichissement spectral.

II - Stabilité

- **Définition :**

- ▷ La sortie reste bornée tant que l'entrée reste bornée, pas de divergence ni de saturation : critère temporel.
- ▷ Ne pas confondre avec une résonance, qui concerne un maximum de la sortie en fonction de la fréquence de l'entrée : critère fréquentiel.

- **Critères de stabilité :**

- ▷ Ne concernent que le membre « sortie » de l'équation différentielle, c'est-à-dire le dénominateur de la fonction de transfert ;
- ▷ Un SLCI d'ordre 1 ou 2 est stable si et seulement si tous les coefficients sont de même signe.

III - Signal de sortie d'un SLCI, filtrage

- **Décomposition de Fourier :** tout signal u périodique de fréquence f peut se décomposer en une somme de signaux harmoniques de fréquences multiples de f .

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n) \quad \text{avec} \quad U_n \geq 0 \text{ et } \varphi \in \mathbb{R}$$

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(2\pi n f t) \quad \text{avec} \quad A_n \text{ et } B_n \text{ quelconques}$$

- ▷ Harmoniques basses fréquences \iff allure générale du signal ;
- ▷ Harmoniques hautes fréquences \iff variations brutales + fluctuations rapides et aléatoires (bruit).

- **Reconstruction du signal de sortie d'un SLCI :**

- ▷ Cas général : traiter chaque harmonique séparément en déterminant son amplitude ($S_m = |\underline{H}| E_m = 10^{G_{dB}/20} E_m$) et sa phase ($\varphi_s = \varphi_e + \arg \underline{H}$), puis sommer.
- ▷ Cas particulier : comportement intégrateur/dérivateur associé à des pentes de ± 20 dB/décade.