BLAISE PASCAL
PT 2024-2025

Fiche résumé 20 – Électromagnétisme

Équations de Maxwell Énergie électromagnétique

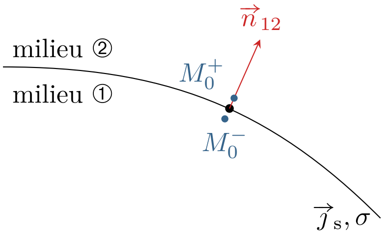
I - Formulations locale et intégrale de l'électromagnétisme

- **Équations de Maxwell**

Nom	Forme locale	Forme intégrale	En régime stationnaire	Contenu physique, conséquences
Maxwell-Gauss	$\mathrm{div}\,\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\displaystyle\oiint_{\mathrm{SG}} \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \dfrac{Q_{\mathrm{int}}(t)}{\varepsilon_0}$	Inchangée	Les charges électriques sont source de champ électrique.
Maxwell-Faraday	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$e = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ orientation par RMD	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = \vec{0}$ $\Longrightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,V$ Ne se généralise pas en ARQS.	Un champ magnétique variable est source de champ électrique $\rightsquigarrow$ induction électromagnétique. Le couplage disparaît en régime stationnaire.
Maxwell-Thomson	$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$	$\displaystyle\oiint_{\text{"SG"}} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = 0$	Inchangée	Le flux magnétique est le même au travers de toute surface s'appuyant sur un même contour. Il est nul au travers d'une surface fermée.
Maxwell-Ampère	$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{j} + \mu_0\,\underbrace{\varepsilon_0\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{=\vec{j}_{\mathrm{d}}}$	$\displaystyle\oint_{\mathrm{CA}} \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0(I_{\mathrm{enl}}(t) + I_{\mathrm{d,enl}}(t))$	Courant de déplacement nul en régime stationnaire et négligeable en ARQS.	Un courant électrique est source de champ magnétique, un champ électrique variable aussi. Le couplage disparaît en régime stationnaire.

• **ARQS magnétique :** le courant de déplacement est négligeable, $\vec{B}$ se calcule comme en statique et $\vec{E}$ par l'équation de Maxwell-Faraday.

• **Relations de passage :** au niveau d'une distribution surfacique, les équations de Maxwell doivent être remplacées par les relations de passage (pas à retenir, théoriquement toujours rappelées par l'énoncé)



Les champs de part et d'autre d'un point M_0 de l'interface sont reliés par

$$\begin{cases} \vec{E}(M_0^+,t) - \vec{E}(M_0^-,t) = \dfrac{\sigma(M_0,t)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{12} \\ \vec{B}(M_0^+,t) - \vec{B}(M_0^-,t) = \mu_0 \vec{\jmath}_s(M_0,t) \wedge \vec{n}_{12} \end{cases}$$

avec σ et $\vec{\jmath}_s$ les densités surfaciques de charge et de courant à l'interface.

⇝ pour une distribution volumique, les champs sont partout continus.

II - Énergie électromagnétique

• **Vecteur de Poynting :** décrit les échanges d'énergie par rayonnement.

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Puissance rayonnée au travers d'une surface $\mathcal{S}$:

$$\mathcal{P}_{\text{ray}} = \iint_{\mathcal{S}} \vec{\Pi} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\,.$$

• **Bilan d'énergie sous forme intégrale** pour un volume $\mathcal{V}$ délimité par une surface fermée $\mathcal{S}$ orientée vers l'extérieur.

▷ *Physiquement :* l'énergie électromagnétique stockée dans le volume $\mathcal{V}$ peut varier sous l'effet du rayonnement (elle reste sous forme EM mais est échangée avec l'extérieur), de l'absorption (conversion d'énergie EM en une autre forme) ou de la production (conversion d'énergie d'une autre forme en énergie EM).

▷ *En équation :*

$$\frac{\mathrm{d}U_{\text{em}}}{\mathrm{d}t} = -\mathcal{P}_{\text{ray}} - \mathcal{P}_{\text{abs}} + \mathcal{P}_{\text{cr}} \qquad \text{soit} \qquad \frac{\mathrm{d}U_{\text{em}}}{\mathrm{d}t} = -\oiint_{\text{"SG"}} \vec{\Pi} \cdot \mathrm{d}\vec{S} - \iiint_{\mathcal{V}} p_{\text{abs}}\,\mathrm{d}\tau + \iiint_{\mathcal{V}} p_{\text{cr}}\,\mathrm{d}\tau$$

• **Forme locale :** (pas à retenir mais l'expression des trois termes est à connaître)

$$\frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t} = -\operatorname{div}\vec{\Pi} - p_{\text{abs}} + p_{\text{cr}}$$

▷ densité volumique d'énergie électromagnétique : $u_{\text{em}} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 \vec{E}^2 + \dfrac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$;

▷ densité volumique de puissance absorbée p_{abs} ou produite p_{cr}.

• **Cas particulier d'un conducteur ohmique :** le seul mécanisme de conversion d'énergie est l'effet Joule,

$$p_{\text{abs}} = \vec{\jmath} \cdot \vec{E} \qquad \text{et} \qquad p_{\text{cr}} = 0\,,$$

le bilan local d'énergie s'écrit donc

$$\frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t} = -\operatorname{div}\vec{\Pi} - \vec{\jmath} \cdot \vec{E}\,.$$