

Modèle scalaire des ondes lumineuses

I - Modèles pour l'émission et la réception de la lumière

- **Modèle scalaire** : effets de polarisation négligés \rightsquigarrow OEM modélisée par une vibration scalaire,

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \phi(M)) \quad \longleftrightarrow \quad \underline{s}(M, t) = \underline{A}(M) e^{i(\omega t - \phi(M))},$$

avec $\phi(M)$ la phase de l'onde lumineuse au point M :

$$\begin{cases} \phi(M) = kr + \varphi & \text{(onde sphérique)} \\ \phi(M) = \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi & \text{(onde plane)} \end{cases}$$

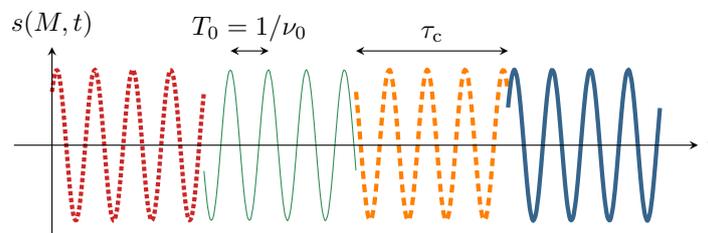
- **Largeur spectrale d'un signal** : si un signal pseudo-sinusoidal de période T_0 a des propriétés qui varient lentement sur une durée Δt , alors son spectre est centré sur $f_0 = 1/T_0$ avec une largeur en fréquence Δf telle que

$$\Delta f \times \Delta t \sim 1.$$

- **Largeur spectrale et temps de cohérence d'une source** :

$$\tau_c \Delta \nu = 1 \quad \text{et} \quad \begin{cases} \Delta \lambda = \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| \Delta \nu \\ \lambda = c/\nu \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \Delta \lambda = \frac{\lambda_0^2}{c\tau_c}.$$

- **Modèle des trains d'onde** : tous de même fréquence et de même durée, saut de phase aléatoire.



Longueur de cohérence $L_c = c\tau_c =$ longueur d'un train d'onde.

- **Éclairement ou intensité lumineuse** : les capteurs ne sont sensibles qu'à l'énergie moyenne qu'ils reçoivent.

$$\mathcal{E} = \mathcal{I} = \langle s(M, t)^2 \rangle \quad \text{ou} \quad \mathcal{E} = \mathcal{I} = |\underline{s}(M)|^2.$$

Attention, ces deux conventions ne sont pas compatibles : $\langle s(M, t)^2 \rangle \neq |\underline{s}(M)|^2$ (facteur 1/2).

II - Optique géométrique et optique ondulatoire

- **Théorème de Malus** : les surfaces d'onde (= surfaces équiphasées) sont perpendiculaires aux rayons lumineux.
- **Chemin optique** le long d'un rayon lumineux = indice optique \times longueur géométrique
- **Déphasage propagatif** : pour une onde monochromatique allant d'une source S à un point M ,

$$\phi(M) = \phi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(SM).$$

Conséquence : $\forall M \in \Sigma$ une surface d'onde, on a $\phi(M) = \text{cte}$ donc $(SM) = \text{cte}$.

\rightsquigarrow le chemin optique est le même pour atteindre n'importe quel point d'une même surface d'onde.

- **Effet d'une lentille convergente** : déviation des rayons = déformation des surfaces d'onde.

\rightsquigarrow le chemin optique entre deux points conjugués par la lentille est indépendant du rayon suivi.

III - Superposition de deux ondes

- **Critères de cohérence** : cohérence = capacité à donner des interférences.

↪ ondes de même longueur d'onde + provenant du même train d'onde = issues de la même source primaire.

↪ nécessité de diviser l'onde primaire en deux ondes secondaires qui parcourent des chemins différents.

- **Formule de Fresnel** : en supposant les critères de cohérence remplis,

$$s(M, t) = A_1 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (S_1 M) + \varphi \right) + A_2 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (S_2 M) + \varphi \right)$$

puis calcul de $\langle s(M, t)^2 \rangle$ en identifiant $\langle s_1(M, t)^2 \rangle = A_1^2/2$.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} [(S_2 M) - (S_1 M)] \right).$$

- **État d'interférences** : m entier relatif

	Déphasage $\Delta\phi$	Différence de marche δ	Ordre d'interférence p
Définition	$\Delta\phi = \phi_2(M) - \phi_1(M)$	$\delta = (S_2 M) - (S_1 M)$	$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\Delta\phi}{2\pi}$
Fresnel	$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos(\Delta\phi)$	$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta \right)$	$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2} \cos(2\pi p)$
Interférences constructives	$\Delta\phi = 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$	$\delta = m\lambda, m \in \mathbb{Z}$	$p = m \in \mathbb{Z}$ (ordre entier)
Interférences destructives	$\Delta\phi = (2m + 1)\pi, m \in \mathbb{Z}$	$\delta = \frac{\lambda}{2} + m\lambda, m \in \mathbb{Z}$	$p = m + \frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$ (ordre entier)

IV - Allure des figures d'interférences

- **Franges rectilignes ou anneaux** : s'interprète avec des invariances.

▷ écran dans l'axe des sources secondaires : anneaux (invariance par rotation);

▷ écran parallèle à l'axe des sources secondaires : franges rectilignes (quasi-invariance par translation au voisinage du centre de l'écran).

- **Contraste** : $C = \frac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}}$

$C = 0 \implies$ brouillage total \implies éclaircissement uniforme sur l'écran (\neq frange sombre = éclaircissement nul)

- **Origine des pertes de contraste** :

▷ les sources secondaires produisent un éclaircissement différent;

▷ cohérence temporelle : la source n'est pas monochromatique, brouillage lorsque $\delta > L_c = c\tau_c$ (ddm telle qu'un train d'onde se superpose au suivant, dont il est déphasé aléatoirement);

▷ cohérence spatiale : la source n'est pas ponctuelle, elle se décompose en une juxtaposition de sources ponctuelles incohérentes qui produisent chacune leur figure d'interférence, celles-ci pouvant être décalées.