

Modèle scalaire des ondes lumineuses

Modèle ondulatoire

Exercice 1 : Action d'une lentille sur les surfaces d'ondes

💡 1 | ✂ 0



▷ Lien entre modèle géométrique et modèle ondulatoire.

- 1 Placer la source (= centre des sphères) au foyer objet d'une lentille convergente.
- 2 Utiliser une lentille convergente éclairée par un objet à l'infini, le centre de l'onde sphérique se trouve alors au foyer image.
- 3 Placer la source dans une position quelconque, hors foyer, et utiliser une lentille convergente. L'objet et son image définissent le centre des deux ondes.
- 4 Il faut cette fois utiliser une lentille divergente éclairée par un objet à l'infini. Le centre de l'onde sphérique se trouve au foyer image de la lentille.

Exercice 2 : Défaut sur une lame

💡 1 | ✂ 0



▷ Théorème de Malus ;
▷ Déphasage propagatif.

- 1 Voir figure 1. La lumière arrive en incidence normale, les rayons lumineux ne sont donc pas déviés par réfraction. Comme $n > 1$ alors la phase s'accumule sur des distances plus faibles dans le verre par rapport à l'air, les plans d'onde sont donc plus rapprochés. Le défaut d'épaisseur créé un décrochement dans les surfaces d'ondes.

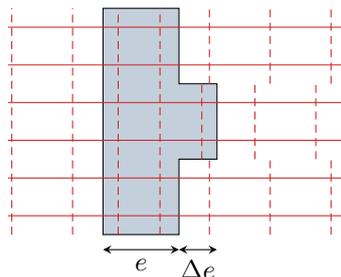


Figure 1 – Déformation des plans d'onde par un défaut d'épaisseur. Les traits pointillés symbolisent des plans d'onde déphasés de 2π .

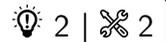
- 2 Les chemins optiques s'écrivent

$$(AA') = ne + (x - e) = x + (n - 1)e \quad \text{d'où} \quad \Delta\varphi_{A/A'} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(AA') = \frac{2\pi}{\lambda_0}(x + (n - 1)e)$$

et de même

$$\Delta\varphi_{B/B'} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(BB') = \frac{2\pi}{\lambda_0}(x + (n - 1)(e + \Delta e))$$

Exercice 3 : Démonstration ondulatoire de loi de la réfraction



- ▷ Théorème de Malus ;
- ▷ Lien entre modèle géométrique et modèle ondulatoire.

- 1 Schéma à faire.
- 2 I_1 et M_2 appartiennent à la même surface d'onde, et M_2 et I_2 aussi, donc

$$(I_1 M_1) = (I_2 M_2).$$

- 3 On constate sur un schéma que

$$\sin \theta = \frac{M_2 I_2}{I_1 I_2} \quad \text{et} \quad \sin \theta' = \frac{I_1 M_1}{I_1 I_2}$$

Ainsi, l'égalité des chemins optiques donne

$$n' I_1 I_2 \sin \theta' = n I_1 I_2 \sin \theta$$

d'où on déduit la loi de Descartes de la réfraction,

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'.$$

Interférences de rayons lumineux

Exercice 4 : Tâche d'huile



- ▷ Déphasage propagatif ;
- ▷ Différence de marche ;
- ▷ Conditions d'interférences.

La situation est représentée figure 2. Les rayons incident et réfléchi ont été représentés décalés, mais, bien sûr, ils sont superposés l'un à l'autre. Il y a interférences entre les deux ondes réfléchies, notées respectivement ① pour celle se réfléchissant à l'interface air-huile et ② pour celle se réfléchissant à l'interface huile-eau.

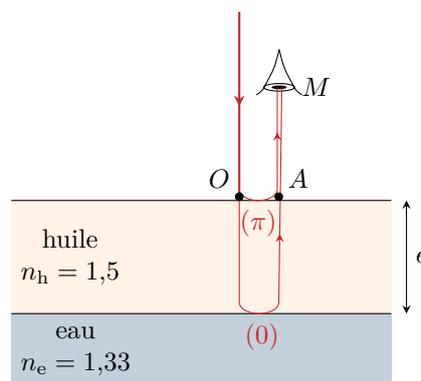


Figure 2 – Réflexion d'un rayon lumineux sur une tâche d'huile.

- 1 Exprimons la phase des deux ondes ① et ② lorsqu'elles atteignent l'œil de l'observateur au point M , sachant qu'elles sont évidemment en phase au point O puisqu'il s'agit d'un seul et même rayon.

▷ l'onde ① se réfléchit sur un milieu plus réfringent, donc avec un déphasage, et se propage de A à M , si bien que

$$\phi_1(M) = \underbrace{\phi_1(O) + \pi}_{=\phi_1(A)} + \frac{2\pi}{\lambda}(AM).$$

▷ l'onde ② se réfléchit sur un milieu moins réfringent, donc sans déphasage, si bien que

$$\phi_2(M) = \phi_2(O) + \frac{2\pi}{\lambda}(OM) = \phi_2(O) + \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}(OA)}_{=\phi_2(A)} + \frac{2\pi}{\lambda}(AM) = \phi_2(O) + \frac{2\pi}{\lambda}2n_h e + \frac{2\pi}{\lambda}(AM)$$

On en déduit

$$\Delta\phi(M) = \phi_2(M) - \phi_1(M) = \cancel{\phi_2(O)} + \frac{2\pi}{\lambda}2n_h e + \frac{2\pi}{\lambda}(AM) - \cancel{\phi_1(O)} - \pi - \frac{2\pi}{\lambda}(AM)$$

soit finalement

$$\Delta\phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda}2n_h e - \pi.$$

Il y a interférences destructives pour les longueurs d'ondes telles que $\Delta\phi(M) = \pi + 2k\pi$, k entier, soit

$$\frac{4\pi n_h e}{\lambda} = 2(k+1)\pi \quad \text{donc} \quad \boxed{2n_h e = (k+1)\lambda.}$$

2 Le Soleil est une source de lumière blanche, et le déphasage dépend de la longueur d'onde. Pour certaines de ces longueurs d'onde, les interférences seront constructives : elles seront alors présentes dans le spectre de la lumière observée lorsque l'on regarde la goutte d'huile. Pour d'autres, les interférences seront destructives : elles auront disparu du spectre de la lumière observée. Le spectre de la lumière réfléchi ne contenant plus toutes les longueurs d'onde, elle apparaît colorée.

3 Si la goutte apparaît magenta, alors il y a interférences destructives pour sa couleur complémentaire, à savoir le vert de longueur d'onde $\lambda_{\text{vert}} \simeq 550 \text{ nm}$. Pour $e = e_{\text{min}}$, $k = 0$, donc

$$\boxed{e_{\text{min}} = \frac{\lambda_{\text{vert}}}{2n_h} \simeq 180 \text{ nm} .}$$

Il est impossible de déterminer l'épaisseur exacte, car on ne peut pas connaître l'entier k : elle peut donc également être épaisse de 360 nm, 540 nm etc. Néanmoins si la couche était trop épaisse on verrait apparaître un blanc d'ordre supérieur au lieu d'un reflet nettement coloré (cf. cours à venir sur l'interféromètre de Michelson).

Exercice 5 : Mesure de l'indice optique du méthane

💡 2 | ✂ 2 | Ⓞ



▷ Chemin optique ;
▷ Ordre d'interférences.

1 Notons L_2 la longueur géométrique du bras contenant la cuve, et L_1 celle de l'autre bras. En négligeant l'effet des parois de la cuve, lorsque la cuve contient de l'air, la différence de marche des rayons reçus par la photodiode vaut

$$\delta_{\text{air}} = n_{\text{air}}L_2 - n_{\text{air}}L_1.$$

L'ordre de la frange perçue par la photodiode est donc

$$p_{\text{air}} = \frac{n_{\text{air}}(L_2 - L_1)}{\lambda}$$

Si l'interféromètre est impeccablement réglé, $L_2 = L_1$ donc $\delta_{\text{air}} = 0$, mais ce n'est pas nécessaire pour que l'expérience soit exploitable. Heureusement, d'ailleurs, car c'est impossible en pratique sur un interféromètre de Mach-Zehnder : les mesures interférentielles sont sensibles à des différences de longueur de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres, il faudrait donc régler l'égalité des longueurs des deux voies avec la même précision, ce qui est très difficile à réaliser.

2 Lorsque la cuve contient du méthane, le chemin optique dans le bras 2 est modifié, et

$$\delta_{\text{CH}_4} = n_{\text{air}}(L_2 - \ell) + n_{\text{CH}_4}\ell - n_{\text{air}}L_1,$$

d'où un ordre

$$p_{\text{CH}_4} = \frac{n_{\text{air}}(L_2 - L_1)}{\lambda} + \frac{(n_{\text{CH}_4} - n_{\text{air}})\ell}{\lambda}.$$

3 Comme la cuve est remplie progressivement, alors l'ordre change progressivement également, ce qui explique qu'on observe un défilement de franges (brillantes lorsque l'ordre est entier et sombres lorsqu'il est demi-entier). Puisque 32 franges défilent, alors

$$p_{\text{CH}_4} = p_{\text{air}} + 32$$

Il est nécessaire de savoir au préalable que $n_{\text{air}} > n_{\text{CH}_4}$, sans quoi il est impossible de connaître le signe de la variation d'ordre : a priori, $p_{\text{CH}_4} = p_{\text{air}} \pm 32$.

On peut constater que l'hypothèse de négliger les parois de la cuve n'affecte pas le résultat final. Les prendre en compte rajouterait une différence de marche δ_{paroi} qui serait égale avec et sans méthane, et se simplifierait dans le résultat final.

On en déduit

$$(n_{\text{CH}_4} - n_{\text{air}})\ell = 32\lambda$$

et ainsi

$$n_{\text{CH}_4} = n_{\text{air}} + \frac{32\lambda}{\ell} = 1 + 4,48 \cdot 10^{-4}.$$

On pourrait s'étonner d'un tel nombre de chiffres significatifs sur l'indice n_{CH_4} alors que λ et ℓ n'en comptent que trois. Rappelons que dans une addition ce sont les décimales qui comptent, et pas les chiffres significatifs. Par exemple, il serait aberrant de considérer que $1250,7 + 0,13 = 1,3 \cdot 10^3$ par application de la règle du plus petit nombre de chiffres significatifs ! Il est impossible pour autant de considérer comme résultat $1250,83$ car la dernière décimale est incertaine. Ici, la donnée la moins précise l'est à 10^{-1} près donc le résultat de l'addition doit être donné à la même décimale, soit $1250,8$.

Exercice 6 : Gyromètre à fibre optique

💡 3 | ✂ 2



▷ Chemin optique ;

▷ Conditions d'interférences.

1 Notons Δt_1 le temps de parcours dans la fibre. Pendant cette durée, la sortie de la fibre tourne d'une distance $R\Omega \Delta t_1$, si bien que

$$\ell_1 = L + R\Omega \Delta t_1.$$

En outre, la lumière se propageant à la célérité c dans la fibre,

$$\Delta t_1 = \frac{\ell_1}{c}.$$

On en déduit

$$\ell_1 = L + \frac{R\Omega}{c}\ell_1 \quad \text{soit} \quad \left(1 - \frac{R\Omega}{c}\right)\ell_1 = L$$

ce qui conduit bien à

$$\ell_1 = \frac{L}{1 - R\Omega/c}.$$

2 L'onde ② se propageant en sens opposé, son trajet est raccourci, et on a cette fois

$$\ell_2 = L - R\Omega \Delta t_2 \quad \text{soit} \quad \ell_2 = \frac{L}{1 + R\Omega/c}.$$

La différence de marche en sortie de fibre vaut donc

$$\delta = \ell_1 - \ell_2 = \frac{L}{1 - R\Omega/c} - \frac{L}{1 + R\Omega/c}$$

Dans la limite $R\Omega \ll c$, on peut procéder par développement limité

$$\delta = L \left(1 + \frac{R\Omega}{c}\right) - L \left(1 - \frac{R\Omega}{c}\right) = 2L \frac{R\Omega}{c},$$

d'où on déduit le déphasage

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \quad \text{soit} \quad \Delta\phi = \frac{4\pi L R\Omega}{\lambda c}.$$

3 Lorsque l'onde incidente se sépare, les ondes ① et ② ont chacune une intensité $I_0/2$. En « oubliant » les interférences, lorsque l'onde ① revient sur la séparatrice, seule la moitié de l'intensité est transmise, soit une intensité $I_0/4$, et de même pour l'onde ②. Ainsi, en écrivant la formule de Fresnel avec une intensité mono-voie de $I_0/4$ on obtient

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \Delta\phi) .$$

On constate que l'intensité I est une fonction paire de $\Delta\phi$, et donc de Ω : une rotation à la même vitesse dans un sens ou dans l'autre produit le même signal en sortie. Le sens de rotation n'est donc pas détectable aussi facilement.

4 L'idée du dispositif consiste à faire une correspondance entre l'intensité mesurée et la vitesse de rotation, via le déphasage. Au delà de la première annulation, en raison de la périodicité du cosinus, plusieurs vitesses de rotation produiraient le même signal. La vitesse de rotation maximale mesurable de la sorte est donc telle que

$$\Delta\phi = \pi \quad \text{soit} \quad \frac{4\pi L R \Omega_{\max}}{\lambda c} = \pi$$

ce qui donne

$$\Omega_{\max} = \frac{\lambda c}{4LR} .$$

Pour améliorer le dispositif du point de vue de la vitesse de rotation, on a donc intérêt à choisir une fibre de faible longueur et une bobine de faible rayon.

5 En dérivant la formule de Fresnel,

$$k = \frac{1}{I_0} \left| \frac{dI}{d\Delta\phi} \right| \times \frac{d\Delta\phi}{d\Omega} = \frac{1}{I_0} \left| -\frac{I_0}{2} \sin \Delta\phi \right| \times \frac{4\pi L R}{\lambda c}$$

ce qui donne

$$k = \frac{2\pi LR}{\lambda c} \sin \Delta\phi .$$

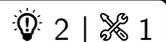
Pour l'améliorer, il faut au contraire choisir une bobine de grande taille et une fibre de grande longueur : ces exigences sont antagonistes à celles identifiées à la question précédente ! En outre, aux faibles vitesses de rotation, la sensibilité devient proportionnelle à Ω et tend donc à s'annuler :

$$k \sim \frac{2\pi LR}{\lambda c} \times \Delta\phi = 2 \left(\frac{2\pi LR}{\lambda c} \right)^2 \Omega$$

Ainsi, quelle que soit la géométrie retenue, le dispositif sera toujours intrinsèquement limité pour mesurer les faibles vitesses de rotation.

Interférences d'ondes planes

Exercice 7 : Interférences de deux ondes planes



- ▷ Phase d'une onde plane ;
- ▷ Allure des figures d'interférences.

1 La phase d'une onde plane en un point M vaut

$$\phi(M) = \vec{k} \cdot \vec{OM} + \varphi = \phi(O) + \vec{k} \cdot \vec{OM} .$$

Ainsi, le déphasage entre les deux ondes s'écrit

$$\Delta\varphi(M) = \phi_1(M) - \phi_2(M) = \phi_1(O) + \vec{k}_1 \cdot \vec{OM} - \phi_2(O) - \vec{k}_2 \cdot \vec{OM} \quad \text{d'où} \quad \Delta\varphi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{OM}$$

car par hypothèse les deux ondes sont en phase en O , donc $\phi_1(O) = \phi_2(O)$.

2 Par simple géométrie,

$$\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_y) \quad \text{et} \quad \vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_y) .$$

et ainsi

$$\vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha \vec{e}_y \quad \text{d'où} \quad \boxed{\Delta\varphi(M) = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha y.}$$

3 Si l'écran est placé dans un plan $y = \text{cte}$ alors le déphasage est identique en tout point de l'écran, donc **l'éclairement est uniforme**. Il peut être très lumineux si les interférences sont constructives ($\Delta\varphi = 2k\pi$) ou au contraire très sombre si les interférences sont destructives ($\Delta\varphi = \pi + 2k\pi$).

4 Lorsque l'écran est dans le plan $z = \text{cte}$, le déphasage est indépendant de x et linéaire en y . Les franges sont donc invariantes par translation selon \vec{e}_x : il s'agit de **bandes parallèles** à l'axe (Ox) de l'écran. L'interfrange i est défini tel que

$$\Delta\varphi(y+i) = \Delta\varphi(y) + 2\pi \quad \text{soit} \quad \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha (y+i) = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha y + 2\pi \quad \text{donc} \quad \frac{4\pi}{\lambda} \sin \alpha i = 2\pi.$$

d'où on déduit

$$\boxed{i = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} .}$$

L'interfrange est indépendant de y , c'est-à-dire que **les franges sont régulièrement espacées**.

Exercice 8 : Interférences créées par un prisme

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 2



- ▷ Lien entre modèle géométrique et modèle ondulatoire ;
- ▷ Phase d'une onde plane.

1 Un faisceau de rayons parallèles s'obtient en plaçant une source ponctuelle (éventuellement une lampe source derrière un trou de petit diamètre) au foyer d'une lentille convergente.

2 Appliquons la loi de la réfraction au point P de sortie du prisme,

$$n \sin \alpha = 1 \times \sin \alpha' \quad \text{soit} \quad \alpha' = n\alpha .$$

La déviation vaut donc

$$D = \alpha' - \alpha \quad \text{soit} \quad \boxed{D = (n - 1)\alpha .}$$

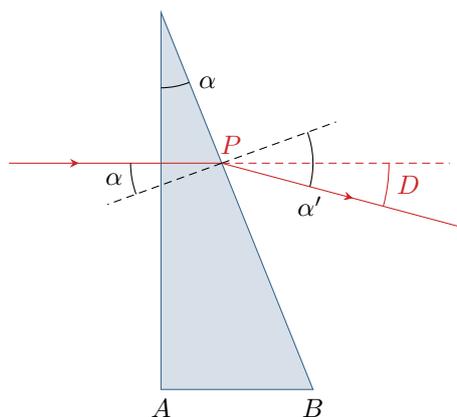


Figure 3 – Déviation des rayons par le prisme.

3 D'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde sont perpendiculaires aux rayons lumineux. Ainsi, un faisceau de rayons parallèles décrit une onde plane : c'est le cas du faisceau de rayons non déviés. Comme ils se propagent dans le vide, leur vecteur d'onde est donné par

$$\boxed{\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{e}_x .}$$

Les rayons déviés émergent tous du prisme avec le même angle, et restent donc parallèles les uns aux autres : c'est également une onde plane. En sortie du prisme, leur vecteur d'onde vaut

$$\vec{k}' = \frac{2\pi}{\lambda_0}(\cos D \vec{e}_x - \sin D \vec{e}_y) \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{e}_x - \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)\alpha \vec{e}_y$$

en utilisant l'hypothèse des petits angles valable sur α et donc également sur D .

4 De façon générale, la phase d'une onde plane en deux points M et M' quelconques s'écrit sous la forme

$$\phi(M) = \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM} + \varphi \quad \text{et} \quad \phi(M') = \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM'} + \varphi$$

soit entre deux points M et M' ,

$$\phi(M') = \phi(M) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{MM'}.$$

Posons $\overrightarrow{AB} = a \vec{e}_x$. Ainsi, la phase de l'onde non déviée au point B vaut

$$\phi(B) = \phi(A) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{k} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0}a$$

À l'intérieur du prisme, l'onde n'est pas encore déviée mais se trouve dans un milieu d'indice n . Son vecteur d'onde s'écrit donc

$$\vec{k}' = \frac{2\pi}{\lambda_0/n} \vec{e}_x = \frac{2n\pi}{\lambda_0} \vec{e}_x.$$

On en déduit

$$\phi'(B) = \phi(A) + \vec{k}' \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{2n\pi}{\lambda_0}a.$$

Ainsi,

$$\Delta\phi(B) = \phi'(B) - \phi(B) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)a.$$

Posons maintenant $\overrightarrow{BM} = b \vec{e}_x + y \vec{e}_y$. La phase de l'onde non déviée au point M s'écrit

$$\phi(M) = \phi(B) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{2\pi}{\lambda_0}a + \frac{2\pi}{\lambda_0}b \quad \text{soit} \quad \phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(a+b).$$

Pour l'onde déviée, il faut désormais utiliser l'expression de \vec{k}' discutée à la question 3, ce qui donne

$$\phi'(M) = \phi'(B) + \vec{k}' \cdot \overrightarrow{BM} = \frac{2n\pi}{\lambda_0}a + \frac{2\pi}{\lambda_0}b - \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)\alpha y \quad \text{soit} \quad \phi'(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(a+b) + \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)(a - \alpha y).$$

On peut alors en déduire le déphasage sous la forme

$$\Delta\phi(M) = \phi'(M) - \phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)(a - \alpha y).$$

5 Le déphasage varie linéairement avec l'ordonnée y du point de l'écran, on observe donc des **franges rectilignes régulièrement espacées** sur l'écran.

6 La mesure de l'interfrange peut permettre de remonter à l'angle α . En effet, l'interfrange est tel que

$$\Delta\phi(y+i) = \Delta\phi(y) + 2\pi \quad \text{soit} \quad -\frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)\alpha(y+i) = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)\alpha y - 2\pi$$

d'où on déduit

$$\frac{(n-1)\alpha}{\lambda_0}i = 1$$

et ainsi

$$\alpha = \frac{\lambda_0}{(n-1)i}.$$