



BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

Fiche résumé 12 – Électromagnétisme

Potentiel électrostatique

I - Une autre formulation de l'électrostatique

- **Définition du potentiel** : avec l'équation de Maxwell-Faraday,

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \quad \implies \quad \boxed{\vec{E} = -\operatorname{grad} V.}$$

- ▷ V est défini à une constante près \iff on peut imposer sa valeur en un point ;
- ▷ V est partout continu.

- **Circulation du champ électrostatique** :

$$\int_{\widehat{AB}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = V(A) - V(B)$$

- **Interprétation énergétique** : la force de Lorentz électrostatique dérive d'une énergie potentielle $E_{p,e} = qV$.
- **Équation de Poisson** : laplacien du potentiel.

$$\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{avec} \quad \Delta V = \operatorname{div}(\operatorname{grad} V) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

II - Lignes de champ et surfaces équipotentielles

- ▷ Les lignes de champ électrostatique sont orthogonales aux surfaces équipotentielles ;
- ▷ Le champ électrostatique est dirigé dans le sens des potentiels décroissants (\rightsquigarrow utile pour des tests de vraisemblance sur le sens du champ) ;
- ▷ Une ligne de champ électrostatique ne peut pas être fermée, elle part d'une charge positive et se termine sur une charge négative (\rightsquigarrow utile pour des tests de vraisemblance sur le sens du champ).
- ▷ Le potentiel est maximum au niveau des charges positives et minimum au niveau des charges négatives (\rightsquigarrow utile pour des tests de vraisemblance).
- ▷ Un resserrement des lignes de champ OU des équipotentielles indique une zone de champ intense.

III - Modélisation électrostatique d'un condensateur

- **Condensateur plan infini** : deux plans conducteurs infinis, séparés par un isolant, et chargés en surface avec une densité $\pm\sigma$.
- **Champ électrique créé par le condensateur** : raisonnement par superposition à partir du champ créé par un plan infini.

$$\|\vec{E}\| = \begin{cases} 0 & \text{à l'extérieur} \\ \sigma/\epsilon_0 & \text{à l'intérieur} \end{cases} \quad \text{dirigé de l'armature positive vers l'armature négative.}$$

- **Calcul de la capacité : démonstration « par la charge »**

$$Q = CU$$

Plan de la démonstration :

- ▷ Calcul du champ électrique par superposition ;
- ▷ Calcul du potentiel par intégration ;
- ▷ Expression de la tension entre les armatures en fonction de $Q = \sigma S$;
- ▷ Identification à la définition.

- **Calcul de la capacité : démonstration « par l'énergie »**

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}CU^2$$

Plan de la démonstration :

- ▷ Calcul de V en intégrant l'équation de Poisson et connaissant la tension U ;
 - ▷ Calcul du champ à partir de V avec le gradient ;
 - ▷ Calcul de l'énergie électrostatique totale stockée dans le condensateur par intégration sur tout le volume ;
 - ▷ Identification à la définition.
- **Capacité d'un condensateur plan :**

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$