BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

Chapitre 1 – Mécanique des fluides *Version prof*

Statique des fluides

Plan du cours

Au programme

Extrait du programme officiel : partie 1 « Thermodynamique et mécanique des fluides », bloc 1 « Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen ».

Le bloc 1 introduit sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Forces surfaciques, forces volumiques. Champ de pression.	Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $\mathrm{d}p/\mathrm{d}z = -\mu g$.	Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Comparer les variations de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Exprimer une résultante de forces de pression.

En **gras**, les points devant faire l'objet d'une approche expérimentale.

Au concours

▷ Écrit : jamais ces cinq dernières années.
▷ Oral : occasionnellement.

Un fluide est un milieu déformable, dont la description est de ce fait plus compliquée que celle d'un solide. Nous abordons dans ce premier cours la statique des fluide, le plus simple des cas compliqués.

I - Plusieurs descriptions d'un fluide

I.1 - Aux échelles macro et microscopique

- **Échelle macroscopique**

L'**échelle macroscopique** est l'échelle globale relative à l'ensemble du système, souvent l'échelle humaine. La matière est continue, mais ses propriétés (température, masse volumique, etc.) peuvent être inhomogènes.

À l'échelle macroscopique, un fluide est un milieu matériel capable de se déformer et de s'écouler jusqu'à adopter la forme du récipient qui le contient.

> ***Remarque culturelle :*** *Cette définition peut parfois poser quelques difficultés : le dentifrice, le sable, le célèbre mélange eau-maïzena sont-ils des fluides ? Ces matériaux qui présentent un comportement hybride entre solide et fluide sont parfois appelés fluides complexes.*

- **Échelle microscopique**

L'**échelle microscopique** est celle des atomes et des molécules : la matière est discontinue, c'est le monde de la mécanique quantique et de la physique statistique.

Longueurs caractéristiques : distance intermoléculaire typique
▷ dans un solide cristallin :
paramètre de maille $a \sim 10^{-9} - 10^{-10}\,\mathrm{m}$

Espace 1 ;

▷ dans un fluide : **libre parcours moyen** $\ell^\star$ qui correspond à la distance parcourue par une molécule entre deux collisions successives.
$\ell^\star_{\text{liq}} \sim 10^{-9}\,\mathrm{m}$ $\ell^\star_{\text{gaz}} \sim 10^{-7}\,\mathrm{m}$ à $300\,\mathrm{K}$.

Espace 2

À l'échelle microscopique, un fluide est caractérisé par des interactions intermoléculaires suffisamment faibles pour que les molécules se déplacent les unes par rapport aux autres.

> ***Remarque culturelle :*** *Plus précisémment, il faut comparer l'ordre de grandeur de l'énergie d'une liaison intermoléculaire à l'énergie d'agitation thermique k_BT (constante de Boltzmann $k_B = 1{,}4 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J \cdot K^{-1}}$).*

I.2 - À l'échelle mésoscopique : modèle de la particule fluide

- **Échelle mésoscopique**

On appelle **échelle mésoscopique** une échelle intermédiaire entre microscopique et macroscopique :
la longueur caractéristique est très faible devant la taille totale du système,
mais très grande devant la distance intermoléculaire.
À cette échelle, la matière est continue mais ses propriétés localement homogènes.

⇝ intérêt de l'échelle mésoscopique : étude des systèmes inhomogènes à l'échelle macroscopique, dont la température ou la pression varie en fonction du point d'observation.

Longueurs caractéristiques : fortement dépendantes du système étudié !
▷ modélisation des échanges thermiques dans le condenseur d'un frigo domestique : de l'ordre de quelques microns ;
▷ modélisation de la circulation atmosphérique à grande échelle pour l'étude du changement climatique : de l'ordre de la centaine de kilomètres.

On appelle **système mésoscopique** ou **infinitésimal** un système dont au moins une des trois dimensions est mésoscopiques.

> ***Exemple :*** *cylindre de rayon macroscopique mais de hauteur infinitésimale.*

- **Particule fluide**

On appelle **particule fluide** une portion de fluide
mésocopique dans les trois dimensions et de masse constante.

Espace 3

Attention ! Compte tenu de la définition, une particule fluide contient un très grand nombre de molécules.

Une particule fluide peut être immobile ou en mouvement (si le fluide s'écoule). Sa masse est constante, mais son volume peut varier : une particule fluide est caractérisée par un nombre de molécules, pas par des dimensions.

> ***Remarque :*** *Une particule de fluide est mésoscopique dans les trois dimensions de l'espace. Il sera souvent utile pour les calculs de raisonner sur des systèmes mésoscopiques en une dimension seulement et macroscopique dans les deux autres : de tels systèmes ne sont pas des particules de fluide.*

- **Notations mésoscopiques**

▷ Grandeurs **extensives** :
grandeurs physiques proportionnelles à la masse du système

Espace 4

⇝ les grandeurs extensives relatives à l'échelle mésoscopique sont notées par le symbole différentiel d, comme les dérivées ou les intégrales (ce qui n'est pas un hasard !) : la masse d'une particule fluide est par exemple notée dm.

▷ Grandeurs **intensives** :
grandeurs physiques indépendantes de la masse du système

Espace 5.

⇝ les grandeurs intensives peuvent être définies localement, elles sont notées comme des fonctions du point d'observation M, par exemple $T(M)$ ou $P(M)$.

> ***Exemples :***
> ▷ *Volume d'une particule fluide :*
> $$dV = d\tau = \frac{dm}{\rho(M)} = \frac{dm}{\mu(M)}$$

Espace 6

▷ *Équation d'état d'un gaz parfait appliquée à une particule de fluide :*
$P(M)\,d\tau = dn\,RT(M)$.

Espace 7

I.3 - Exemple de passage du mésoscopique au macroscopique

Exercice C1 : Masse d'air

Un modèle simple d'atmosphère à température constante, étudié dans la suite du cours, conduit à une évolution de la masse volumique avec l'altitude z selon

$$\rho(z) = \rho_0\,\mathrm{e}^{-z/\delta} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} \rho_0 = 1{,}3\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3} \\ \delta = 8\,\mathrm{km} \end{cases}$$

En supposant ce modèle valable pour tout $z > 0$, calculer la masse de la colonne d'air que vous portez sur vos épaules.

II - Actions mécaniques dans un fluide

II.1 - Classification des actions mécaniques

Les forces subies par un solide peuvent être classées en deux grandes catégories :

▷ les **forces à distance**, exercées par l'intermédiaire d'un champ :
poids, force de Lorentz ;

Espace 8

▷ les **forces de contact**, qui nécessitent que l'opérateur touche le système :

forces de frottement, réaction du support, ressort

Espace 9

En mécanique des particules fluides, cette classification prend une forme un peu différente, et on distingue plutôt :

▷ les **forces volumiques**, qui sont la résultante des forces à distance subies par chacune des molécules de la particule fluide ;

▷ les **forces surfaciques**, qui sont l'équivalent des forces de contact avec les particules fluides voisines ou avec les parois du récipient contenant le fluide.

II.2 - Exemple de force volumique : le poids

Force de pesanteur subie parune particule fluide de masse $\mathrm{d}m$ située en M :

$\mathrm{d}\vec{F}_{\text{pes}} = \mathrm{d}m\,\vec{g} = \rho(M)\,\mathrm{d}V\,\vec{g}$.

Espace 10

⇝ proportionnelle à la masse du système : de façon générale, une force volumique est une grandeur extensive.

> ***Remarque :*** *pour éviter toute confusion avec la pression, on évite traditionnellement la notation $\mathrm{d}\vec{P}$ pour le poids d'une particule fluide.*

On appelle **densité volumique de force** ou **force volumique**, notée $\vec{f}$,
le rapport entre la force $\mathrm{d}\vec{F}$ exercée sur une particule fluide et son volume $\mathrm{d}V$,

$$\mathrm{d}\vec{F} = \vec{f}\,\mathrm{d}V\,.$$

Densité volumique de force de pesanteur :

$\vec{f}_{\text{pes}}(M) = \rho(M)\,\vec{g}$.

Espace 11

⇝ indépendante de la masse du système et définie localement : de façon générale, une densité volumique de force est une grandeur intensive.

II.3 - Exemple de force surfacique : la force de pression

- **Actions mécaniques de contact dans un fluide**

La force exercée par une particule fluide à une interface (avec une autre particule fluide ou avec un solide) se décompose sur deux directions orthogonales, voir figure 1 :
- ▷ dans la direction normale à la surface, on parle de **force pressante**, ou force de pression ;
- ▷ dans la direction tangentielle à la surface, on parle de **force visqueuse**, ou force de viscosité.

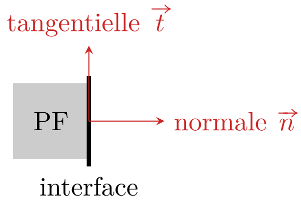
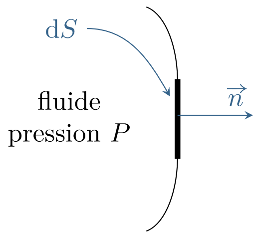


Figure 1 – Direction normale et tangentielle.

Les forces de viscosité seront abordées dans le prochain chapitre ... et pour cause : elles n'existent que si le fluide est en écoulement, et sont donc nulles dans un fluide au repos.



La force exercée par un fluide dans lequel règne une pression P sur un élément mésoscopique d'interface de surface $\mathrm{d}S$ centré en M est purement normale dans un fluide au repos et vaut

$$\mathrm{d}\vec{F}_P = P(M)\,\mathrm{d}S\,\vec{n}\,,$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal, dirigé du fluide vers l'extérieur.

> ***Remarque :*** *ce résultat constitue en fait la définition physique de la pression.*

Attention ! Le vecteur unitaire $\vec{n}$ est orienté *du fluide vers l'extérieur*. Qualitativement et de manière très générale, la force de pression exercée par une portion de fluide est toujours orientée dans le sens qui conduirait le fluide à s'étaler.

On constate que la force pressante est proportionnelle à la surface $\mathrm{d}S$ de l'interface considérée. Par analogie avec la définition d'une force volumique, on constate ainsi que la pression peut s'interpréter comme la **densité surfacique** de force pressante.

Attention ! Même si le vocabulaire se ressemble, il y a une distinction fondamentale entre poids et force pressante : la pesanteur est une force volumique (= s'applique dans tout le volume du fluide) alors que la force pressante est surfacique (= s'applique uniquement à l'interface).

- **Interprétation microscopique**

Les molécules d'un gaz ou d'un liquide sont en mouvement permanent sous l'effet de l'**agitation thermique**. La force pressante, définie aux échelles méso et macroscopique, s'interprète à l'échelle microscopique comme étant la résultante des forces dues aux collisions des molécules de fluide sur la paroi solide.

> ***Remarque :*** *On peut vite se rendre compte que cette image n'est qu'à moitié convaincante : la matière est supposée discrète pour le fluide (molécules) et continue pour le solide (paroi). Il est donc rapidement nécessaire de recourir à des modèles microscopiques plus précis mais plus complexes.*

- **Continuité de la pression**

La pression est toujours continue à l'interface entre deux fluides, qu'ils soient au repos ou en écoulement.

> ***Remarque culturelle :*** *Les phénomènes de tension de surface (ménisque, capillarité, etc.) font que cette propriété n'est en fait qu'une approximation.*

- **Unités de pression**

Travailler avec les unités de pression peut vite devenir assez laborieux. L'unité de pression dans le système international est le **pascal Pa**, évidemment en l'honneur de notre lycée :

$$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-2} = 1\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-2}\,.$$

Le pascal a l'inconvénient d'être une « petite unité » (1 Pa est une faible pression), on utilise couramment des unités dérivées, et notamment le **bar**, qui correspond à la pression atmosphérique :

$$\boxed{1\,\mathrm{bar} = 1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}\,.}$$

En effet, au niveau de la mer,

$$P_\mathrm{atm} = 1{,}013\,\mathrm{bar}\,.$$

D'autres unités du langage courant ou historique se rencontrent également.

> ***Complément culturel :***
> - *Les pressions peuvent être exprimées en atmosphère atm, c'est-à-dire en multiples de la pression atmosphérique ;*
> - *En météorologie, les pressions sont usuellement exprimées en hectopascal : 1 bar correspond à 1000 hPa.*
> - *Les premiers baromètres fonctionnaient par mesure du niveau de mercure dans un tube : l'unité historique de pression était donc le millimètre de mercure mmHg,*
>
> $$1\,\mathrm{mmHg} = 133\,\mathrm{Pa} \qquad \textit{soit} \qquad 1\,\mathrm{atm} = 760\,\mathrm{mmHg}\,.$$
>
> - *Dans l'industrie l'usage est parfois d'exprimer les pressions en kilogramme ou kilogramme-force ... mais cette unité est franchement maladroite du point de vue de la physique, puisqu'il s'agit en fait de kilogramme-force par cm*^{2}*. Comme* $1\,\mathrm{kgf} = 9{,}81\,\mathrm{N}$ *(poids d'une masse de 1 kg),*
>
> $$1\,\mathrm{kgf/cm}^2 = 0{,}981\,\mathrm{bar}\,.$$

III - Champ de pression dans un fluide au repos

III.1 - Relation de la statique des fluides dans le champ de pesanteur

III.2 - Exemple fondamental : pression hydrostatique dans un fluide incompressible

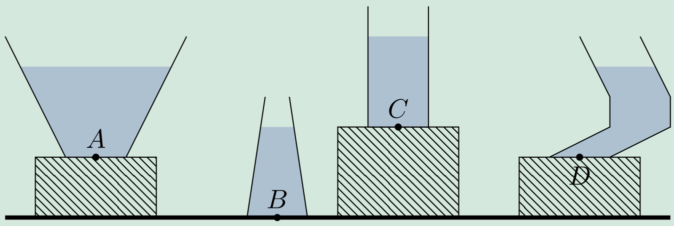
- **Évolution de la pression avec la profondeur**

  (au tableau)

- **Exemple d'illustration**

Exercice C2 : Applications de la loi de l'hydrostatique

1 - Comparer les pressions aux points A, B, C et D. Les récipients sont posés sur des supports de différentes hauteurs.



2 - Comparer les masses d'eau dans les quatre récipients ci-dessus et la force pressante exercée sur leur fond.

$\boxed{3}$ Même hauteur d'eau dans tous les récipients, donc même pression en chacun des points, la hauteur du support ne joue aucun rôle.

$\boxed{4}$ La masse est reliée au volume donc $m_A > m_C > m_D > m_B$ mais la force de pression subie par le fond ne dépend que de la surface, qui est la même donc toutes égales. Contrairement à l'intuition, le fond du récipient ne supporte pas toute la masse du fluide, les parois latérales en supportent aussi une partie.

Espace 12

- **Ordres de grandeur**

Masse volumique de l'eau : $\rho_0 = 1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

Espace 13

▷ Pression au fond de la Seine à Rouen (profondeur d'environ 9 m) :

$P = 1{,}9\,\mathrm{bar}$

Espace 14

▷ Pression au fond de la fosse des Mariannes (lieu le plus profond de l'océan, environ 10 km, au large des Philippines) :

$P = 1 \cdot 10^8\,\mathrm{bar} = 1000\,\mathrm{atm}$

Espace 15

Dans l'eau, la pression augmente d'un bar tous les dix mètres de profondeur.

Peut-on supposer la pression uniforme dans l'eau ?

Oui sur des distances de l'ordre de quelques dizaines de centimètres.

Espace 16

III.3 - Exemple fondamental : modèle de l'atmosphère isotherme

- **Profil de pression dans l'atmosphère isotherme**

  (au tableau)

- **Ordres de grandeur**

▷ Rapport des pressions entre le niveau de la mer et le sommet de l'Everest : $h \simeq 8848\,\mathrm{m}$, donc

$$\frac{P_\mathrm{Everest}}{P_\mathrm{mer}} = \frac{P_0\,\mathrm{e}^{-h/\delta}}{P_0} = 0{,}33\,.$$

▷ Rapport des pressions entre la salle de cours et la salle de TP :

$$\frac{P_\mathrm{TP}}{P_\mathrm{cours}} = \frac{P_0\,\mathrm{e}^{-z_\mathrm{TP}/\delta}}{P_0\,\mathrm{e}^{-z_\mathrm{cours}/\delta}} = \exp\left(-\frac{(z_\mathrm{TP} - z_\mathrm{cours})}{\delta}\right) = 0{,}9995$$

en prenant $z_\mathrm{TP} - z_\mathrm{cours} \simeq 4\,\mathrm{m}$.

La pression varie de manière bien plus importante dans un liquide que dans un gaz.

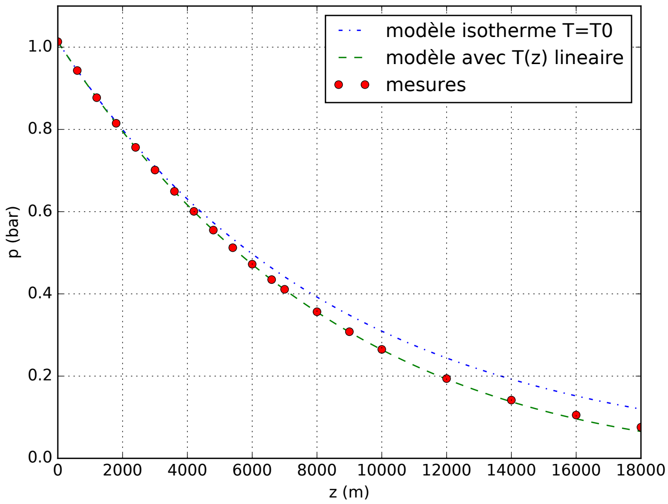
Peut-on supposer la pression uniforme dans l'air ?

Oui sur des distances très inférieures à δ, soit quelques centaines de mètres.

Espace 17

⇝ à échelle humaine, la pression atmosphérique peut toujours être supposée uniforme.

- **Pertinence du modèle**



Points rouges : mesures de pression dans l'atmosphère.

Courbe bleue : modèle isotherme à $T_0 = 273\,\mathrm{K}$.

Courbe verte : modèle à profil de température linéaire, aussi appelé modèle polytropique, qui postule une évolution de la forme $T = T_0(1 - \alpha z)$.

$\rightsquigarrow$ le modèle isotherme est qualitativement cohérent, mais peu précis numériquement au delà de quelques kilomètres d'altitude.

III.4 - Généralisation

On suppose désormais le fluide est soumis à d'autres actions mécaniques que la pesanteur : le champ de pression dépend a priori des trois variables cartésiennes d'espace. Ce cas général n'est pas explicitement au programme : les résultats ne sont donc pas à retenir, en revanche les raisonnements sont très proches du cas unidimensionnel à connaître et peuvent parfaitement faire l'objet d'un exercice.

Comme on cherche à établir une équation différentielle vérifiée par le champ de pression, on adopte une approche mésoscopique. On raisonne donc sur une particule fluide de côtés $\mathrm{d}x, \mathrm{d}y$ et $\mathrm{d}z$, centrée sur le point M de coordonnées (x, y, z), comme représenté figure 2. Cette particule fluide subit une force de pression sur chacune de ses faces, exercée par les particules fluides voisines.

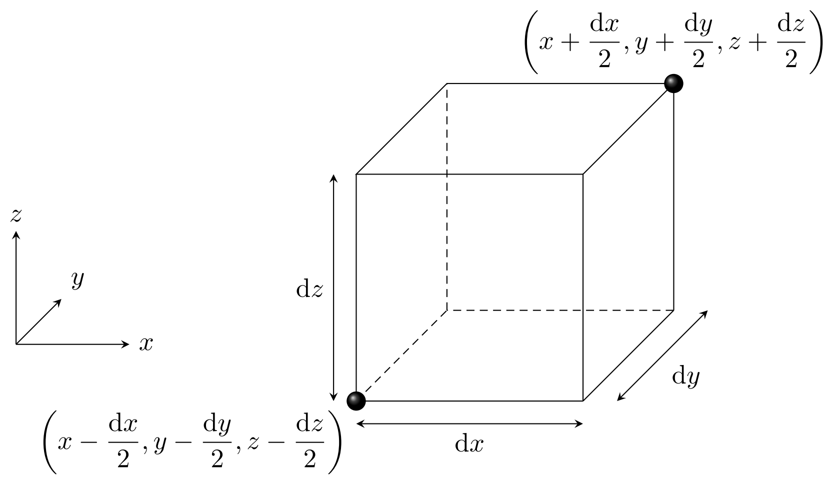


Figure 2 – Schéma de la particule fluide étudiée.

a) Équivalent volumique des forces de pression

Calculons la résultante des forces de pression subies par la particule fluide. Comme le calcul est identique dans les trois directions, on ne calcule explicitement que la composante z.

$$\mathrm{d}F_{P,z} = \underbrace{+P\left(x, y, z - \frac{\mathrm{d}z}{2}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}_{\text{face du bas}} \underbrace{-P\left(x, y, z + \frac{\mathrm{d}z}{2}\right)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}_{\text{face du haut}}$$

Espace 18

Comme $\mathrm{d}z$ est infinitésimal, on peut faire un développement limité en introduisant une **dérivée partielle**,

$$\mathrm{d}F_{P,z} = P(x,y,z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y - \frac{\mathrm{d}z}{2}\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{x,y}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y - P(x,y,z)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y - \frac{\mathrm{d}z}{2}\left.\frac{\partial P}{\partial z}\right|_{x,y}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

et en simplifiant

$$\mathrm{d}F_{P,z} = -\frac{\partial P}{\partial z}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = -\frac{\partial P}{\partial z}\,\mathrm{d}V\,.$$

Le même raisonnement s'applique aux autres composantes et conduit à

$$\mathrm{d}\vec{F}_P = -\left(\frac{\partial P}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial P}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial P}{\partial z}\vec{e}_z\right)\mathrm{d}V\,.$$

On appelle **gradient** l'opérateur qui à un champ scalaire f associe le champ vectoriel $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,f$, donné en coordonnées cartésiennes par

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z\,.$$

En un point M, $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,f$ est dirigé dans la direction et le sens où f augmente le plus, et sa norme est d'autant plus grande que les variations de f sont spatialement rapides.

Attention ! Dans les autres systèmes de coordonnées, l'expression du gradient en fonction des dérivées partielles n'est pas aussi simple : se reporter à la fiche outil sur l'analyse vectorielle.

Conclusion : on peut identifier un équivalent volumique des forces de pression.

La résultante des forces de pression subie par une particule fluide de volume $\mathrm{d}V$ s'écrit

$$\mathrm{d}\vec{F}_P = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P\,\mathrm{d}V\,.$$

La densité volumique de force est donc $\vec{f}_P = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P$.

b) Relation (générale) de la statique des fluides

- Système : particule fluide.
- Référentiel : terrestre, considéré galiléen.
- Bilan des forces : la particule fluide est soumise à
  - → son poids $\mathrm{d}\vec{F}_{\mathrm{pes}} = \rho\,\mathrm{d}V\,\vec{g}$;
  - → forces de pression $\mathrm{d}\vec{F}_P = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P\,\mathrm{d}V$;
  - → éventuellement d'autres forces $\mathrm{d}\vec{F}_i = \vec{f}_i\,\mathrm{d}V$ de densité volumique de force $\vec{f}_i$.
- Théorème de la résultante cinétique : la particule fluide est à l'équilibre, donc son accélération est nulle, et ainsi

$$\vec{0} = \rho\,\mathrm{d}V\,\vec{g} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P\,\mathrm{d}V + \sum_i \vec{f}_i\,\mathrm{d}V$$

En simplifiant par le volume $\mathrm{d}V$, on en déduit le résultat général

Relation de la statique des fluides :

En tout point M d'un fluide en équilibre,

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,P = \rho\vec{g} + \sum_i \vec{f}_i\,.$$

Cette équation a été établie par une approche locale (c'est-à-dire en un point M) sans rien supposer sur ce qui se passe ailleurs (obstacles, forme du récipient, conditions aux limites, etc.). Elle est donc toujours et partout valable.

Projeter la relation de la statique des fluides donne trois équations aux dérivées partielles sur le champ de pression, que l'on peut intégrer pour en déduire le champ de pression.

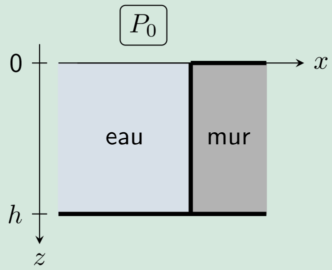
c) Retour sur le cas du champ de pesanteur seul

(au tableau)

IV - Résultante des forces de pression subies par un solide

IV.1 - Exemple : paroi plane soumise à la pression hydrostatique

Exercice C3 : Force pressante exercée sur le mur d'une piscine



On s'intéresse à un pan de mur vertical d'une piscine profonde de $h = 4\,\mathrm{m}$. Le pan de mur est large de $L = 10\,\mathrm{m}$ dans la direction (Oy).

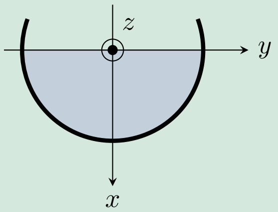
1 - Peut-on supposer la pression uniforme au sein de la piscine ?

2 - Calculer la force de pression subie par le mur en utilisant un découpage mésoscopique bien choisi.

3 - Reprendre le calcul par intégration directe de la force élémentaire.

IV.2 - Exemple : paroi cylindrique soumise à une pression constante

Exercice C4 : Force pressante exercée sur une gouttière



Considérons une gouttière cylindrique horizontale, de rayon R et de longueur L dans la direction (Oz) remplie d'eau jusqu'à mi-hauteur exactement. L'axe (Ox) est vertical descendant. La gouttière étant de petite dimension, on suppose que la pression dans l'eau y est uniformément égale à P_0.

1 - Quel est le système de coordonnées le mieux adapté à la situation ?

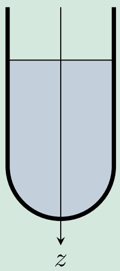
2 - Déterminer par symétrie la direction de la force pressante subie par la gouttière.

3 - Calculer cette force par découpage. Bien sûr, on ne calculera que la composante non-nulle.

4 - Calculer cette force par intégration directe c'est-à-dire en exprimant la surface élémentaire $\mathrm{d}S$.

IV.3 - Exemple : paroi hémisphérique soumise à une pression constante

Exercice C5 : Force pressante exercée sur le fond d'un tube à essais



Considérons un tube à essais de rayon R rempli d'eau. L'axe (Oz) est vertical descendant. Le tube étant de petite dimension, on suppose que la pression dans l'eau y est uniformément égale à P_0.

1 - Quel est le système de coordonnées le mieux adapté à la situation ?

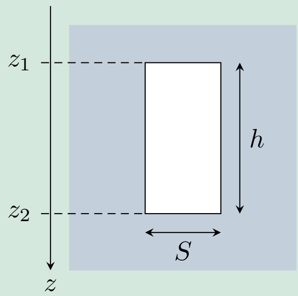
2 - Déterminer par symétrie la direction de la force pressante subie par le fond du tube.

3 - Calculer cette force par intégration en exprimant la surface élémentaire $\mathrm{d}S$.

Donnée : $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x \,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$.

IV.4 - Cas d'un solide totalement immergé : poussée d'Archimède

Exercice C6 : Vérification du théorème d'Archimède sur un exemple



Considérons le cylindre ci-contre, totalement immergé dans un liquide de masse volumique ρ_0. Calculer la résultante des forces de pression subies par le cylindre et comparer à la poussée d'Archimède.