



# Statique des fluides

BLAISE PASCAL  
PT 2021-2022

## I - Plusieurs descriptions d'un fluide

### • Échelles de description :

- ▷ Macroscopique : la matière est continue, les grandeurs intensives sont des champs pouvant dépendre de l'espace ;
- ▷ Microscopique : la matière est discontinue (molécules) ;
- ▷ Mésoscopique : la matière est continue mais les grandeurs intensives sont localement homogènes.

Passage du mésoscopique au macroscopique par sommation (= intégrale).

- **Particule fluide** : portion de fluide de masse constante mésoscopique dans les trois dimensions ( $\neq$  molécule!).

## II - Actions mécaniques dans les fluides

- **Forces volumiques** : résultante des forces à distance à l'échelle d'une PF (p.ex. poids).

$\rightsquigarrow$  densité volumique de force :  $d\vec{F}_{\text{pes}} = \rho dV \vec{g} \mapsto \vec{f}_{\text{pes}} = \rho \vec{g}$  (grandeur locale, intensive).

- **Forces surfaciques** : viscosité + pression = forces de contact entre PF.

### • La pression :

- ▷ Force pressante exercée par un fluide sur une surface  $dS$  :

$$d\vec{F}_P = P d\vec{S} = P dS \vec{n}$$

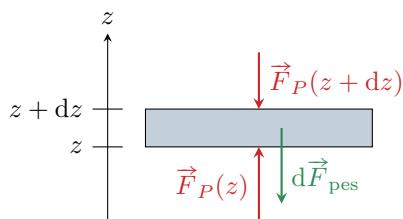
avec  $\vec{n}$  vecteur normal à la surface orienté dans le sens dans lequel le fluide s'étalerait.

- ▷ Unité : 1 bar =  $1 \cdot 10^5$  Pa

- ▷ Continuité de la pression aux interfaces entre fluides.

## III - Champ de pression dans un fluide au repos

- **Relation de la statique des fluides** :  $\frac{dP}{dz} = \pm \rho g$  (+ si axe vers le bas, - si vers le haut)



Points clés de la démonstration :

- ▷  $P$  ne dépend que de  $z$  donc système méso en  $z$  et macro en  $x, y$  : tranche de fluide ;
- ▷ TRC + projection :  $-\rho S dz g + P(z) S - P(z+dz) S = 0$  ;
- ▷ Développement limité :  $P(z+dz) \simeq P(z) + dz \frac{dP}{dz}$ .

- **Hydrostatique** : liquide incompressible  $\rho = \text{cte}$ .

$$P(z) = P_{\text{atm}} \pm \rho g(z - z_s) \iff |\Delta P| = \rho g |\Delta z| \iff P = P_{\text{atm}} + \rho g h \quad (h \text{ hauteur de liquide})$$

$\rightsquigarrow$  dans un même liquide, la pression est la même en tous les points à la même altitude, quelles que soient les CL et la géométrie (forme du récipient, présence d'air, etc.).

- **Atmosphère isotherme** : un gaz est compressible donc  $\rho \neq \text{cte}$  !

- ▷ Masse volumique d'un gaz parfait : dépend de la pression.

$$P \frac{V}{m} = \frac{n}{m} RT \rightsquigarrow \rho = \frac{MP}{RT}$$

- ▷ La RSF devient une équation différentielle du premier ordre :  $P$  est une exponentielle + distance caractéristique  $\delta$  + résolution avec condition limite en  $z = 0$ .

- **Équivalent volumique des forces de pression** : la résultante des forces de pression sur une PF équivaut à une force volumique

$$\vec{f}_P = -\overrightarrow{\text{grad}} P = -\left( \frac{\partial P}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{e}_z \right)$$

## IV - Résultante des forces de pression

- **Méthode générale** : intégrale de  $P dS \vec{n}$  sur toute la surface qui subit la force.
- **Expression de  $dS$**  : p.ex. exemple en cylindrique, surface de normale  $\vec{e}_r$ .

$$d\vec{M} = \cancel{dr} \vec{e}_r + \underbrace{r d\theta}_{\text{}} \vec{e}_\theta + \underbrace{dz}_{\text{}} \vec{e}_z \rightsquigarrow dS = r d\theta dz \quad (\text{ou bien } d\vec{S} = r d\theta dz \vec{e}_r)$$

- **Poussée d'Archimède** : résultante des forces de pression pour un solide totalement immergé dans un fluide.

$$\vec{\Pi}_A = -\rho_{\text{fl}} V_{\text{imm}} \vec{g}.$$