

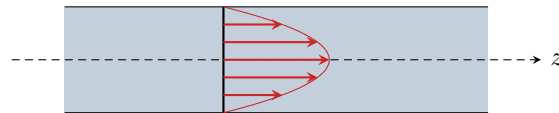


Description des écoulements

BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

I - Deux approches pour décrire un écoulement

- **Approche lagrangienne** : on suit le mouvement des particules fluides au cours du temps.
- **Approche eulérienne** : on se place en un point donné et on observe les PF qui y passent.
 ~> les grandeurs physiques sont des champs dépendant de l'espace et du temps.
- **Écoulement stationnaire** : les grandeurs eulériennes ne dépendent pas du temps.
- **Lignes de courant** : lignes de champ du champ des vitesses \simeq trajectoire des PF.
- **Profil de vitesse** : on se place sur une section donnée pour tracer quelques vecteurs vitesse.



II - Débits

- **Débit volumique** : volume qui traverse une section par unité de temps ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$).

▷ Cas général :

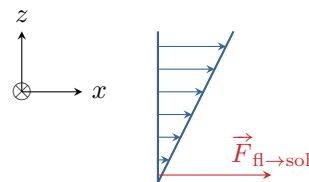
$$D_V = \iint_{\text{section}} \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

▷ Cas d'un écoulement parfait et/ou vitesse débitante (= vitesse moyenne) : $D_V = V S$.

- **Débit massique** : masse qui traverse une section par unité de temps ($\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$), $D_m = \rho D_V$ (si incompressible).
- **Conservation du débit** : le débit est le même au travers de toutes les sections de la conduite.
 ~> conséquence : resserrement de section \iff hausse de vitesse.

III - Viscosité

- **Force de viscosité** :



dérivée de la vitesse
perpendiculairement à la paroi

$$\|\vec{F}_{\text{visq}}\| = \eta \times \left[\frac{\partial v_x}{\partial z} \right] \times S$$

viscosité en Pa · s surface de contact

Sens de la force (et donc signe) : se détermine physiquement au cas par cas, les zones rapides entraînent les zones lentes et inversement.

- **Écoulement parfait** : effets de la viscosité négligeables.
 - ▷ ou bien $\eta = 0$ (fluide parfait) : n'existe pas ;
 - ▷ ou bien profil de vitesse uniforme : bonne approximation des écoulements turbulents en moyenne temporelle.
- **Vitesse d'un fluide au contact d'une paroi** :
 - ▷ égale à la vitesse de la paroi si écoulement visqueux ;
 - ▷ tangente à la paroi mais de norme quelconque si écoulement parfait.

IV - Quelques propriétés des écoulements stationnaires

- **Incompressible** : $\rho = \text{cte}$ ssi $\text{div } \vec{v} = 0$

$$\text{div } \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v}.$$

La divergence s'applique à un champ vectoriel et renvoie un champ scalaire. Ne pas confondre avec le gradient.

- **Tourbillonnaire** : $\text{rot } \vec{v} \neq \vec{0}$ (irrotationnel si $\text{rot } \vec{v} = \vec{0}$)

$$\text{rot } \vec{v} = \vec{\nabla} \wedge \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \end{bmatrix}.$$

Le rotationnel s'applique à un champ vectoriel et renvoie un champ vectoriel.

- **Nombre de Reynolds** :

$$\text{Re} = \frac{VD\rho}{\eta} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} V \text{ une vitesse caractéristique (vitesse débitante)} \\ D \text{ une longueur caractéristique (diamètre de la conduite)} \\ \rho \text{ la masse volumique du fluide} \\ \eta \text{ la viscosité dynamique du fluide} \end{cases}$$

Écoulement laminaire si $\text{Re} < 10^3$, turbulent si $\text{Re} > 10^4$, transition progressive entre les deux.

↪ quasiment tous les écoulements industriels sont turbulents \implies modélisation en moyenne temporelle par un profil de vitesse uniforme.

