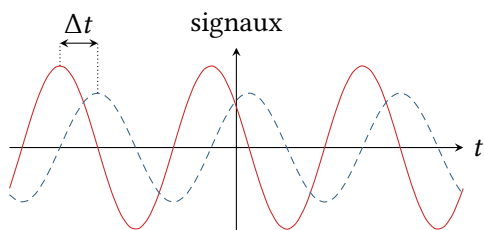


Résonance

I - Régime sinusoïdal forcé



- **Déphasage** d'un signal 2 par rapport à un signal 1 : $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.
 - en avance ($\Delta\varphi > 0$) ou en retard ($\Delta\varphi < 0$) de phase ;
 - en phase ($\Delta\varphi = 0$), en opposition de phase ($\Delta\varphi = \pi$) ou en quadrature de phase ($\Delta\varphi = \pm\pi/2$) ;
 - le signal en avance atteint son maximum en premier ;
 - décalage temporel : $|\Delta\varphi| = \omega \Delta t$.

- **Représentation complexe :**

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad \mapsto \quad \underline{u}(t) = U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

Retour à l'expression réelle :

$$u(t) = \operatorname{Re} \underline{u}(t) \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} U_m = |\underline{U}| \\ \varphi = \arg \underline{U} \end{cases}$$

- **Dérivation et intégration :**

$$\frac{du}{dt} \quad \mapsto \quad j\omega \underline{U} \quad \text{et} \quad \int u(t) dt \quad \mapsto \quad \frac{\underline{U}}{j\omega}.$$

Une équation différentielle est aussi vérifiée par les représentations complexes, et devient une équation algébrique.

II - Lois de l'électrocinétique en représentation complexe

- **Impédances complexes :** tout se passe comme si tous les dipôles étaient des résistances.

	Résistance	Condensateur	Bobine
Impédance complexe $\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$	$\underline{Z} = R$	$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$	$\underline{Z} = jL\omega$
Équivalent basse fréquence $\omega \rightarrow 0$	résistance	interrupteur ouvert	fil
Équivalent haute fréquence $\omega \rightarrow \infty$	résistance	fil	interrupteur ouvert

III - Étude d'un phénomène de résonance

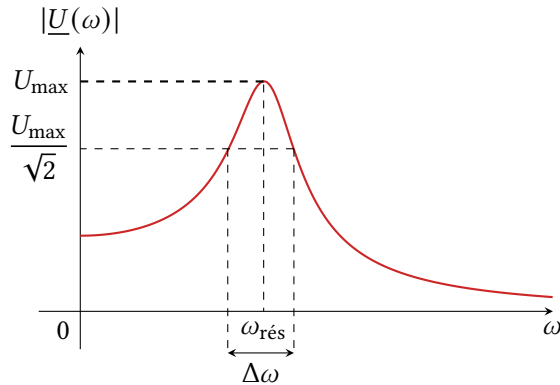
Peu (voire aucun) de résultats sont à connaître par cœur, tout sera toujours à retrouver dans un exercice.

- **Étude asymptotique :**
 - distinguer limite haute ou basse fréquence par comparaison à la pulsation propre ω_0 ;
 - recherche d'un équivalent en ne gardant que les termes dominants du numérateur et du dénominateur puis en simplifiant le tout ;
 - calcul du module et de l'argument **de l'équivalent** (et pas en toute généralité à ce stade !) ;
 - il peut être utile de multiplier (au moins dans sa tête) par la quantité conjuguée pour identifier l'argument.

• **Étude quantitative :**

- ▷ exprimer le module en toute généralité et chercher son maximum ... en raisonnant sur le minimum du dénominateur;
- ▷ la condition de minimisation peut être évidente;
- ▷ si elle ne l'est pas, l'écrire sous la forme $K/\sqrt{f(\omega/\omega_0)}$ et d'étudier la fonction f .

• **Tracé des courbes de résonance :** utiliser l'étude asymptotique + une valeur particulière en $\omega_{\text{rés}}$ ou ω_0 .



- **Bande passante :** intervalle de pulsations $\Delta\omega$ telles que

$$|U(\omega)| \geq \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Délimitée par les pulsations de coupure.

- **Acuité de la résonance :**

- ▷ $\Delta\omega$ petit : résonance aigüe ou étroite;
- ▷ $\Delta\omega$ grand : résonance large ou diffuse.

- **Deux types de résonance :** seules les trois premières lignes du tableau sont à connaître pour de vrai, les autres à savoir retrouver.

Exemple en électronique Exemple en mécanique	Résonance en intensité i Résonance en vitesse	Résonance en tension u_C Résonance en élongation
Existence	Toujours	Uniquement si $Q > 1/\sqrt{2}$
Pulsation de résonance	ω_0	$\omega_{\text{res}} \lesssim \omega_0$
Largeur de la résonance	$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$	$\Delta\omega \simeq \frac{\omega_0}{Q} \quad (Q \gg 1)$
Aspects notables à $\omega = \omega_{\text{res}}$ Aspects notables à $\omega = \omega_0$	Maximum d'amplitude, Forçage et réponse en phase	Maximum d'amplitude, Aucune relation de phase Forçage et réponse en quadrature, Rapport des amplitudes égal à Q
Courbe d'amplitude		
Courbe de phase		