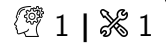


Ouverture vers la physique quantique

Exercice 1 : Longueur d'onde thermique



▸ Estimation d'ordres de grandeurs.

La vitesse quadratique moyenne $u = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ d'un gaz parfait est reliée à la température ($T = 293 \text{ K}$) par

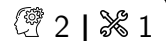
$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{3}{2}k_B T = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \quad \text{d'où} \quad u = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 510 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

La longueur d'onde de de Bröglie associée vaut donc

$$\lambda = \frac{h}{mu} = \frac{hN_A}{\sqrt{3MRT}} = 2,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}.$$

Or le libre parcours moyen ℓ^* (distance parcourue par une molécule entre deux collisions successives) est de l'ordre de 10^{-7} m à température ambiante. Puisque $\ell^* \gg \lambda$, le modèle de gaz classique suffit.

Exercice 2 : Aux origines du magnétisme



▸ Estimation d'ordres de grandeur ;
▸ Modèle de Bohr.

1 L'orbite suivie par l'électron peut être vue comme une spire de surface πr^2 parcourue par un courant $i = e/T$. En supposant la vitesse de l'électron portée par $+\vec{e}_\theta$, alors le sens réel du courant est opposé, donc le vecteur normal à la spire orienté par la règle de la main droite est $-\vec{e}_z$, d'où on déduit le moment magnétique de l'atome

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{T} \pi r^2 \vec{e}_z.$$

Or le moment cinétique par rapport au centre O s'écrit

$$\vec{L}_O = r \vec{e}_r \wedge mv \vec{e}_\theta = mr \frac{2\pi r}{T} \vec{e}_z$$

d'où on déduit

$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m} \vec{L}_O.$$

2 Dans le modèle de Bohr, on a en ordre de grandeur $L_O \sim \hbar$, donc

$$\mu_L \sim \frac{e}{2m} \hbar = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

Un échantillon de matière comptant typiquement 1 mol d'atomes, on en déduit l'ordre de grandeur du moment magnétique d'un aimant,

$$\mu \sim N_A \mu_L \sim 1 \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

La grandeur $e\hbar/2m$ est appelée magnéton de Bohr. C'est le moment magnétique orbital d'un atome d'hydrogène dans son état fondamental.

- 3 Pour qu'un moment magnétique macroscopique apparaisse, il faut que tous les moments magnétiques atomiques soient alignés dans le même sens. Cela dépend de la structure cristalline du matériau, mais reste relativement rare.

Exercice 3 : Expérience de Shimizu, Shimizu, et Takuma



- Interférences à une particule ;
- Longueur d'onde de de Bröglie.

- 1 Le caractère corpusculaire se manifeste **lors de la détection des atomes** : chaque atome produit un impact ponctuel, comme le ferait une particule classique. L'aspect ondulatoire se manifeste lui **dans la répartition des différents impacts sur l'écran**, qui forme une figure d'interférences caractéristique d'un phénomène ondulatoire.

L'atome de néon est en chute libre, ce qui impose qu'il se déplace vers le bas, mais se propage dans le dispositif comme une onde. En particulier, il passe « par les deux fentes à la fois », les deux ondes de matière issues des deux fentes interférant ensuite. Lorsque l'atome de néon arrive au niveau de l'écran, il est détecté en un seul point de l'écran comme le serait un point matériel. La probabilité de détecter l'atome en un point est donnée par l'aspect ondulatoire, et redonne en moyenne la figure d'interférences.

- 2 L'interfrange dans une expérience de fentes d'Young s'écrit

$$i = \frac{\lambda D}{a} \quad \text{donc} \quad \lambda = \frac{ia}{D}.$$

D'après les données de l'énoncé, $a = 6 \mu\text{m}$ et $D = 113 \text{ mm}$. On lit sur la figure 2 (sur *le bas* de la figure 2, la légende précisant que le dispositif est défectueux sur ce qui donne la partie haute) la valeur de l'interfrange $i = 0,2 \text{ mm}$. Finalement,

$$\lambda = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}.$$

- 3 La relation de de Bröglie permet de relier la longueur d'onde λ à la quantité de mouvement $p = mv$ par

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{soit} \quad v = \frac{h}{\lambda m}$$

En utilisant la masse molaire pour déterminer la masse d'un atome de néon, on trouve

$$v = \frac{hN_A}{\lambda M} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

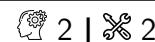
- 4 Déterminons la vitesse qu'atteint une particule en chute libre sur une hauteur h , en supposant sa vitesse initialement nulle. L'énergie mécanique se conservant,

$$E_m \underset{\substack{\uparrow \\ \text{initial}}}{=} 0 + mgh \underset{\substack{\uparrow \\ \text{final}}}{=} \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \text{d'où} \quad v = \sqrt{2gh}.$$

La chute libre se fait sur une hauteur $D + d \sim 200 \text{ mm}$, ce qui donne comme vitesse théorique de chute libre

$$v_{\text{th}} \sim 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ainsi, la longueur d'onde calculée s'interprète bien en raisonnant sur une particule en chute libre : c'est une autre signature de la dualité onde-corpuscule.

Exercice 4 : Effet Compton

▸ Quantité de mouvement et énergie d'un photon.

1 L'électron étant initialement au repos, sa quantité de mouvement est nulle, d'où

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e \quad \text{soit} \quad \vec{p}_e = \vec{p} - \vec{p}'$$

Par conséquent,

$$p_e^2 = (\vec{p} - \vec{p}') \cdot (\vec{p} - \vec{p}') \\ = p^2 + p'^2 - 2\vec{p} \cdot \vec{p}'$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} \cos \theta.$$

2 L'énergie de l'électron au repos est son énergie de masse mc^2 . La conservation de l'énergie s'écrit

$$mc^2 + \frac{hc}{\lambda} = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4} + \frac{hc}{\lambda'}$$

Ainsi,

$$p_e^2 c^2 + m^2 c^4 = \left[mc^2 + hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \right]^2$$

soit

$$p_e^2 = h^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right)^2 + 2mhc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right).$$

3 Par identification,

$$\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} \cos \theta = h^2 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)^2 + 2mhc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)$$

ce qui conduit à

$$\cancel{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2} + \cancel{\left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} \cos \theta = \cancel{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2} + \cancel{\left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2} - \frac{2h^2}{\lambda\lambda'} + 2mhc \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda\lambda'}$$

qui se simplifie en

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta).$$

Exercice 5 : Effet photoélectrique

exemple officiel Centrale | 3 | 1



▸ Effet photoélectrique ;
▸ Lois de l'électrocinétique ;
▸ Conservation de l'énergie mécanique.

1 Un rayonnement électromagnétique est capable d'arracher des électrons à un métal uniquement si sa fréquence est supérieure à une valeur seuil f_0 , telle que $hf_0 = \Phi$, où Φ est le travail d'extraction du métal. Einstein en a proposé une interprétation en 1905.

2 Si $x = 0$ alors tout se passe comme si le côté gauche de la résistance « n'existait pas » donc $V = -E$, et réciproquement si $x = 1$ alors c'est le côté droit qui n'existe pas et $V = +E$.

Notons $R_0 \gg R$ la résistance de l'ampoule, i_1 le courant traversant la résistance xR et i_2 celui traversant $(1-x)R$. D'après la loi des nœuds appliquée en N ,

$$I = i_1 + i_2$$

$$\frac{V}{R_0} = \frac{-E - V}{xR} + \frac{E - V}{(1-x)R}$$

$$\left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{xR} + \frac{1}{(1-x)R} \right) V = \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{x} \right) \frac{E}{R}$$

Or par hypothèse $R_0 \gg R$, ce qui assure que l'un des deux termes du membre de gauche (si ce n'est les deux !) sera toujours très supérieur à $1/R_0$ et permet de négliger ce terme. Ainsi,

$$\frac{1}{x(1-x)} \frac{V}{R} = \frac{2x-1}{x(1-x)} \frac{E}{R}$$

$$\boxed{V = (2x-1)E}$$

On vérifie évidemment la cohérence du résultat avec l'analyse qualitative.

3 Si le phénomène pouvait être décrit par des lois ondulatoires, alors plus la puissance incidente serait élevée, plus il devrait y avoir d'électrons arrachés au métal et donc un courant élevé dans le dispositif.

4 Si le phénomène pouvait être décrit par des lois ondulatoires, alors plus la puissance incidente serait élevée, plus les électrons arrachés au métal auraient une énergie cinétique élevée. Imposer un potentiel V entre le métal et le collecteur pourrait les freiner, mais ne devrait pas les empêcher d'atteindre le collecteur pour peu que la puissance lumineuse soit suffisante.

5.a Cette relation traduit la conservation de l'énergie lorsqu'un électron est arraché du métal *sans perte d'énergie* : hf correspond à l'énergie du photon incidente, récupérée par l'électron. Sortir du métal coûte une énergie Φ , et il conserve le restant sous forme d'énergie cinétique. L'électron arraché au métal peut avoir une énergie cinétique inférieure à K_{\max} s'il cède de l'énergie après avoir absorbé le photon, par exemple par collision avec le réseau cristallin du métal. De plus, tous les électrons du métal n'ont pas nécessairement la même énergie initiale, et en raison d'impuretés à la surface le travail d'extraction n'est pas identique en tout point.

5.b Lorsque la fréquence du rayonnement est égale à la valeur seuil f_0 , un électron peut être arraché au métal mais en sort avec une énergie cinétique nulle. Le bilan d'énergie devient

$$hf_0 = \cancel{K_{\max}} + \Phi \quad \text{soit} \quad \Phi = hf_0.$$

L'ampoule étant vide, il y a conservation de l'énergie mécanique de l'électron entre le métal d'où il est arraché (potentiel nul) et le collecteur (potentiel V). En se plaçant au potentiel d'arrêt, l'électron atteint le collecteur avec une vitesse nulle, ainsi

$$E_m \underset{\substack{\uparrow \\ \text{métal}}}{=} K_{\max} - e \times 0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{collecteur}}}{=} 0 - eV_{\text{arrêt}} \quad \text{d'où} \quad K_{\max} = eV_{\text{arrêt}}.$$

Finalement, en se ramenant à une expression coïncidant avec les axes de la figure 2,

$$\boxed{V_{\text{arrêt}} = \frac{h}{e}(f - f_0)}.$$

6 En exploitant la figure 2,

$$\frac{h}{e} = 4 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{Hz}^{-1} \quad \text{d'où} \quad \boxed{h = 6,5 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}.$$

La proximité avec la valeur tabulée $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ confirme l'interprétation.