

# Premier principe

## Analyse de corrigé

### Exercice 1 : Explosion dans un piston



- Gaz parfait ;
- Diagramme de Watt ;
- Loi de Laplace.

### Correction des questions d'analyse du corrigé

**Question d'analyse 1** - Phase ① : isochore  $V = \text{cte}$  donc verticale. Phase ② : adiabatique réversible, donc d'après la loi de Laplace  $P = \text{cte}/V^\gamma$ . Phase ③ : isobare  $P = \text{cte}$  donc horizontale.

**Question d'analyse 2** - On a deux inconnues  $T_1$  et  $P_1$ , et il n'y a pas de condition d'équilibre thermique ou mécanique entre le système et l'environnement. L'équation d'état donne une relation, mais il en faut une deuxième !

**Question d'analyse 3** - Non : la transformation est bien monobare, mais le système n'est à l'équilibre mécanique avec son environnement ni dans l'état initial ni dans l'état final.

**Question d'analyse 4** - La transformation est isochore.

**Question d'analyse 5** - L'énoncé dit que le piston est repoussé « brutalement », c'est donc que la transformation est rapide.

**Question d'analyse 6** - La relation est écrite entre l'état initial de la phase ②  $P_1, V_1 = V_0$  et l'état final de cette phase  $P_2 = P_0, V_2$ .

**Question d'analyse 7** - Oui, mais ce n'est pas pratique car il aurait fallu calculer le travail des forces pressantes. La loi de Laplace donne le résultat bien plus facilement.

**Question d'analyse 8** - La phase ③ est une transformation monobare et, cette fois, le gaz est en équilibre mécanique avec son environnement dans l'état initial et dans l'état final (et même tout au long de la transformation!).

**Question d'analyse 9** - Oui, mais il aurait fallu calculer le travail des forces pressantes ... ce qui n'est pas très compliqué ici car la transformation est isobare.

**Question d'analyse 10** - L'énergie ne peut pas disparaître ☺ Le gaz retrouvant son état initial à l'issue de la transformation, il ne peut pas l'avoir gardée. Cette énergie supplémentaire a elle aussi été restituée à l'environnement, mais sous forme de travail au cours de la phase ②.

## Transformations finies

### Exercice 2 : Comparaison entre transformations



- Gaz parfait ;
- Travail des forces de pression.

**1** La transformation étant brusque, on peut raisonnablement penser que les échanges thermiques n'ont pas le temps de se faire : **une modélisation adiabatique est la plus pertinente. On ne peut donc rien dire du tout a priori sur la température dans le système.**

2 Le système (thermodynamique) considéré est le gaz parfait contenu dans l'enceinte. Au cours de la transformation  $I \rightarrow 1$ , il reçoit un travail  $W_{I \rightarrow 1}$  de la part du piston mais aucun transfert thermique car la transformation est adiabatique,

$$Q_{I \rightarrow 1} = 0.$$

La transformation qu'il subit est monobare : tout au long de cette transformation, la pression extérieure apparente est celle exercée par le piston sur le gaz qui est constante (la masse  $M$  est déposée en bloc). Ainsi,

$$P_{\text{app}} = P_0 + \frac{Mg}{S} \quad \text{d'où} \quad W_{I \rightarrow 1} = -P_{\text{app}} \Delta V \quad \text{soit} \quad W_{I \rightarrow 1} = - \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_1 - V_0).$$

Comme le gaz est parfait, son énergie interne varie de

$$\Delta U_{I \rightarrow 1} = C_V \Delta T \quad \text{soit} \quad \Delta U_{I \rightarrow 1} = \frac{5}{2} nR(T_1 - T_0).$$

D'après le premier principe appliqué au système pendant la transformation  $I \rightarrow 1$ ,

$$\Delta U_{I \rightarrow 1} = W_{I \rightarrow 1} \quad \text{donc} \quad \frac{5}{2} nR(T_1 - T_0) = - \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_1 - V_0)$$

3 Dans l'état 1, l'équilibre mécanique est atteint mais pas l'équilibre thermique. Le piston est soumis aux deux forces de pression et au poids de la masse  $M$ . En introduisant un axe  $z$  orienté vers le haut, son équilibre se traduit par

$$P_1 S \vec{e}_z - P_0 S \vec{e}_z - Mg \vec{e}_z = \vec{0} \quad \text{d'où} \quad P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}$$

Pour déterminer la température  $T_1$ , on peut remplacer les volumes par  $V_i = nRT_i/P_i$  dans l'expression du premier principe. On trouve alors

$$\frac{5}{2} nR(T_1 - T_0) = -nRP_1 \left( \frac{T_1}{P_1} - \frac{T_0}{P_0} \right) \quad \text{d'où} \quad T_1 = \frac{2}{7} \left( \frac{5}{2} + \frac{P_1}{P_0} \right) T_0$$

En reprenant l'expression de  $P_1$ , il vient enfin

$$T_1 = \frac{2}{7} \left( \frac{5}{2} + 1 + \frac{Mg}{SP_0} \right) T_0 \quad \text{soit} \quad T_1 = \left( 1 + \frac{2Mg}{7SP_0} \right) T_0.$$

Le volume  $V_1$  se déduit ensuite de la loi des gaz parfaits.

4 Les transferts thermiques entre le gaz contenu dans l'enceinte et l'extérieur au travers de la paroi de l'enceinte, sont responsables de cette transformation.

5 Dans l'état final, l'équilibre est complètement atteint. La condition d'équilibre thermique donne

$$T_2 = T_0.$$

Du point de vue de l'équilibre mécanique, rien n'a changé au cours de la transformation  $1 \rightarrow 2$ , donc

$$P_2 = P_1 = P_0 + \frac{Mg}{S}.$$

Enfin, le volume  $V_2$  s'en déduit par la loi des gaz parfaits.

6 Le travail des forces de pression au cours de  $1 \rightarrow 2$  se calcule comme précédemment,

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_1),$$

ainsi que la variation d'énergie interne qui se déduit d'une propriété de gaz parfait,

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = \frac{5}{2} nR(T_2 - T_1).$$

Le transfert thermique reçu s'obtient alors par

$$\begin{aligned} Q_{1 \rightarrow 2} &= \Delta U_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} \\ &= \frac{5}{2} nR(T_2 - T_1) + \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_1) \\ &= \frac{5}{2} nR(T_0 - T_1) + \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_1) \\ &= -W_{I \rightarrow 1} + \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_1) \\ &= \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_0) \end{aligned}$$

Finalement, le travail total et le transfert thermique total reçus au cours de la transformation brusque valent

$$W_{\text{tot}} = W_{I \rightarrow 1} + W_{1 \rightarrow 2} = - \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_0) \quad \text{et} \quad Q_{\text{tot}} = 0 + Q_{1 \rightarrow 2} = \left( P_0 + \frac{Mg}{S} \right) (V_2 - V_0)$$

On remarque alors évidemment que  $W_{\text{tot}} + Q_{\text{tot}} = 0$ , ce qui s'explique par le fait que dans l'état initial  $I$  et dans l'état final  $2$  le gaz est en équilibre thermique avec l'extérieur à la température  $T_0$ . Comme l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température, il est logique de trouver

$$W_{\text{tot}} + Q_{\text{tot}} = \Delta U_{\text{tot}} = 0.$$

**7** La transformation est **quasi-statique**. On peut supposer qu'elle laisse largement le temps aux échanges thermiques d'avoir lieu, si bien que l'équilibre thermique est atteint à tout instant. Par conséquent, on peut considérer la transformation **isotherme** : tout au long de la transformation,  $T = T_0$ .

**8** Dans l'état final  $F$ , la masse placée sur le piston est exactement la même que dans le cas précédent. On en déduit

$$P_F = P_2 = P_0 + \frac{Mg}{S}$$

et comme par ailleurs  $T_F = T_0 = T_2$  la loi des gaz parfaits donne  $V_F = V_2$ . Ainsi, **l'état final  $F$  de la transformation quasi-statique et le même que l'état final  $2$  de la transformation brusque**. Cela n'a rien d'étonnant : l'équilibre mécanique et thermique est établi dans les deux états  $2$  et  $F$ , et les contraintes imposées au système de l'extérieur (masse  $M$  sur le piston, pression extérieure  $P_0$  et température  $T_0$ ) sont les mêmes. Lorsque l'équilibre est atteint, les mêmes contraintes extérieures conduisent au même état final, quel que soit les détails de la transformation amenant le système dans cet état.

**9** Comme la transformation est quasi-statique, à tout instant la pression  $P$  dans le gaz est égale à la pression  $P_{\text{ext}}$  imposée par le piston. Ainsi, le travail des forces de pression vaut

$$W = \int_{IF} -P_{\text{ext}} dV = - \int_{IF} P dV \underset{\substack{\uparrow \\ \text{iso-T}}}{=} -nRT_0 \int_{V_0}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

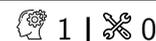
ce qui donne finalement

$$W = -nRT_0 \ln \frac{V_2}{V_0}$$

Par ailleurs, comme le système est constitué d'un gaz parfait, la variation d'énergie interne au cours de la transformation est nulle : l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de  $T$  et la transformation est isotherme. Enfin, le transfert thermique reçu par le gaz au cours de la transformation  $I \rightarrow F$  se déduit du premier principe,

$$\Delta U \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} W + Q \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP+iso-T}}}{=} 0 \quad \text{donc} \quad Q = -W \quad \text{soit} \quad Q = nRT_0 \ln \frac{V_2}{V_0}$$

On voit ainsi que les deux transformations ont les mêmes états initial et final, donc la même variation d'énergie interne, alors que les échanges d'énergie ne sont pas les mêmes.

**Exercice 3 : Capacité thermique massique du cuivre**

- ▷ Phase condensée idéale ;
- ▷ Calorimétrie.

Le système considéré est constitué du calorimètre, de l'eau qu'il contient et du barreau de cuivre. La transformation dans le calorimètre peut être considérée comme adiabatique, et comme il n'y a pas de travail indiqué fourni au système, le premier principe donne

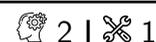
$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} Q + W_i = 0.$$

Par additivité de l'enthalpie, la variation totale d'enthalpie est la somme de celles de l'eau, du calorimètre et du métal. Comme il s'agit de phases condensées changeant de température, on a

$$\Delta H \underset{\substack{\uparrow \\ \text{additivité}}}{=} \Delta H_{\text{eau}} + \Delta H_{\text{calo}} + \Delta H_{\text{Cu}} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ph.cond.}}}{=} m_{\text{eau}} c_{\text{eau}} (T_F - T_{\text{eau}}) + \mu c_{\text{eau}} (T_F - T_{\text{eau}}) + m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} (T_F - T_{\text{Cu}})$$

en décrivant le calorimètre par sa valeur en eau  $\mu$ . Finalement,

$$c_{\text{Cu}} = \frac{(m_{\text{eau}} + \mu) c_{\text{eau}} (T_{\text{eau}} - T_F)}{m_{\text{Cu}} (T_F - T_{\text{Cu}})} = 9,8 \cdot 10^2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

**Exercice 4 : Échauffement des freins d'un véhicule**

- ▷ Phase condensée idéale ;
- ▷ Prise en compte de l'énergie mécanique.

Raisonnons sur le système constitué de la voiture « entière », incluant les freins. La seule action mécanique intervenant dans le problème est interne au système, qui n'échange ni travail ni transfert thermique avec son environnement. En notant  $m$  la masse d'un disque de frein, le bilan d'énergie totale au cours de la transformation s'écrit

$$\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p \underset{\substack{\uparrow \\ \text{transf}}}{=} 4m c \Delta T + \left( 0 - \frac{1}{2} MV^2 \right) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0.$$

On en déduit

$$\Delta T = \frac{MV^2}{8m c} = \frac{MV^2}{8 \pi R^2 e \rho c} = 43 \text{ }^\circ\text{C}$$

en prenant garde à convertir  $V = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Exercice 5 : Transformation affine dans le diagramme de Watt**

- ▷ Gaz parfait ;
- ▷ Diagramme de Watt ;
- ▷ Travail des forces de pression.

1 D'après l'équation d'état des gaz parfaits, on a  $T_I = T_F = T_0$ .

2 Les isothermes dans le diagramme de Watt sont des hyperboles, puisque

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{\text{cte}}{V}.$$

Une droite n'étant pas une hyperbole, la transformation n'est pas isotherme. Plus les isothermes sont hautes dans le diagramme de Watt, plus la température associée est élevée (facile à voir en raisonnant à  $V$  fixé) : on déduit graphiquement de la température passe par un maximum au cours de l'expérience, la température maximale correspondant à celle de l'isotherme tangente à la courbe représentant la transformation, comme schématisé figure 1.

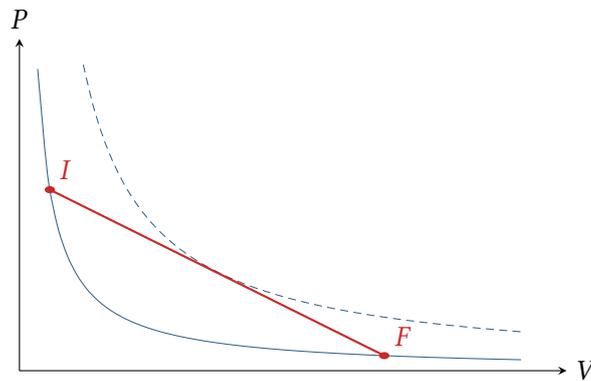


Figure 1 – Représentation de la transformation dans le diagramme de Watt.

3 La courbe de la transformation est une droite, donc l'équation s'écrit

$$P = \alpha V + \beta$$

avec

$$\begin{cases} P_0 = \alpha V_0 + \beta \\ P_0/k = \alpha kV_0 + \beta \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} \alpha = -\frac{P_0}{kV_0} \\ \beta = \frac{1+k}{k}P_0 \end{cases}$$

soit finalement

$$P = -\frac{P_0}{k} \frac{V}{V_0} + \frac{1+k}{k} P_0$$

4 La transformation étant mécaniquement réversible,

$$\begin{aligned} W_P &= - \int_{V_I}^{V_F} P(V) dV \\ &= - \int_{V_I}^{V_F} (\alpha V + \beta) dV \\ &= - \left[ \alpha \frac{V^2}{2} + \beta V \right]_{V_I}^{V_F} \\ &= -\frac{\alpha}{2} (V_F^2 - V_I^2) - \beta (V_F - V_I) \\ &= +\frac{P_0}{2kV_0} (k^2 - 1)V_0^2 - \frac{1+k}{k} P_0 (k-1)V_0 \\ &= \frac{(k-1)(k+1)}{2k} P_0 V_0 - \frac{(k+1)(k-1)}{k} P_0 V_0 \\ W_P &= -\frac{(k+1)(k-1)}{2k} P_0 V_0. \end{aligned}$$

Le travail des forces pressantes est négatif, ce qui est logique car il s'agit d'une détente. Le bilan d'énergie de la transformation s'écrit

$$\Delta U \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er}}}{=} W_P + Q \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} C_V \Delta T = 0 \quad \text{d'où} \quad Q = -W_P \neq 0.$$

La transformation ne peut donc **pas être isotherme**.

5 La température  $T_{\max}$  est celle pour laquelle l'isotherme associée n'a qu'un seul point d'intersection avec la courbe représentant la transformation. Les points d'intersection d'une isotherme avec la courbe de la transformation vérifient

$$\alpha V + \beta = \frac{nRT}{V} \quad \text{soit} \quad \alpha V^2 + \beta V - nRT = 0.$$

La température  $T_{\max}$  est celle pour laquelle cette équation d'inconnue  $V$  n'admet qu'une seule solution, c'est-à-dire pour laquelle le discriminant est nul, soit

$$\beta^2 + 4 \times \alpha \times nRT_{\max} = 0 \quad \text{d'où} \quad T_{\max} = -\frac{\beta^2}{4\alpha nR}.$$

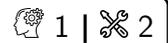
En reprenant les expressions de  $\beta$  et  $\alpha$ , on trouve

$$T_{\max} = \frac{(1+k)^2 P_0^{\frac{1}{k}}}{k^{\frac{1}{k}} \times \frac{P_0}{kV_0} \times nR} = \frac{(1+k)^2 P_0 V_0}{k nR}$$

ce qui donne finalement

$$T_{\max} = \frac{(1+k)^2}{k} T_0 > T_0.$$

## Exercice 6 : Transformation polytropique



- Gaz parfait ;
- Travail des forces de pression ;
- Loi de Laplace.

- 1** ▸  $k = 0$  donne  $P = \text{cte}$  : transformation isobare ;  
 ▸  $k = 1$  donne  $PV = nRT = \text{cte}$  c'est-à-dire  $T = \text{cte}$  car le système est fermé : transformation isotherme ;  
 ▸  $k = \gamma$  donne la loi de Laplace, valable pour une transformation adiabatique réversible ;  
 ▸  $k = +\infty$  donne  $V = \text{cte}$  (si  $V$  n'est pas constant, une infime variation de volume a des effets infinis et la constante ne peut plus être gardée constante ... on peut aussi raisonner en passant au ln), c'est-à-dire une isotherme.

**2** Par définition, on a tout au long de la transformation  $PV^k = P_0 V_0^k$  donc  $P = P_0 (V_0/V)^k$ . En supposant la transformation mécaniquement réversible,  $P = P_{\text{ext}}$ , et le travail reçu entre  $E_0$  et  $E_1$  vaut donc

$$W = - \int_{E_0 E_1} P dV = - \int_{E_0 E_1} P_0 \left( \frac{V_0}{V} \right)^k dV = -P_0 V_0^k \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V^k} = -P_0 V_0^k \frac{V_1^{1-k} - V_0^{1-k}}{1-k}$$

ce qui donne finalement en utilisant la propriété polytropique ( $P_0 V_0^k = P_1 V_1^k$ ) puis de gaz parfait

$$W = \frac{1}{k-1} (P_1 V_1 - P_0 V_0) = \frac{nR}{k-1} (T_1 - T_0).$$

**3** Le bilan d'énergie s'écrit

$$\Delta U \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} W + Q \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} C_V \Delta T \quad \text{d'où} \quad Q = C_V \Delta T - \frac{nR}{k-1} \Delta T,$$

ce qui donne le résultat voulu en remplaçant  $C_V$ ,

$$Q = nR \left( \frac{1}{\gamma-1} - \frac{1}{k-1} \right) \Delta T.$$

**4** Pour  $k = 0$ , on a identifié une transformation isobare. On a dans ce cas

$$Q = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} \Delta T = C_P \Delta T$$

ce qui permet d'identifier avec le premier principe en enthalpie,

$$\Delta H = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{W_{\neq p}} + Q = C_P \Delta T$$

ce qui donne bien la relation connue pour un gaz parfait.

Pour  $k = 1$ , on a identifié une transformation isotherme. L'expression obtenue pour  $Q$  donne alors une forme indéterminée mathématiquement ( $k - 1 = 0$  et  $\Delta T = 0$ ), ce qui signifie que le système peut échanger n'importe quel transfert thermique sans que cela ne change sa température : c'est donc bien cohérent.

On peut aussi renverser l'expression et isoler  $\Delta T$ , on voit alors que  $\Delta T = 0$  quel que soit le transfert thermique  $Q$ .

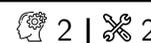
Pour  $k = \gamma$ , on trouve  $Q = 0$  : la transformation est adiabatique, ce qui est cohérent avec les hypothèses d'application de la loi de Laplace.

Pour  $k \rightarrow \infty$ , on a identifié une transformation isochore. On trouve dans ce cas

$$Q = C_V \Delta T \quad \text{d'où} \quad \Delta U = C_V \Delta T$$

ce qui est bien la relation connue pour un gaz parfait.

## Exercice 7 : Détente de Joule Gay-Lussac



► Autre équation d'état.

Schéma de principe de la transformation figure 2.

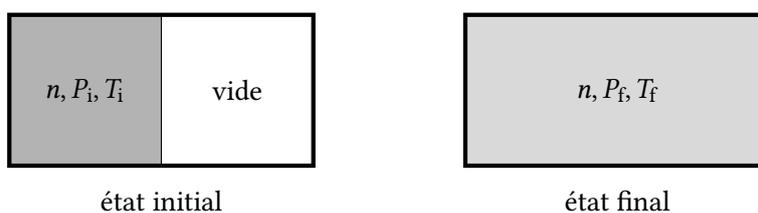


Figure 2 – Schéma de principe de la détente de Joule Gay-Lussac.

**1** Considérons comme système le gaz contenu dans l'enceinte. Au cours de la détente, il ne reçoit pas de transfert thermique car l'enceinte est calorifugée. Il ne reçoit pas non plus de travail : comme la détente a lieu dans le vide il n'y a pas de force de pression exercée par l'extérieur sur le système. Je rappelle que les forces de pression intérieures ne sont pas à prendre en compte, le premier principe ne fait intervenir que les échanges d'énergie avec l'extérieur. Ainsi, d'après le premier principe,

$$\Delta U = 0.$$

↑  
1er P

**2** Comme le gaz est parfait,

$$\Delta U = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{C_V} \Delta T \quad \text{donc} \quad \Delta T = 0 \quad \text{c'est-à-dire} \quad T_f = T_i.$$

**3** Le volume exclu  $b$  est simple à interpréter : il traduit qualitativement l'effet du volume occupé par les atomes du gaz, qui n'est donc pas accessible à leur mouvement. Le terme de cohésion traduit l'existence de forces de van der Waals attractives entre les atomes d'argon. Ces forces attractives ont pour effet une diminution de la pression au sein du gaz, ce que traduit bien l'équation d'état :

$$P_{\text{GP}} = P_{\text{vdW}} + \frac{an^2}{V^2} \quad \text{donc} \quad P_{\text{vdW}} = P_{\text{GP}} - \frac{an^2}{V^2} < P_{\text{GP}}.$$

Le coefficient  $C_{V_m}$  est la **capacité thermique molaire à volume constant** du gaz de van der Waals,

$$\left. \frac{\partial U}{\partial T} \right|_{n,V} = nC_{V_m}.$$

4 Au cours de la détente,

$$\Delta U \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} 0 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{VdW}}}{n} C_{V_m} (T_f - T_i) - an^2 \left( \frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right) = nC_{V_m} \Delta T + \frac{an^2}{2V_0}$$

donc

$$a = -\frac{2C_{V_m} \Delta T V_0}{n} = 0,13 \text{ J} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-2}$$

## Transitoires thermiques

### Exercice 8 : Glacière thermoélectrique



$\triangleright$  Transitoire thermique ;  
 $\triangleright$  Résistance thermique.

1 L'énoncé indique que le module Peltier *prélève* le flux  $\Phi_0 > 0$  à l'intérieur de la glacière, ce qui renseigne sur son algébrisation et son signe. En outre, il reçoit un flux de fuites  $\Phi_f > 0$  de la part de l'extérieur de la glacière, décrit par la loi d'Ohm thermique

$$\Phi_f = \frac{1}{R}(T_0 - T).$$

Le diagramme des échanges est le suivant, les fines flèches noires donnant le sens d'algébrisation et les flèches rouges le sens réel.



2 Procédons à un bilan d'enthalpie pour le contenu de la glacière en régime permanent. Raisonons sur une durée infinitésimale  $dt$  :

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \Phi_f dt - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{RP}}}{\Phi_0} dt = 0$$

d'où on déduit en remplaçant

$$\frac{1}{R}(T_0 - T_{\text{lim}}) - \Phi_0 = 0 \quad \text{soit} \quad T_{\text{lim}} = T_0 - R\Phi_0.$$

3 Le raisonnement est identique, si ce n'est que l'enthalpie varie. D'après la loi de Joule, on a

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \frac{1}{R}(T_0 - T) dt - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Joule}}}{\Phi_0} dt = mc dT,$$

et en divisant de part et d'autre par  $dt$  il vient

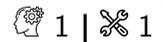
$$mc \frac{dT}{dt} = \frac{1}{R}(T_0 - T) - \Phi_0 \quad \text{soit} \quad \frac{dT}{dt} + \frac{1}{mcR}T = \frac{1}{mcR}T_0 - \frac{\Phi_0}{mc}.$$

On identifie alors le temps caractéristique

$$\tau = mcR$$

qui indique l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

## Exercice 9 : Chauffage isobare d'un gaz parfait



- ▷ Transitoire thermique ;
- ▷ Enthalpie.

**1** Le système est constitué du gaz et de la résistance. Appliquons le premier principe au gaz entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . La transformation est isobare avec  $p = p_0$  ( $p$  pression du gaz) grâce au piston libre de coulisser, ce qui permet de travailler en enthalpie. Le système ne reçoit que le travail électrique  $\delta W_e = RI^2 dt$  fourni par le générateur qui alimente la résistance. Le bilan d'enthalpie s'écrit

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} RI^2 dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{GP}}}{=} C_P dT .$$

d'où on déduit

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RI^2}{C_P}$$

et en utilisant l'expression de  $R(T)$  on obtient l'équation différentielle

$$\frac{dT}{dt} = \frac{R_0 I^2}{C_P T_0} T = \frac{T}{\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{C_P T_0}{R_0 I^2} .$$

Cette équation s'intègre en

$$T(t) = A e^{+t/\tau} ,$$

et à l'instant initial

$$T(0) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} T_0 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sol}}}{=} A$$

d'où on déduit finalement

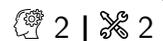
$$T(t) = T_0 e^{+t/\tau} .$$

*Si on écrit l'équation différentielle sous forme canonique, on constate que les deux préfacteurs sont de signe différents : le système est instable, il est donc logique de trouver une solution divergente.*

**2** On en déduit

$$V(t) = \frac{nRT(t)}{p_0} = \frac{nRT_0}{p_0} e^{+t/\tau} \quad \text{soit} \quad V(t) = V_0 e^{+t/\tau} .$$

## Exercice 10 : Thermomètre à alcool



- ▷ Transitoire thermique ;
- ▷ Enthalpie.

**1** Par définition,

$$\Phi = \frac{1}{R} (T_{\text{ext}} - T) .$$

**2** Procédons au bilan d'enthalpie d'une transformation infinitésimale de durée  $dt$ , monobare et mécaniquement réversible.

$$dH \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1er P}}}{=} \Phi dt \underset{\substack{\uparrow \\ \text{liquide}}}{=} mc \frac{dT}{dt} \quad \text{d'où} \quad \frac{dT}{dt} + \frac{1}{Rmc} T = \frac{1}{Rmc} T_{\text{ext}} ,$$

ce qui se résout en

$$T(t) = T_{\text{ext}} + (T_0 - T_{\text{ext}}) e^{-t/\tau} .$$

3 L'écart de température est  $T(t) - T_{\text{ext}}$ ,  $t_1$  est donc tel que

$$T(t_1) - T_{\text{ext}} = \frac{T_0 - T_{\text{ext}}}{100} \quad \text{soit} \quad e^{-t_1/\tau} = \frac{1}{100} \quad \text{d'où} \quad t_1 = \tau \ln 100 = 100 \text{ s.}$$

4 Le niveau d'éthanol varie seulement dans le capillaire, dont le volume total reste néanmoins négligeable devant le volume du réservoir. Ainsi,

$$\Delta V = \pi b^2 \Delta h \quad \text{et} \quad V = \frac{4}{3} \pi a^3 + \pi b^2 h \simeq \frac{4}{3} \pi a^3$$

d'où

$$\Delta h = \frac{4}{3} \beta \frac{a^3}{b^2} \Delta T$$

5 En inversant l'expression précédente,

$$b = \sqrt{\frac{4}{3} \beta a^3 \frac{\Delta T}{\Delta h}} = 0,16 \text{ mm.}$$