BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

TD 21 – Optique *Correction*

Interférences par division du front d'onde

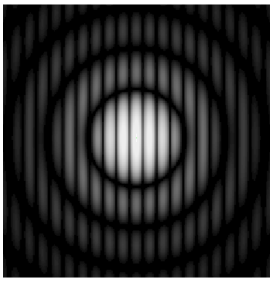
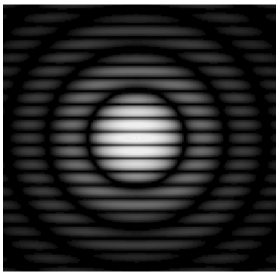
Trous d'Young et dispositifs analogues

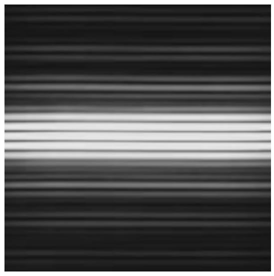
Exercice 1 : Figures d'interférences

1 | 0

- *Allure des figures d'interférences ;*
- *Diffraction.*

La figure d'interférences se superpose à la figure de diffraction obtenue pour une unique fente ou un unique trou.



Exercice 2 : Fentes d'Young en éclairage parallèle

1 | 2 |

- *Différence de marche à l'infini ;*
- *Largeur de cohérence spatiale.*

1 Voir figure 1.

- Construction des rayons entre la source et les fentes d'Young :
  - → on commence par tracer le rayon orange issu de S et passant par le centre optique de la lentille L_1 ;
  - → on en déduit « en remontant » les deux rayons entre la lentille L_1 et les deux points S_1 et S_2 : comme la fente source est dans le plan focal objet de la lentille L_1, alors ces deux rayons sont parallèles au rayon orange précédemment tracé ;
  - → enfin, on sait que ces deux rayons ont été émis par le point S, ce qui permet d'achever leur tracé.
- Construction des rayons entre les fentes d'Young et l'écran :
  - → on commence par tracer le rayon violet aboutissant en M et passant par le centre optique de la lentille L_2 : bien qu'il n'y ait aucune lumière le long de ce rayon, il permet de fixer une direction ;
  - → on en déduit la trajectoire des rayons diffractés par S_1 et S_2 aboutissant en M : comme l'écran est dans le plan focal image de la lentille L_2, alors ces deux rayons sont parallèles au rayon violet précédemment tracé ;
  - → enfin, on sait que ces deux rayons interfèrent en M, ce qui permet d'achever leur tracé.

2 Considérons S un point quelconque de la fente source d'ordonnée y_1. D'après le théorème de Malus, les points S_1 et K appartiennent au même plan d'onde, si bien que

$$(SS_1) = (SK)\,.$$

Par ailleurs, si la source était située en M les rayons seraient inchangés et ainsi, d'après le théorème de Malus, les points S_1 et H appartiendraient au même plan d'onde. D'après le principe de retour inverse de la lumière, on en déduit

$$(S_1M) = (HM)\,.$$

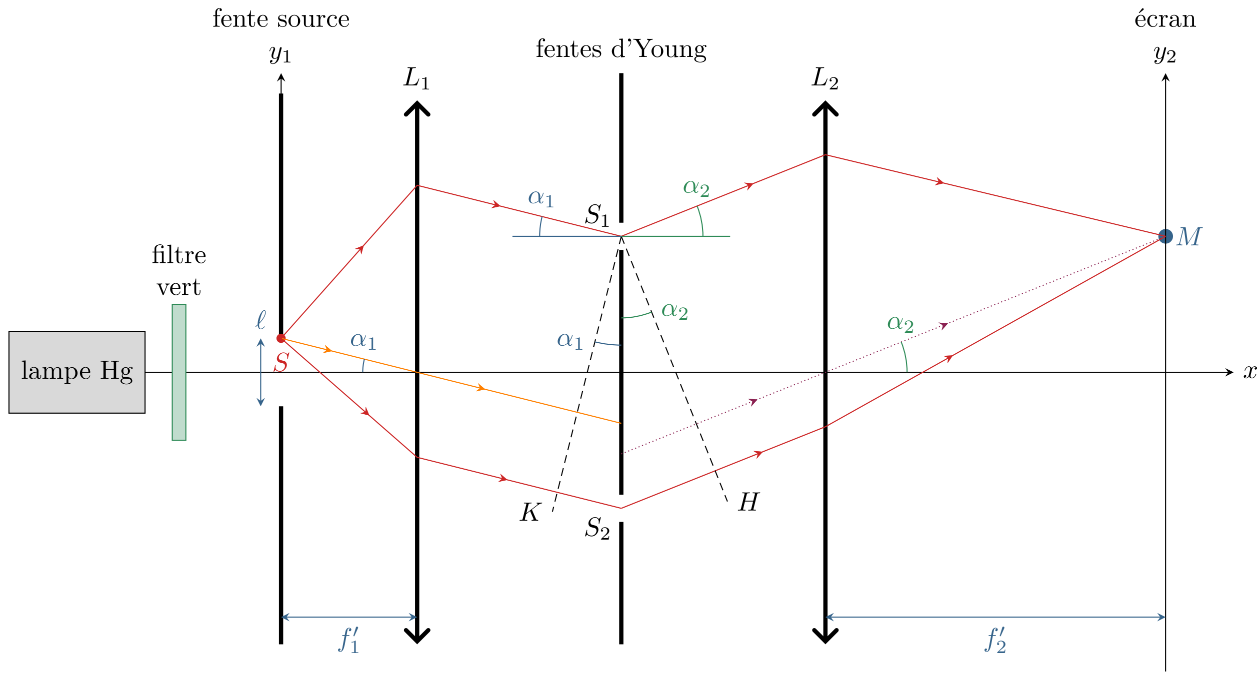


Figure 1 – Fentes d'Young éclairées en lumière parallèle.

Exprimons la différence de marche :

$$\delta = (SS_2M) - (SS_1M) = \left[\cancel{(SK)} + (KS_2) + (S_2H) + \cancel{(HM)}\right] - \left[\cancel{(SS_1)} + \cancel{(S_1M)}\right] = (KS_2) + (KH)\,.$$

En raisonnant dans deux triangles rectangles, et en supposant les angles petits,

$$\begin{cases} \tan\alpha_1 \simeq \alpha_1 = \dfrac{y_1}{f'_1} \\ \sin\alpha_1 \simeq \alpha_1 = \dfrac{KS_2}{S_1S_2} \end{cases} \qquad \text{donc} \qquad \frac{y_1}{f'_1} = \frac{KS_2}{S_1S_2} \qquad \text{et} \qquad KS_2 = \frac{ay_1}{f'_1}\,.$$

De même,

$$\begin{cases} \tan\alpha_2 \simeq \alpha_2 = \dfrac{y_2}{f'_2} \\ \sin\alpha_2 \simeq \alpha_2 = \dfrac{HS_2}{S_1S_2} \end{cases} \qquad \text{donc} \qquad \frac{y_2}{f'_2} = \frac{HS_2}{S_1S_2} \qquad \text{et} \qquad HS_2 = \frac{ay_2}{f'_2}\,.$$

Finalement,

$$\delta = \frac{ay_1}{f'_1} + \frac{ay_2}{f'_2} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0}\left(\frac{y_1}{f'_1} + \frac{y_2}{f'_2}\right)\,.}$$

3 Considérons un point d'ordonnée y_2 fixée, et calculons la différence d'ordre d'interférence Δp pour des ondes émises par le centre de la source ($y_1 = 0$) et son extrémité ($y_1 = \ell/2$),

$$\Delta p = \frac{a}{\lambda_0}\left(\frac{\ell/2}{f'_1} + \frac{y_2}{f'_2}\right) - \frac{a}{\lambda_0}\left(\frac{0}{f'_1} + \frac{y_2}{f'_2}\right) = \frac{a\ell}{2\lambda_0 f'_1}\,.$$

Par définition, la largeur de cohérence spatiale de la source est telle que $\Delta p = 1/2$, soit

$$\frac{a\ell_s}{2\lambda_0 f'_1} = \frac{1}{2} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\ell_s = \frac{\lambda_0 f'_1}{a}\,.}$$

Exercice 3 : Étoile double

oral banque PT | 2 | 2 |

▷ *Différence de marche à l'infini ;*
▷ *Deux sources ponctuelles.*

> *Cet exercice est un classique qui présente une application intéressante (et réelle) de l'interférométrie par division de front d'onde. Il faut bien comprendre que, contraitement à la situation étudiée en cours, la source est impossible à modifier mais que l'écart ℓ entre les pseudo-trous d'Young l'est.*

1 Les ondes issues de chacune des étoiles interfèrent avec elle-même après passage au travers des trous, ce qui donne une figure d'interférences sur l'écran. Les deux ondes issues des deux étoiles sont incohérentes et ne peuvent interférer. Les deux figures d'interférences se superposent simplement.

2 Comme l'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille convergente, les rayons qui interferfèrent sont ceux qui ont la même inclinaison α en sortie des trous car issus du même point à l'infini.

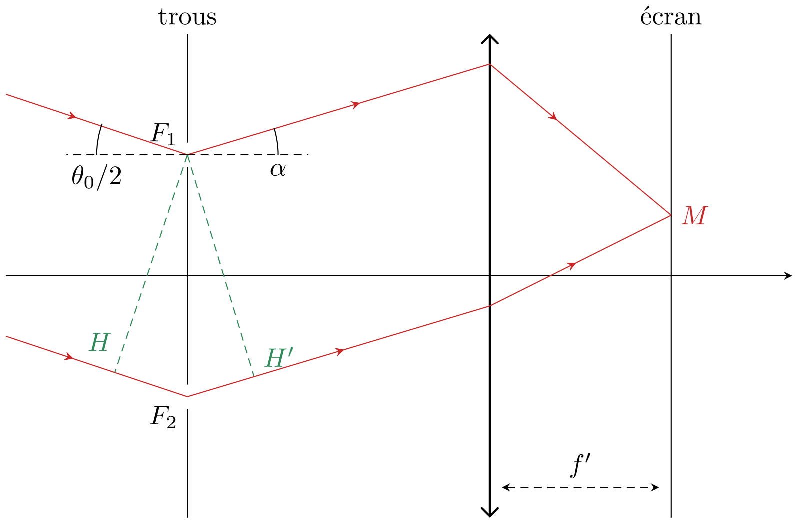


Figure 2 – Tracé des rayons issus de E_2 dans l'interféromètre stellaire.

Considérons les rayons issus d'une seule étoile, voir figure 2. D'après le théorème de Malus, F_1 et H appartiennent au même plan d'onde. Par ailleurs, en vertu du théorème de Malus et du principe de retour inverse, les chemins optiques (F_1M) et $(H'M)$ sont égaux. On en déduit

$$\delta = HF_2 + F_2H' \,.$$

> *Attention, les deux arguments sont importants. Le théorème de Malus indique que si une source ponctuelle était placée en M, alors F_1 et H' appartiendraient au même plan d'onde et donc il y a égalité des chemins optiques (MF_1) et (MH'). Le principe du retour inverse permet d'en déduire l'égalité des chemins optiques (F_1M) et $(H'M)$, qui n'aurait a priori rien d'évident puisque H' et F_1 n'appartiennent PAS au même plan d'onde.*

Ainsi,

$$HF_2 = \ell \sin\frac{\theta_0}{2} \simeq \ell\frac{\theta_0}{2}\,, \qquad \text{et} \qquad F_2H' = \ell\sin\alpha \simeq \ell\alpha\,.$$

En outre, $\alpha \simeq \tan\alpha = x/f'$, d'où

$$\delta = \frac{\ell\theta_0}{2} + \frac{\ell\, x}{f'}\,.$$

L'intensité lumineuse se déduit de la formule de Fresnel,

$$I_1(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda} + 2\pi\frac{\ell\, x}{\lambda f'}\right)\right]\,.$$

Un calcul en tout point identique permet de montrer que pour la seconde étoile seul change le signe de l'angle d'incidence, donc

$$I_2(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(-2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda} + 2\pi\frac{\ell\, x}{\lambda f'}\right)\right]\,.$$

Les deux étoiles étant incohérentes, $I(x) = I_1(x) + I_2(x)$, soit

$$\boxed{I = 2I_0\left[2 + \cos\left(2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda} + 2\pi\frac{\ell\, x}{\lambda f'}\right) + \cos\left(-2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda} + 2\pi\frac{\ell\, x}{\lambda f'}\right)\right]}$$

3 En factorisant les cosinus de l'expression précédente,

$$I(x) = 2I_0\left[2 + 2\cos\left(2\pi\frac{\ell\, x}{\lambda f'}\right)\cos\left(2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda}\right)\right]$$

$$\boxed{I(x) = 4I_0\left[1 + \underbrace{\cos\left(2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda}\right)}_{\text{visibilité}}\underbrace{\cos\left(2\pi\frac{\ell\, x}{\lambda f'}\right)}_{\text{interférences}}\right]\,.}$$

4 Les interférences disparaissent si le terme de contraste est nul, soit

$$2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda} = \frac{\pi}{2} + n\pi\,.$$

Au contraire, elles sont le mieux visible lorsque le terme de contraste vaut ±1, soit

$$2\pi\frac{\ell\theta_0}{2\lambda} = n\pi\,.$$

5 La première annulation se fait en

$$2\pi\frac{\ell^\star\theta_0}{2\lambda} = \frac{\pi}{2} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\theta_0 = \frac{\lambda}{2\ell^\star}\,.}$$

Exercice 4 : Fentes d'Young éclairées par un doublet spectral   2 | 2

▷ *Doublet spectral ;*
▷ *Influence de la diffraction.*

1 Les notations sont identiques à celles du cours (il faut en particulier être vigilant à l'axe selon lequel l'éclairement varie). L'ordre d'interférences vaut donc

$$\boxed{p_0(x) = \frac{ax}{\lambda_0 D}}$$

et d'après la formule de Fresnel l'intensité est

$$\boxed{I_0(x) = 2I_\mathrm{m}\left[1 + \cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda_0 D}\right)\right]\,.}$$

L'interfrange est la période spatiale de la figure d'interférences, définie par

$$p_0(x + i_0) = p_0(x) + 1 \qquad \text{soit} \qquad \frac{ai_0}{\lambda_0 D} = 1 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{i_0 = \frac{\lambda_0 D}{a}}$$

L'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde, donc

$$\boxed{i_2 > i_1\,.}$$

2 Les ondes des deux raies λ_1 et λ_2 ne peuvent pas interférer car elles ne sont pas synchrones. L'intensité totale sur l'écran est donc la somme des deux intensités dues à chacune des raies individuellement.

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= 2I_\mathrm{m}\left[2+\cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda_1 D}\right)+\cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda_2 D}\right)\right] \\ &= 2I_\mathrm{m}\left[2+2\cos\left(2\pi\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)\frac{ax}{D}\right)\cos\left(2\pi\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)\frac{ax}{D}\right)\right] \\ &= 2I_\mathrm{m}\left[2+2\cos\left(2\pi\frac{1}{2}\frac{2\lambda}{\lambda^2}\frac{ax}{D}\right)\cos\left(2\pi\frac{1}{2}\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\frac{ax}{D}\right)\right] \end{aligned}$$

$$\boxed{I = I_\mathrm{moy}\left[1+\underbrace{\cos\left(2\pi\frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2}\frac{ax}{D}\right)}_{①}\underbrace{\cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda D}\right)}_{②}\right]}$$

où on pose $I_\mathrm{moy} = 4I_\mathrm{m}$.

3 Notons Δx la période du terme ①, telle que

$$\frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2}\frac{a(x+\Delta x)}{D} = \frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2}\frac{ax}{D}+1 \qquad \text{soit} \qquad \frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2}\frac{a\,\Delta x}{D} = 1 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\Delta x = \frac{2\lambda^2 D}{a\,\Delta\lambda}\,.}$$

De même, la période i du terme ② vaut

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}\,.}$$

Ainsi, en ordre de grandeur,

$$\boxed{\frac{\Delta x}{i} = \frac{2\lambda^2 D/a\,\Delta\lambda}{\lambda D/a} = \frac{2\lambda}{\Delta\lambda} = 578\,.}$$

Le terme ① varie donc beaucoup plus lentement que le terme ② : on en déduit que le terme ① traduit physiquement le contraste des interférences décrites par le terme ②. L'allure de la fonction $I(x)$ est représentée figure 3.

> *Contrairement au cas d'une source étendue, le contraste dépend ici du point d'observation, ce qui est presque toujours le cas en présence de source polychromatique.*

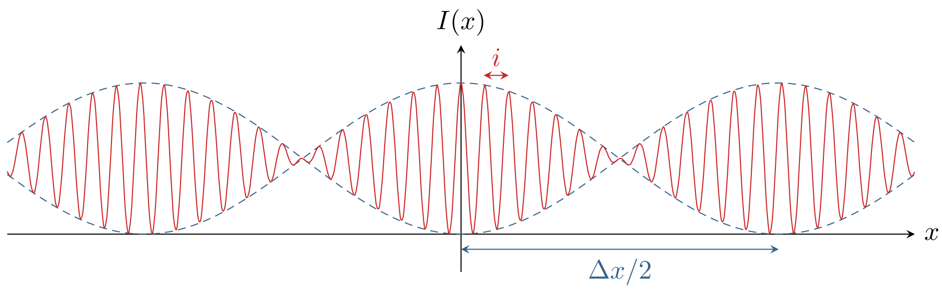


Figure 3 – Allure de la fonction $I(x)$. Bien sûr, le rapport $\Delta x/i$ n'est pas respecté pour que la figure reste lisible !

4 Avec un dispositif d'Young, les franges d'interférences sont incluses dans la figure de diffraction par la fente. Sur l'écran à une distance D d'une fente de largeur $a/10$, la figure de diffraction a pour largeur

$$\ell = \frac{\lambda D}{a/10}\,.$$

L'interfrange i correspond à la distance entre deux franges identiques, ou autrement dit à la « taille » d'une frange. Le nombre N de franges observables est donc tel que

$$\ell = Ni \qquad \text{soit} \qquad \boxed{N = \frac{\ell}{i} = 10\,.}$$

Ainsi, seules les dix franges centrales sont observables. Comme le contraste varie de manière significative sur une longueur de l'ordre de quelques centaines d'interfrange, les variations de contraste sont ici sans impact sur l'éclairement observé sur l'écran ... c'est plutôt les variations d'éclairement dans la figure de diffraction qui entrent en jeu.

Exercice 5 : Miroir de Lloyd

oral CCP MP | 2 | 2

- *Autre interféromètre par division du front d'onde ;*
- *Différence de marche à grande distance ;*
- *Influence du déplacement et de l'élargissement de la source.*

> *Dans son retour d'oral, le candidat mentionne qu'il a donné tous les résultats sans démonstration et sans que l'examinateur ne demande de détail.*

1 Les rayons issus de S peuvent atteindre l'écran directement ou se réfléchir sur le miroir. Tout se passe comme si l'image S' de S, symétrique de S par rapport au miroir, était une deuxième source ponctuelle cohérente avec S, voir figure 4.

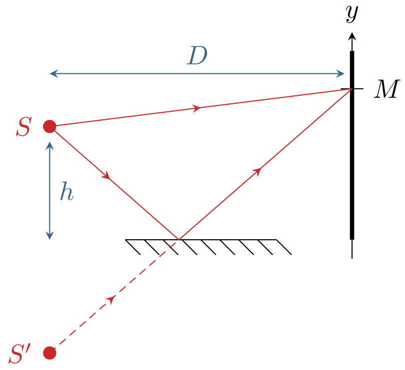


Figure 4 – Tracé des rayons.

2 En raisonnant dans le plan de la figure, d'après le théorème de Pythagore et sachant que $D \gg y, h$,

$$SM = \sqrt{D^2 + (y-h)^2} = D\sqrt{1 + \left(\frac{y-h}{D}\right)^2} \simeq D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y-h}{D}\right)^2\right) = D\left(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{h^2}{2D^2} - \frac{hy}{D^2}\right)$$

De même,

$$S'M = \sqrt{D^2 + (y+h)^2} = D\sqrt{1 + \left(\frac{y+h}{D}\right)^2} \simeq D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{y+h}{D}\right)^2\right) = D\left(1 + \frac{y^2}{2D^2} + \frac{h^2}{2D^2} + \frac{hy}{D^2}\right)$$

> *Je propose ici une démonstration alternative à celle utilisée dans le cours. Bien entendu, vous pouvez exprimer de même les vecteurs $\overrightarrow{SM}$ et $\overrightarrow{S'M}$ dans la base cartésienne puis calculer leur norme.*

À ces distances géométriques s'ajoute le déphasage de π dû à la réflexion métallique sur le miroir, qui se traduit par l'ajout de $\lambda/2$ au chemin optique. On en déduit

$$\delta = (SM)_{\text{miroir}} - (SM)_{\text{direct}} = (S'M) - (SM) = S'M + \frac{\lambda}{2} - SM \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\delta = \frac{2hy}{D} + \frac{\lambda}{2}\,.}$$

L'ordre d'interférences vaut donc

$$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2hy}{\lambda D} + \frac{1}{2}$$

D'après la formule de Fresnel,

$$I(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left(2\pi p(M)\right)\right] = 2I_0\left[1 + \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2hy}{D} + \pi\right\}\right]$$

soit finalement

$$I(M) = 2I_0\left[1 - \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2hy}{D}\right\}\right]$$

L'interfrange s'en déduit par

$$p(y+i) = p(y) + 1 \qquad \text{d'où} \qquad \frac{2hi}{\lambda D} = 1 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{i = \frac{\lambda D}{2h}\,.}$$

3 Comme $i' > i$ et d'après les questions précédentes on déduit

$$h = \frac{\lambda D}{2i} \qquad \text{et} \qquad h - \Delta h = \frac{\lambda D}{2i'}$$

si bien que

$$\Delta h = \frac{\lambda D}{2}\left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i'}\right) = \frac{\lambda D}{2i}\left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{\lambda D}{6i}$$

d'où on déduit finalement

$$\boxed{\lambda = \frac{6i\,\Delta h}{D}\,.}$$

> *Le signe $\ominus$ devant Δh vient du fait que $i' > i$ et que l'on souhaite avoir $\Delta h > 0$. On pourrait également conserver un signe $\oplus$ et travailler avec $\Delta h < 0$, mais c'est nettement moins naturel.*

4 Comme I ne dépend que de y, alors
- ▷ un élargissement dans la direction perpendiculaire à (Oy) est sans effet ;
- ▷ un élargissement dans la direction (Oy) génère la superposition de systèmes de franges pour lesquels l'interfrange est différent : on observe alors sur l'écran un brouillage progressif des franges, le contraste étant maximal en $y = 0$ (tous les points de la source donnent des interférences constructives) puis diminuant progressivement (les interférences sont constructives pour certains points de la source mais destructives pour d'autres).

Réseaux

Exercice 6 : Spectrométrie à réseau

oral banque PT | 1 | 1 |

- ▷ *Résultats expérimentaux ;*
- ▷ *Formule des réseaux.*

1 On peut par exemple utiliser un montage à goniomètre. Le collimateur permet d'obtenir une source à l'infini à partir d'une lampe spectrale, et la lunette de visée d'observer à l'infini. Le vernier du goniomètre permet de mesurer précisément les angles de déviation. Une méthode efficace est celle du minimum de déviation, cf. TP.

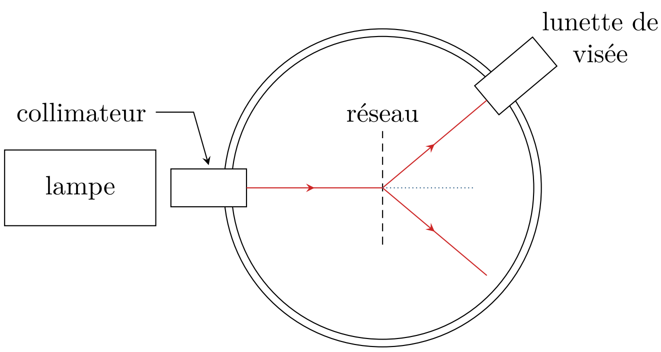


Figure 5 – Montage de spectrométrie à réseau utilisant un goniomètre.

2 Raisonnons sur deux motifs consécutifs, séparés de $a = 1/n$, avec les notations de la figure 6 pour changer par rapport au cours et bien montrer les difficultés pouvant se poser avec le tracé des rayons puis les conventions d'algébrisation des angles.

Grâce au collimateur, la source primaire S est située à l'infini et d'après le théorème de Malus les surfaces d'ondes sont des plans parallèles orthogonaux aux rayons. Ainsi,

$$(SA_1) = SH'\,.$$

Grâce à la lunette de visée, l'observation se fait en un point M à l'infini. Les rayons qui interfèrent sont donc parallèles entre eux à la sortie du réseau et forment tous la même inclinaison θ avec l'axe du réseau. D'après le principe de retour inverse et le théorème de Malus, si la source était située au niveau du point d'observation alors les points A_1 et H seraient dans le même plan d'onde. Ainsi,

$$(A_1M) = (HM)\,.$$

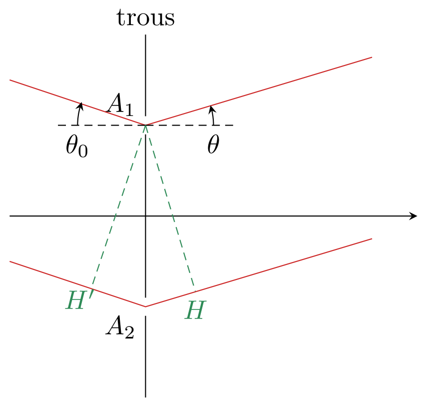


Figure 6 – Notations pour la formule des réseaux.

> *Attention, les deux arguments sont importants. Le théorème de Malus indique que si une source ponctuelle était placée au point d'observation M, alors A_1 et H appartiendraient au même plan d'onde et donc il y a égalité des chemins optiques (MA_1) et (MH). Le principe du retour inverse permet d'en déduire l'égalité des chemins optiques (A_1M) et (HM), qui n'aurait a priori rien d'évident puisque H et A_1 n'appartiennent pas au même plan d'onde.*

Par conséquent, la différence de marche s'écrit simplement

$$\delta = (SA_2M) - (SA_1M) = (H'A_2) + (A_2H) = -a\sin\theta_0 + a\sin\theta\,,$$

en faisant très attention au fait que $\theta_0 < 0$ mais $H'A_2 > 0$, d'où le signe $\ominus$ dans l'expression. Finalement, la différence de marche entre deux motifs successifs vaut

$$\delta = a\left(\sin\theta - \sin\theta_0\right)\,.$$

La formule des réseaux donne la position des maxima d'intensité θ_p, atteints lorsque $\delta = p\lambda$ avec p entier, soit

$$\boxed{\sin\theta_p - \sin\theta_0 = p\frac{\lambda}{a}\,.}$$

3 Le réseau étant éclairé en incidence normale, les ordres sont symétriques par rapport à la direction de la lumière incidente. Ainsi, $\theta_2 = \alpha/2$ et d'après la formule des réseaux on obtient

$$\boxed{\lambda = \frac{a}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = 508{,}6\,\mathrm{nm}\,.}$$

Exercice 7 : Monochromateur à réseau

2 | 2

- *Formule des réseaux ;*
- *Lentille convergente.*

1 Si l'ordre 2 est sur l'axe optique, alors il émerge avec un angle $i = 0$. Comme le pas du réseau $a = 1/n$, on a d'après la formule des réseaux,

$$\sin 0 - \sin i_0 = 2n\lambda_0 \qquad \text{d'où} \qquad i_0 = -\arcsin(2n\lambda_0) = -30°\,.$$

2 En linéarisant la formule des réseaux, on obtient

$$\sin i - \sin i_0 = 2n(\lambda_0 + \delta\lambda) \qquad \text{d'où} \qquad i + 2n\lambda_0 = 2n\lambda_0 + 2n\,\delta\lambda$$

On en déduit donc

$$i = 2n\,\delta\lambda\,.$$

La dispersion angulaire est donc égale à $2n = 1\cdot 10^3\,\mathrm{rad\cdot mm^{-1}} = 1\cdot 10^{-3}\,\mathrm{rad\cdot nm^{-1}}$.

3 En raisonnant sur le rayon passant par le centre optique de la lentille, qui est non dévié, on en déduit que les rayons qui convergent aux deux extrémités de la fente de sortie forment un angle

$$\pm i_{\text{lim}} = \pm \frac{d/2}{f'}$$

avec l'axe optique du montage. À partir de la question précédente, on en déduit les longueurs d'onde correspondantes,

$$\lambda_{\text{lim}} = \lambda_0 \pm \frac{i_{\text{lim}}}{2n} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\lambda_{\text{lim}} = \lambda_0 \pm \frac{d}{4nf'}}\,.$$

La résolution du monochromateur vaut donc

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{d}{2nf'}}\,.$$

4 Minimiser $\Delta\lambda$ demande de choisir d faible ... mais une fente trop étroite laisse passer peu de rayons, et le faisceau de sortie est peu lumineux.

5 De même, minimiser $\Delta\lambda$ demande de chosir f' élevée.

Exercice 8 : Étalonnage d'un réseau

oral Mines Télécom MP | 3 | 2

- *Résultats expérimentaux ;*
- *Réseau optique.*

1 La formule des réseaux est une condition d'interférences constructives entre toutes les ondes diffractées par tous les motifs du réseau. Avec les notations du cours,

$$\sin\theta_p - \sin\theta_0 = \frac{p\lambda}{a}\,,$$

où a est le pas du réseau et θ est mesuré par rapport à la normale au réseau.

2 L'angle θ est compté par rapport à la normale au réseau, alors que manifestement l'angle α donné par l'énoncé est compté par rapport à une référence arbitraire : on a $\theta = \alpha - \varphi$. Si le réseau est éclairé en incidence normale ($\theta_p = 0$) alors $\theta_p = -\theta_{-p}$ donc

$$\theta_p + \theta_{-p} = 0 = \alpha_p + \alpha_{-p} - 2\varphi \qquad \text{d'où} \qquad \varphi = \frac{\alpha_p + \alpha_{-p}}{2}\,.$$

Avec les valeurs de l'énoncé,

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_{-1}}{2} = \frac{42 + \frac{48}{60} + 77 + \frac{20}{60}}{2} = 59{,}98° \qquad \text{et} \qquad \frac{\alpha_2 + \alpha_{-2}}{2} = \frac{23 + \frac{23}{60} + 96 + \frac{40}{60}}{2} = 60{,}02°$$

ce qui tout à fait compatible avec l'hypothèse d'incidence normale.

3 D'après la formule des réseaux en incidence normale,

$$\sin\theta_p = \sin(\alpha_p - \varphi) = p\frac{\lambda}{a}\,,$$

d'où on déduit

$$a = \frac{p\lambda}{\sin(\alpha_p - \varphi)}\,.$$

En prenant par exemple $p = 2$, on trouve

$$\boxed{a = 1{,}45\,\mu\text{m} \qquad \text{soit} \qquad n = \frac{1}{a} = 686 \text{ traits par millimètre}}\,.$$

> *Prendre un seul point serait une mauvaise idée du point de vue expérimental : il faut bien sûr passer par une régression linéaire, par exemple $p\lambda$ en fonction de $\sin(\alpha_p - \varphi)$ qui donne une droite de pente a.*

4 D'après la formule des réseaux en incidence normale,

$$\frac{\sin\theta'_p}{\sin\theta_p} = \frac{\lambda'}{\lambda} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\lambda' = \frac{\sin(\alpha'_2 - \varphi)}{\sin(\alpha_2 - \varphi)}\lambda = 546\,\text{nm}}$$