

# Machines thermiques

## Exercices

### Exercice 1 : Pompe à chaleur domestique

[◆◆◆]

On veut maintenir la température d'une maison à  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  alors que la température extérieure est égale à  $T_2 = 5^\circ\text{C}$  en utilisant une pompe à chaleur. L'isolation thermique de la maison est telle qu'il faut lui fournir un transfert thermique égal à 200 kJ par heure.

- 1 - Rappeler le schéma de principe d'une pompe à chaleur ditherme et le sens réel des échanges d'énergie du fluide caloporteur.
- 2 - Quel doit être le cycle thermodynamique suivi par le fluide pour que l'efficacité de la pompe à chaleur soit maximale ?
- 3 - Définir et calculer l'efficacité théorique maximale de la pompe dans ces conditions. Montrer qu'elle ne dépend que de la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur. Quel est le sens physique de l'efficacité ?
- 4 - En déduire la puissance électrique minimale consommée par la pompe à chaleur.
- 5 - En supposant la température intérieure imposée, pour quelle température extérieure l'efficacité est-elle maximale ? Commenter.

### Exercice 2 : Rafrâchir sa cuisine en ouvrant son frigo

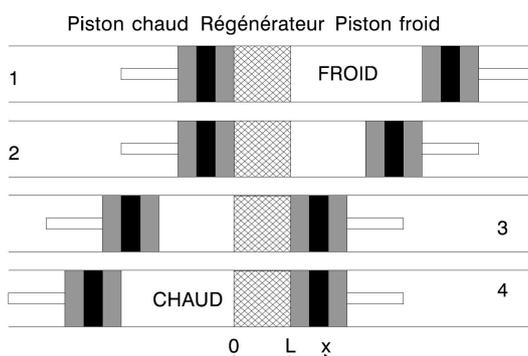
[◆◆◆]

Un réfrigérateur est une machine thermique à écoulement, dans laquelle un fluide subit une série de transformations thermodynamiques cycliques. À chaque cycle le fluide extrait de l'intérieur du frigo un transfert thermique  $|Q_{\text{int}}|$ , cède un transfert thermique  $|Q_{\text{ext}}|$  à la pièce dans laquelle se trouve le frigo et reçoit un travail  $|W|$  fourni par un moteur électrique. On fait l'hypothèse que l'intérieur du réfrigérateur et l'air ambiant constituent deux thermostats aux températures respectives  $T_{\text{int}} = 268\text{ K}$  et  $T_{\text{ext}} = 293\text{ K}$  et qu'en dehors des échanges avec ces thermostats les transformations sont adiabatiques.

- 1 - Quel est le signe des énergies échangées ?
- 2 - Lorsqu'il fait très chaud en été, est-ce une bonne idée d'ouvrir la porte de son frigo pour refroidir sa cuisine ?
- 3 - Pourquoi cela est-il possible avec un climatiseur ?

### Exercice 3 : Moteur de Stirling

[◆◆◆]



Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude et une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude (par exemple une chaudière à combustion) et cède un transfert thermique à la source froide (par exemple l'atmosphère). Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Robert Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide.

Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur. On considérera le cycle parcouru par  $n = 40\text{ mmol}$  d'air, considéré comme un gaz parfait de rapport isentropique  $\gamma = 1,4$ .

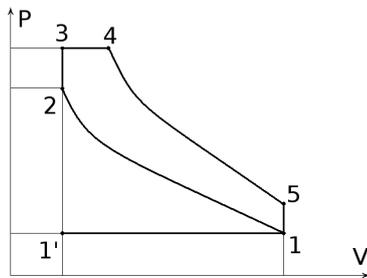
Dans un premier temps, on néglige le régénérateur : les deux chambres ne font qu'une. Le cycle de Stirling est alors modélisable par la succession de deux isothermes et deux isochores à partir d'un état 1 ( $P_1 = 1\text{ bar}$ ,  $T_1 = 300\text{ K}$ ). Il est décrit comme suit :

- ▷ 1  $\rightarrow$  2 : compression isotherme réversible à  $T_f = T_1$  jusqu'à l'état 2 où  $V_2 = V_1/10$  ;
- ▷ 2  $\rightarrow$  3 : échauffement isochore au contact de la source chaude à  $T_c = 600\text{ K}$  jusqu'à l'état 3 de température  $T_3 = T_c$  ;

- ▷ 3 → 4 : détente isotherme réversible au contact de la source chaude à  $T_c$  jusqu'à l'état 4 de volume  $V_4 = V_1$  ;
- ▷ 4 → 1 : refroidissement isochore au contact de la source froide jusqu'à revenir à l'état 1.

- 1 - Calculer les valeurs numériques de  $P$ ,  $V$  et  $T$  pour chacun des quatre états.
  - 2 - Représenter le cycle dans le diagramme de Watt ( $P, V$ ). Comment peut-on déterminer sans calcul si ce cycle est moteur ou récepteur ?
  - 3 - Calculer pour chaque étape le travail et le transfert thermique reçus par le gaz.
  - 4 - Commenter ces résultats : a-t-on bien un cycle moteur ?
  - 5 - Quel est, sur le plan énergétique, la production de ce système sur un cycle ? Quel est le coût énergétique ? En déduire l'expression et la valeur du rendement.
  - 6 - Calculer l'entropie créée au sein du système au cours du cycle. Quel type d'irréversibilité entre en jeu ?
- L'invention du régénérateur par Stirling a permis d'améliorer considérablement le rendement de la machine précédente. Son idée est de faire en sorte que le gaz échange du transfert thermique au cours des transformations 2 → 3 et 4 → 1 non pas avec les thermostats mais avec un système, le régénérateur, qui n'échange aucune énergie autrement qu'avec les gaz au cours des transformations 2 → 3 et 4 → 1.
- 7 - Justifier l'idée de Stirling.
  - 8 - Que vaut le rendement dans ces conditions ? Ce rendement peut-il être amélioré sans changer les sources ?

#### Exercice 4 : Moteur Diesel à double combustion



Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de Watt ci-contre. Après la phase d'admission  $1' \rightarrow 1$  qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore  $5 \rightarrow 1$  puis isobare  $1 \rightarrow 1'$ .

Au point 1 du cycle, la pression  $p_m = 1,0$  bar et la température  $T_m = 293$  K sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4, est  $p_M = 60$  bar et la température maximale, au point 4, vaut  $T_M = 2073$  K. Le rapport volumétrique de compression vaut  $\beta = V_M/V_m = 17$ .

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , et de capacités thermiques respectives  $C_P$  et  $C_V$ , et on note  $\gamma = C_P/C_V = 1,4$ .

- 1 - Exprimer les températures  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_5$  en fonction de  $p_m$ ,  $p_M$ ,  $T_m$ ,  $T_M$  et  $\beta$ . Calculer les valeurs numériques.
- 2 - Calculer le transfert thermique massique  $q_c$  reçu par l'air au cours de la phase de combustion 2 → 4.
- 3 - Calculer le transfert thermique massique  $q_f$  échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1.
- 4 - En déduire le travail massique  $w$  échangé au cours d'un cycle.
- 5 - Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.

### Annales de concours

#### Exercice 5 : Climatisation d'une voiture

[écrit ATS 2012, ♦♦♦]

La quasi-totalité des véhicules neufs sont aujourd'hui équipés d'une climatisation. Pour refroidir l'air intérieur du véhicule, un fluide frigorigène, l'hydrofluorocarbure HFC désigné par le code R134a, effectue en continu des transferts énergétiques entre l'intérieur, l'extérieur du véhicule et le compresseur, voir figure 1.

- 1 - Les chlorofluorocarbures ou CFC, comme le fréon, sont des fluides frigorigènes qui ont été très longtemps utilisés. Pourquoi ces fluides ont-ils été abandonnés ?

Sur le diagramme des frigoristes ( $P, h$ ) figure 2 de l'hydrofluorocarbure HFC, de masse molaire  $M = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ , sont représentés :

- ▷ la courbe de saturation de l'équilibre liquide-vapeur de l'hydrofluorocarbure HFC (en trait fort) ;
- ▷ les isothermes pour des températures comprises entre  $-40^\circ\text{C}$  et  $160^\circ\text{C}$  par pas de  $10^\circ\text{C}$  ;

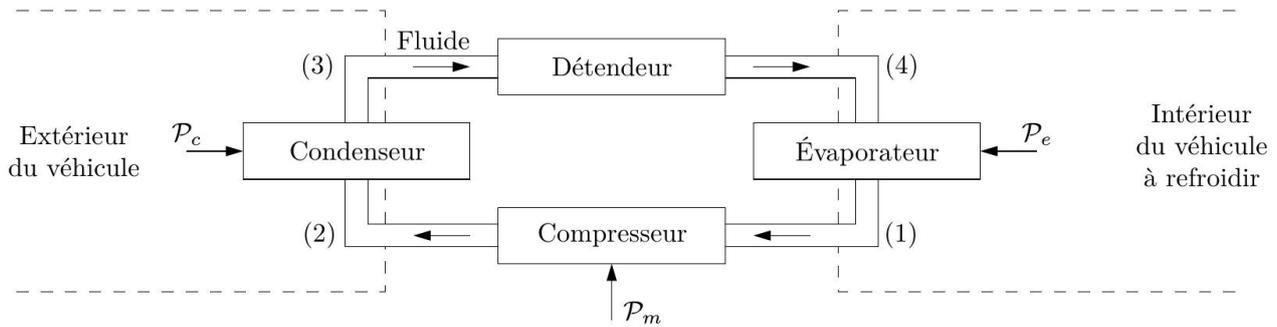


Figure 1 – Structure d'un climatiseur de voiture.

- ▷ les isentropes pour des entropies massiques comprises entre  $1,70 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $2,25 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  par pas de  $0,05 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- ▷ les isotitres en vapeur sous la courbe de saturation pour des titres massiques en vapeur  $x_V$  variant de 0 à 1 par pas de 0,1.

La pression est en bar et l'enthalpie massique en  $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Lors de l'exploitation du diagramme, les résultats seront donnés avec les incertitudes suivantes :  $\Delta h = \pm 5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $\Delta s = \pm 50 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $\Delta x = \pm 0,05$ ,  $\Delta T = \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\Delta p = \pm 5 \%$ .

2 - Indiquer sur le diagramme les domaines liquide, vapeur et équilibre liquide-vapeur du fluide.

3 - Dans quel domaine du diagramme le fluide à l'état gazeux peut-il être considéré comme un gaz parfait ?

On étudie dans la suite l'évolution du fluide au cours d'un cycle en régime permanent. Le débit massique vaut  $D_m = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . On rappelle l'expression du premier principe appliqué à un système ouvert (par exemple le compresseur) en régime permanent,

$$D_m (h_s - h_e) = \mathcal{P}_w + \mathcal{P}_q$$

- ▷  $D_m$  est le débit massique de fluide au travers du système ouvert ;
- ▷  $\mathcal{P}_w$  est la puissance mécanique algébriquement reçue de l'extérieur par le fluide en mouvement au niveau des parties mobiles du système ouvert ;
- ▷  $\mathcal{P}_q$  est la puissance thermique algébriquement reçue de l'extérieur par le fluide en mouvement à travers la paroi entourant le système ouvert ;
- ▷  $h_s$  et  $h_e$  sont les enthalpies massiques respectivement en entrée et en sortie du système ouvert.

La puissance thermique  $\mathcal{P}_e$  reçue par le fluide dans l'évaporateur permet la vaporisation isobare complète du fluide venant de (4) et conduit au point (1) à de la vapeur à température  $T_1 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$  et pression  $P_1 = 3 \text{ bar}$ . Aucune puissance mécanique n'est fournie au fluide dans l'évaporateur.

4 - Placer le point (1) sur le diagramme figure 2. Relever la valeur de l'enthalpie massique  $h_1$  et de l'entropie massique  $s_1$  du fluide au point (1).

Le compresseur aspire la vapeur (1) et la comprime de façon adiabatique et isentropique avec un taux de compression  $r = P_2/P_1 = 6$ .

5 - Déterminer  $P_2$ . Placer le point (2) sur le diagramme. Relever la valeur de la température  $T_2$  et celle de l'enthalpie massique  $h_2$  en sortie du compresseur.

6 - Déterminer la valeur de la puissance mécanique  $\mathcal{P}_m$  reçue par le fluide lors de son passage dans le compresseur. Commenter le signe de  $\mathcal{P}_m$ .

Le fluide sortant du compresseur entre dans le condenseur dans lequel il est refroidi de manière isobare jusqu'à la température  $T_3 = 60 \text{ }^\circ\text{C}$ .

7 - Placer le point (3) sur le diagramme. Relever la valeur de l'enthalpie massique  $h_3$  en sortie du condenseur.

Le fluide sortant du condenseur est détendu dans le détendeur supposé adiabatique jusqu'à la pression de l'évaporateur  $P_1$ , ce qui constitue l'état (4). Un détendeur ne contient pas de parties mobiles, si bien que le fluide n'y reçoit aucun travail mécanique.

8 - Montrer que la transformation dans le détendeur est isenthalpique.

9 - Placer le point (4) sur le diagramme et tracer le cycle complet. Relever la valeur de la température  $T_4$  et le titre en vapeur  $x_4$  en sortie du détendeur.

10 - En déduire la puissance thermique  $\mathcal{P}_e$  échangée par le fluide lors de son passage à travers l'évaporateur entre (4)

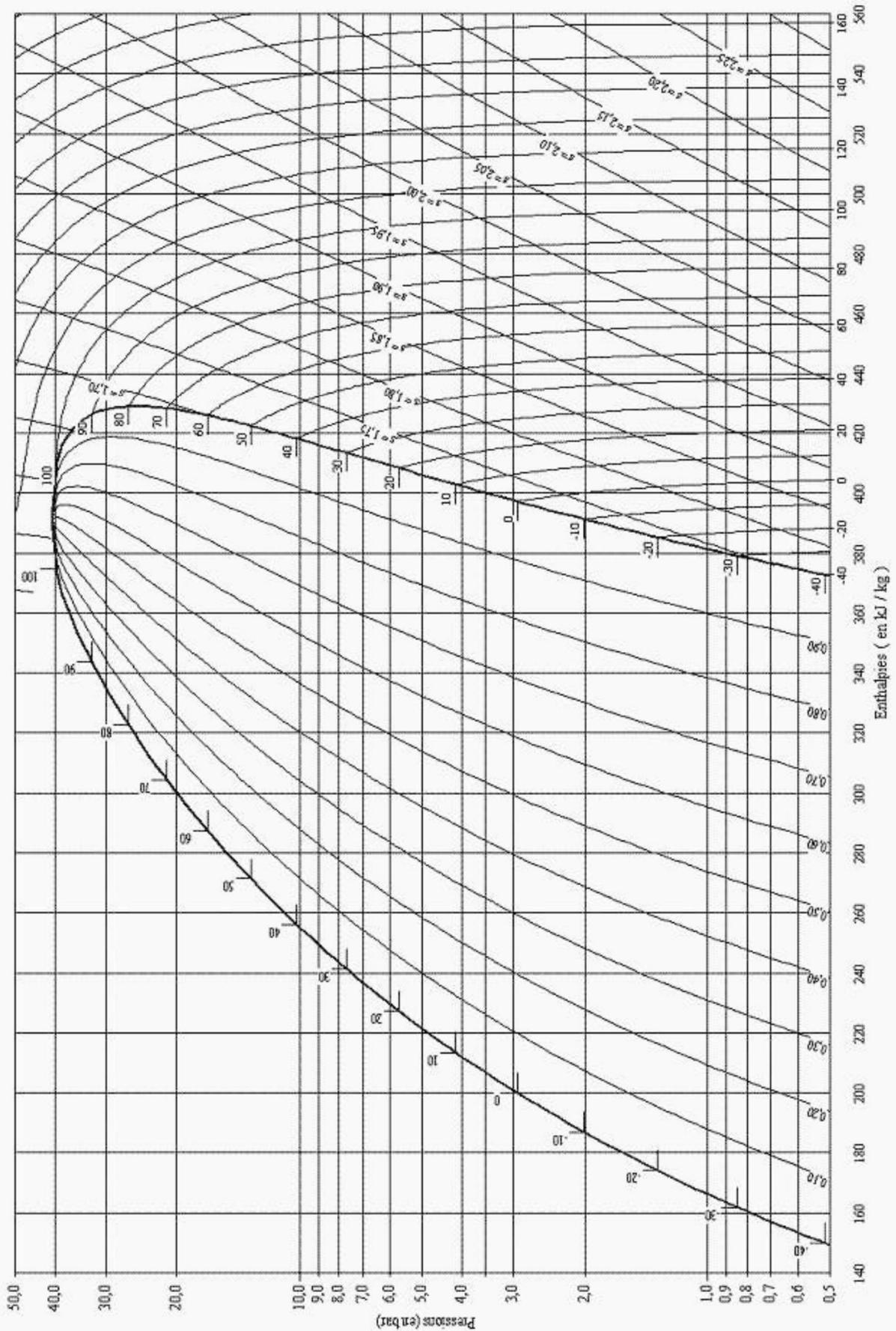


Figure 2 – Diagramme des frigorigènes du R134a.

et (1). L'air intérieur du véhicule est-il refroidi ?

**11** - Définir l'efficacité  $e$ , ou coefficient de performance, du climatiseur. Calculer sa valeur.

**12** - Comparer cette valeur à celle d'un climatiseur de Carnot fonctionnant entre la température de l'évaporateur et la température de liquéfaction du fluide sous la pression  $P_2$ . Commenter le résultat obtenu.

### Exercice 6 : Circuit secondaire d'une centrale nucléaire REP [écrit Centrale MP 2016, ♦♦♦]

*Cet exercice est extrait d'un sujet de Centrale, mais filière MP, où la thermodynamique est moins présente qu'en filière PT. Les questions sont tout à fait susceptibles d'être posées en épreuve B de la banque PT, où le cycle de Rankine est d'ailleurs déjà tombé.*

La France compte 19 centrales nucléaires en exploitation, dans lesquelles tous les réacteurs (58 au total) sont des réacteurs à eau pressurisée REP. Actuellement, ces installations fournissent près de 80 % de l'électricité produite en France. Chaque centrale est soumise à un référentiel de normes de sûreté et de sécurité évoluant en fonction des enseignements des incidents passés nationaux ou internationaux.

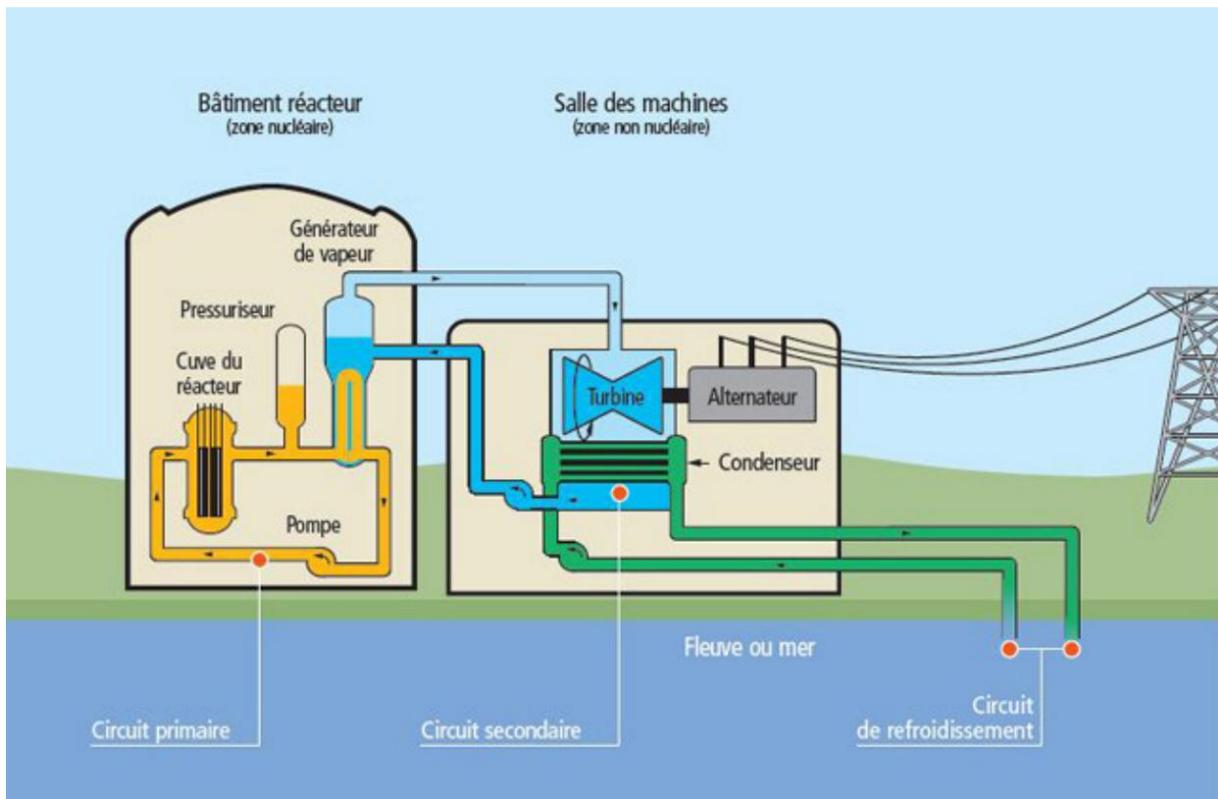


Figure 3 – Schéma global d'une centrale nucléaire.

Une centrale nucléaire est un site industriel destiné à la production d'électricité, qui utilise comme chaudière un réacteur nucléaire pour produire de la chaleur. Une centrale nucléaire REP est constituée de deux grandes zones, voir figure 3 :

- ▷ une zone non nucléaire (salle des machines). Dans cette partie, semblable à celle utilisée dans les centrales thermiques classiques, s'écoule de l'eau dans un circuit secondaire. Cette eau est évaporée dans le Générateur de Vapeur (GV) par absorption de la chaleur produite dans la zone nucléaire, puis elle entraîne une turbine (T) couplée à un alternateur produisant de l'électricité, ensuite elle est condensée au contact d'un refroidisseur (rivière, mer ou atmosphère via une tour aéroréfrigérante) et enfin, elle est comprimée avant d'être renvoyée vers le générateur de vapeur ;
- ▷ une zone nucléaire (dans le bâtiment réacteur), où ont lieu les réactions nucléaires de fission, qui produisent de l'énergie thermique et chauffent ainsi l'eau sous pression circulant dans le circuit primaire. Le transfert d'énergie thermique entre le circuit primaire et le circuit secondaire se fait dans le générateur de vapeur, où la surface d'échange entre les deux fluides peut atteindre près de  $5000 \text{ m}^2$  (réseau de tubulures).

Considérons une centrale nucléaire REP produisant une puissance électrique  $P_e = 900 \text{ MW}$ . Le fluide circulant dans le circuit secondaire est de l'eau, dont l'écoulement est supposé stationnaire. Le cycle thermodynamique décrit par l'eau est un cycle ditherme moteur. L'eau liquide sera supposée incompressible et de capacité thermique massique isobare supposée constante. Le tableau page 7 donne diverses données thermodynamiques relatives à l'équilibre liquide-vapeur de l'eau.

## A - Cycle de Rankine

L'eau du circuit secondaire subit les transformations suivantes, représentées figure 4 :

- ▷ de  $A$  à  $B$  : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression  $P_2 = 55$  bar jusqu'à un état de liquide saturant (état  $A'$ ), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (état  $B$ );
- ▷ de  $B$  à  $C$  : détente adiabatique réversible dans la turbine, de la pression  $P_2$  à la pression  $P_1 = 43$  mbar;
- ▷ en  $C$ , le fluide est diphasé;
- ▷ de  $C$  à  $D$  : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant;
- ▷ de  $D$  à  $A$  : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2$ , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

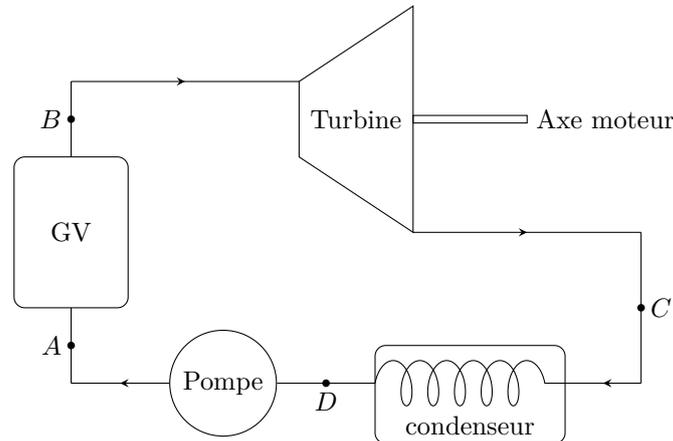


Figure 4 – Cycle de Rankine.

**1** - Représenter dans le diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ) l'allure de la courbe de saturation de l'eau, ainsi que les isothermes  $T_B$ ,  $T_D$  et  $T_{cr}$ , cette dernière température étant celle du point critique de l'eau. Préciser les domaines du liquide, de la vapeur, de la vapeur saturante. Représenter sur ce même diagramme l'allure du cycle décrit par l'eau du circuit secondaire. Indiquer le sens de parcours du cycle et placer les points  $A$ ,  $A'$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ .

**2** - D'après l'extrait de table thermodynamique donné page 7, quelles sont les valeurs des températures, des enthalpies massiques et des entropies massiques aux points  $A'$ ,  $B$  et  $D$ ? On pourra donner les valeurs sous forme de tableau.

**3** - En fin d'énoncé figure le diagramme enthalpique ( $P, h$ ) de l'eau. Placer, avec soin et à l'échelle, les points  $A'$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  du cycle. On explicitera la méthode.

Dans toute la suite, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans les bilans énergétiques. On rappelle alors que le premier principe de la thermodynamique pour un fluide en écoulement stationnaire dans un compartiment et recevant de manière algébrique le travail massique utile  $w_u$  et le transfert thermique massique  $q$  s'écrit

$$h_s - h_e = w_u + q$$

où  $h_s - h_e$  est la différence d'enthalpie massique entre la sortie et l'entrée du compartiment.

**4** - Exprimer le travail massique  $w_{BC}$  reçu par l'eau dans la turbine. Donner sa valeur numérique, en s'aidant du diagramme enthalpique.

**5** - Exprimer le transfert thermique massique  $q_{AA'}$  reçu par l'eau liquide quand elle passe de manière isobare de la température  $T_A$  à la température  $T_{A'}$  dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique : on considérera  $T_A \simeq T_D$ .

**6** - Exprimer le transfert thermique massique  $q_{A'B}$  reçu par l'eau quand elle se vaporise complètement dans le générateur de vapeur. Donner sa valeur numérique.

**7** - Calculer alors le rendement de Rankine de l'installation. Comparer au rendement de Carnot et commenter.

**8** - Sachant qu'un réacteur REP fournit à l'eau du circuit secondaire, via le générateur de vapeur, une puissance thermique  $P_{th} = 2785$  MW, que vaut le rendement thermodynamique réel de l'installation? Comparer au rendement de Rankine et commenter.

**9** - Dans quel état se trouve l'eau à la fin de la détente de la turbine? Donner le titre massique en vapeur à l'aide du diagramme enthalpique. En quoi est-ce un inconvénient pour les parties mobiles de la turbine?

## B - Cycle de Rankine avec détente étagée

Le cycle réel est plus compliqué que celui étudié précédemment, voir figure 5. En effet, d'une part, la détente est étagée : elle se fait d'abord dans une turbine « haute pression » puis dans une turbine « basse pression ». D'autre part, entre les deux turbines, l'eau passe dans un « surchauffeur ».

- ▷ de  $A$  à  $B$  : dans le générateur de vapeur, échauffement isobare du liquide à la pression  $P_2 = 55$  bar, jusqu'à un état de liquide saturant (état noté  $A'$ ), puis vaporisation totale isobare jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point  $B$ );
- ▷ de  $B$  à  $C'$  : détente adiabatique réversible dans la turbine haute pression, de la pression  $P_2$  à la pression  $P_3 = 10$  bar ;
- ▷ de  $C'$  à  $B'$  : échauffement isobare à la pression  $P_3$ , dans le surchauffeur, jusqu'à un état de vapeur saturante sèche (point  $B'$ );
- ▷ de  $B'$  à  $C''$  : détente adiabatique réversible dans la turbine basse pression, de la pression  $P_3$  à la pression  $P_1 = 43$  mbar ;
- ▷ de  $C''$  à  $D$  : liquéfaction totale isobare dans le condenseur, jusqu'à un état de liquide saturant ;
- ▷ de  $D$  à  $A$  : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2$ , du liquide saturant sortant du condenseur. On négligera le travail consommé par cette pompe devant les autres énergies mises en jeu.

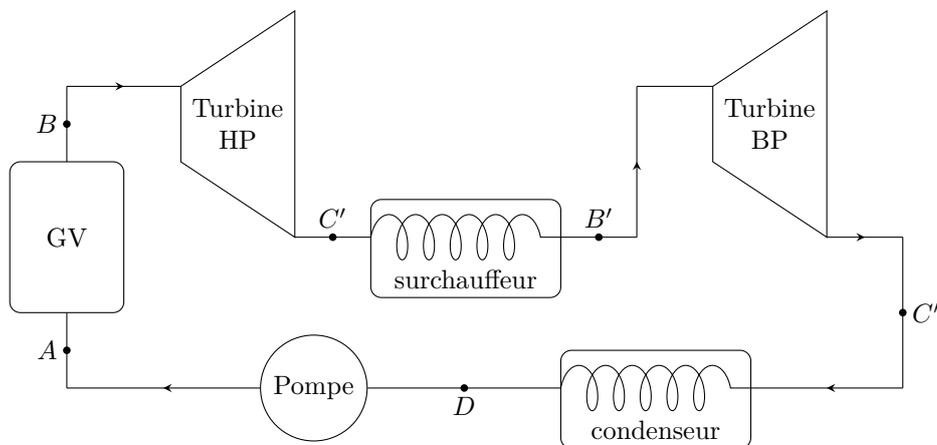


Figure 5 – Cycle de Rankine à détente étagée.

10 - Placer les nouveaux points  $C'$ ,  $B'$ ,  $C''$  sur le diagramme enthalpique du document réponse.

11 - Comparer les titres massiques en vapeur des points  $C'$  et  $C''$  au titre massique en vapeur du point  $C$ . Quel est l'intérêt de la surchauffe ?

12 - À l'aide du diagramme enthalpique, déterminer le nouveau rendement du cycle. Commenter.

### Extrait de table thermodynamique relatif à l'eau

$\theta$ (°C)	$P_{\text{sat}}$ (bar)	$v_L$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$h_L$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$s_L$ ( $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$v_V$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$h_V$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	$s_V$ ( $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
30	0,043	1,0047	125,22	0,4348	32,892	2555,92	8,4530
180	10	1,1276	763,18	2,1395	0,119 404	2777,84	6,5854
270	55	1,3053	1190,10	2,9853	0,035 05	2788,46	5,9226

L'indice L indique les propriétés du liquide saturant pur et V celles de la vapeur saturante sèche.

$\theta$  température ;  
 $P_{\text{sat}}$  pression de vapeur saturante ;

$v$  volume massique ;  
 $h$  enthalpie massique ;  
 $s$  entropie massique.

Capacité thermique massique isobare de l'eau liquide :  $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

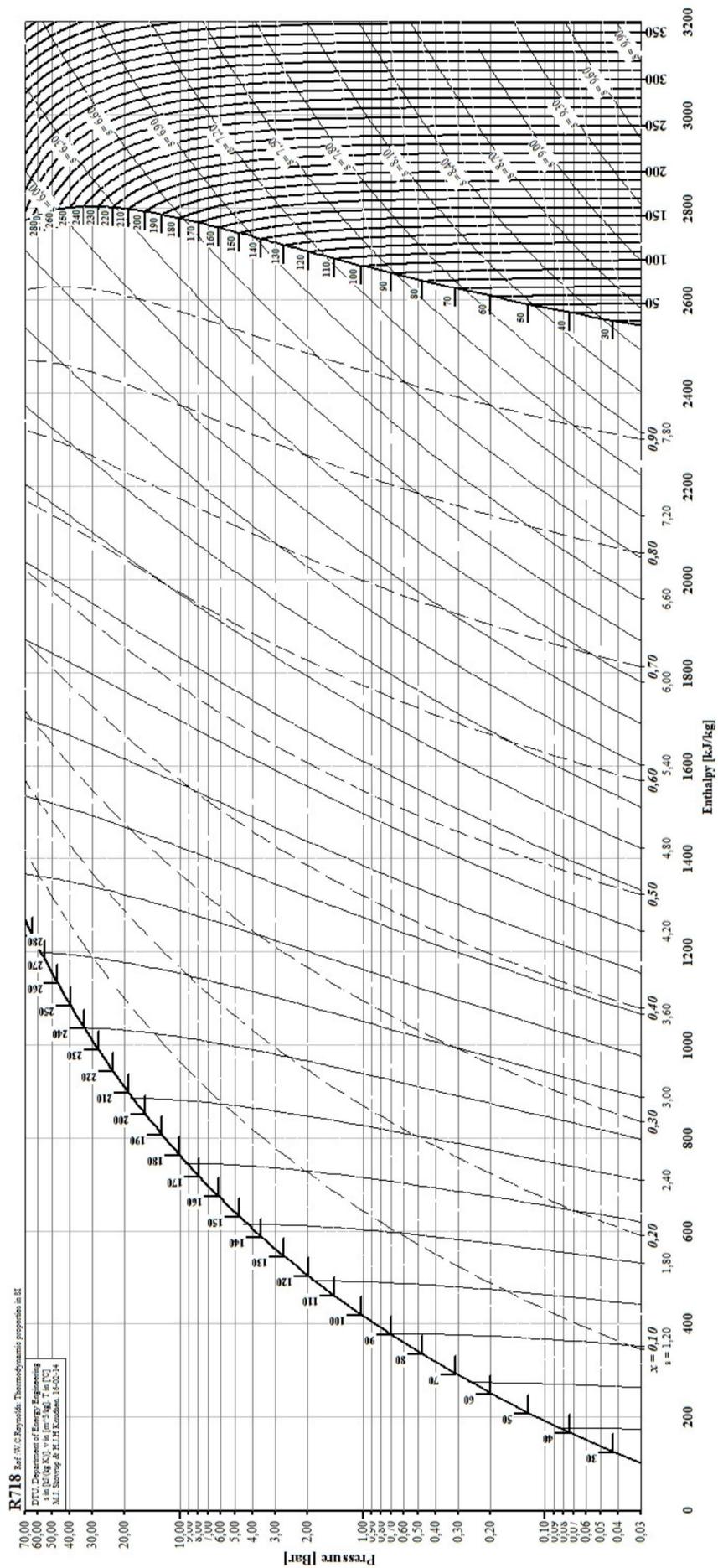


Figure 6 – Diagramme enthalpique de l'eau. Les températures sont exprimées en degrés Celsius.

---

## Résolution de problème

---

*Pour aborder un exercice de type résolution de problème, il peut notamment être utile de faire un schéma modèle, d'identifier et nommer les grandeurs pertinentes, d'utiliser l'analyse dimensionnelle, de proposer des hypothèses simplificatrices, de décomposer le problème en des sous-problèmes simples, etc. Le candidat peut également être amené à proposer des valeurs numériques raisonnables pour les grandeurs manquantes ... et toutes les valeurs données ne sont pas forcément utiles. Le tout est évidemment à adapter à la situation proposée !*

### Exercice 7 : Money, money, money

[◆◆◆]

Vous achetez six bouteilles de 1 L de jus de fruit que vous rangez dans votre réfrigérateur. Une heure plus tard, elles sont à la température du frigo.

Combien vous coûte ce refroidissement ?

*Données :*

- ▷ l'efficacité thermodynamique du réfrigérateur vaut 70 % de l'efficacité de Carnot ;
- ▷ l'isolation imparfaite du réfrigérateur se traduit par des fuites thermiques de puissance 10 W ;
- ▷ capacité thermique massique de l'eau liquide :  $4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- ▷ tarifs EDF : 1 kWh coûte 0,15 €.



# Machines thermiques

## Exercices

### Exercice 1 : Pompe à chaleur domestique

1 Voir cours pour le diagramme des échanges. Une pompe à chaleur reçoit un transfert thermique de la source froide ( $Q_f = Q_2 > 0$ ) et cède un transfert thermique à la source chaude ( $Q_c = Q_1 < 0$ ). Cela nécessite de lui apporter du travail ( $W > 0$ ).

2 Le cycle d'efficacité maximale est le **cycle de Carnot**, composé de deux isothermes aux températures des sources et de deux adiabatiques réversibles.

3 Voir cours pour la démonstration. L'efficacité de Carnot vaut

$$e_{\text{Carnot,PAC}} = -\frac{Q_c}{W} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \quad \text{soit} \quad e_{\text{Carnot,PAC}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = 20.$$

L'efficacité quantifie la performance énergétique de la PAC : pour 1 J d'énergie électrique fournie au moteur, on récupère  $e$  joule de transfert thermique cédé à la source chaude.

4 Par définition, s'il faut fournir un travail  $W$  à la PAC pendant une durée  $\Delta t$  alors la puissance électrique minimale qu'elle consomme vaut  $\mathcal{P}_{\text{elec}} = W/\Delta t$ . C'est un minimum, car le rendement du moteur électrique qui permet l'écoulement de fluide dans la PAC n'est sûrement pas de 1. L'énoncé donne par ailleurs la puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{th}} = Q_c/\Delta t = 0,55 \text{ W}$  qu'il faut apporter à la maison pour maintenir sa température constante. En utilisant la définition de l'efficacité, on en déduit

$$e = \frac{\mathcal{P}_{\text{th}} \Delta t}{\mathcal{P}_{\text{elec}} \Delta t} \quad \text{d'où} \quad \mathcal{P}_{\text{elec}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th}}}{e} = 2,8 \text{ kW}.$$

5 L'efficacité de la PAC augmente lorsque la différence de température entre les sources décroît, elle est optimale si les deux sources ont même température ... mais alors il n'y a plus besoin de chauffer! En tout état de cause, il vaut mieux utiliser une PAC avec un chauffage au sol plutôt que par radiateurs car l'eau de chauffage y est moins chaude (35 °C contre 60 °C).

### Exercice 2 : Rafrâchir sa cuisine en ouvrant son frigo

1 Un frigo est une machine réceptrice, qui prélève du transfert thermique à la source froide ( $Q_{\text{int}} > 0$  car le transfert thermique est fourni au fluide) pour le céder à la source chaude ( $Q_{\text{ext}} < 0$ ). Cela demande de fournir de l'énergie sous forme de travail ( $W > 0$ ).

2 Pour pouvoir refroidir sa cuisine en ouvrant son frigo, il faudrait que globalement le transfert thermique prélevé à l'intérieur du frigo  $|Q_{\text{int}}|$  (qui serait au final prélevé à l'air de la cuisine, puisque la porte est ouverte) soit plus grand que celui cédé à la source chaude  $|Q_{\text{ext}}|$ , qui n'est autre que l'air de la cuisine. D'après le premier principe,

$$|Q_{\text{int}}| - |Q_{\text{ext}}| + W = 0 \quad \text{d'où} \quad |Q_{\text{int}}| - |Q_{\text{ext}}| = -W < 0.$$

On en déduit qu'il est impossible d'avoir  $|Q_{\text{int}}| > |Q_{\text{ext}}|$  comme on l'aurait aimé : **laisser son frigo ouvert ne peut conduire qu'à réchauffer l'air de la cuisine.**

3 Un climatiseur est relié à l'extérieur de la maison, qui joue le rôle de source chaude. Ainsi, quand on climatise sa maison (ou sa voiture) par une journée de canicule, on réchauffe l'air extérieur.

### Exercice 3 : Moteur de Stirling

1 En utilisant les informations de l'énoncé et l'équation d'état du gaz parfait, on obtient les valeurs suivantes (en bleu, les valeurs directement données par l'énoncé)

État 1	État 2	État 3	État 4
$P_1 = 1 \text{ bar}$	$P_2 = 10 P_1 = 10 \text{ bar}$	$P_3 = \frac{T_3}{T_2} P_2 = \frac{T_c}{T_f} P_2 = 20 \text{ bar}$	$P_4 = \frac{V_2}{V_1} P_3 = 2 \text{ bar}$
$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 0,98 \text{ L}$	$V_2 = \frac{V_1}{10} = 0,098 \text{ L}$	$V_3 = V_2$	$V_4 = V_1$
$T_1 = T_f = 300 \text{ K}$	$T_2 = T_1$	$T_3 = T_c = 600 \text{ K}$	$T_4 = T_3$

2 Faire le schéma. Le cycle est parcouru dans le sens horaire, il s'agit donc d'un cycle **moteur**.

3 La transformation 1 → 2 est réversible, donc forcément quasi-statique et  $P_{\text{ext}} = P$ . Ainsi,

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{1 \rightarrow 2} P dV = - \int_{1 \rightarrow 2} nRT_f \frac{dV}{V} \quad \text{d'où} \quad W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_f \ln \frac{V_2}{V_1} = 230 \text{ J}.$$

Le transfert thermique se déduit du premier principe. Comme 1 → 2 est une isotherme et que le système est un gaz parfait,  $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0$

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad \text{donc} \quad Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} \quad \text{d'où} \quad Q_{1 \rightarrow 2} = nRT_f \ln \frac{V_2}{V_1} = -230 \text{ J}.$$

La transformation 2 → 3 est isochore, donc nécessairement

$$W_{2 \rightarrow 3} = 0$$

et d'après le premier principe

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_V (T_3 - T_2) \quad \text{d'où} \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_c - T_f) = 249 \text{ J}.$$

La transformation 3 → 4 est isotherme réversible, donc par le même raisonnement que pour la transformation 1 → 2 et utilisant les valeurs calculées à la question précédente, on trouve

$$W_{3 \rightarrow 4} = -nRT_c \ln \frac{V_1}{V_2} = -459 \text{ J} \quad \text{et} \quad Q_{3 \rightarrow 4} = nRT_c \ln \frac{V_1}{V_2} = 459 \text{ J}.$$

Enfin, la transformation 4 → 1 est isochore et s'étudie comme la transformation 2 → 3, d'où

$$W_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad \text{et} \quad Q_{4 \rightarrow 1} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_c) = -249 \text{ J}.$$

Pour s'assurer qu'il n'y a pas d'erreur de calcul, on peut vérifier que la somme (algébrique) des énergies reçues par le système est nulle.

4 Le travail total échangé au cours du cycle vaut

$$W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} = nR(T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1} < 0$$

car  $V_2 < V_1$ . Sur l'ensemble du cycle, le gaz fournit du travail, il s'agit donc bien d'un cycle moteur.

5 La production énergétique du système est le travail  $W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} < 0$  qu'il fournit. Le coût est le transfert thermique qu'il reçoit de la source chaude,  $Q_c = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} > 0$ . Le rendement est donc défini par

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_c} \right| = - \frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}} \quad \text{d'où} \quad \eta = \frac{(T_c - T_f) \ln \frac{V_1}{V_2}}{\frac{1}{\gamma - 1} (T_c - T_f) + T_c \ln \frac{V_1}{V_2}} = 0,32.$$

6 Le bilan d'entropie sur le cycle complet s'écrit  $S_{\text{éch}} + S_{\text{cr}} = 0$ , d'où

$$S_{\text{cr}} = -S_{\text{éch}} = - \frac{Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{4 \rightarrow 1}}{T_f} - \frac{Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}}{T_c} \quad \text{soit} \quad S_{\text{cr}} = \frac{nR(T_c - T_f)^2}{(\gamma - 1) T_c T_f} = 0,42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

L'irréversibilité est d'origine thermique : pendant les deux isochores, le gaz n'est pas à la même température que le thermostat avec lequel il est en contact. Le transfert thermique s'accompagne donc de création d'entropie (inhomogénéité).

**7** Le transfert thermique  $Q_{2 \rightarrow 3}$ , qui diminue le rendement, est exactement opposé au transfert thermique  $Q_{4 \rightarrow 1}$ . Plutôt que de perdre le transfert thermique  $Q_{4 \rightarrow 1}$  en le cédant à la source froide, l'idée de Stirling consiste à le céder au régénérateur pour qu'il le rende au gaz lors de l'étape  $2 \rightarrow 3$ . Le transfert thermique n'est alors plus fourni par la source chaude, ce qui est plus économique.

**8** Comme  $Q_{2 \rightarrow 3}$  n'est plus fourni par la source chaude, il ne compte plus dans le rendement, qui devient

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_c} \right| = - \frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}} = \frac{T_c - T_f}{T_c} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

On reconnaît le rendement de Carnot, c'est-à-dire le meilleur rendement possible pour un moteur fonctionnant avec ces deux sources.

#### Exercice 4 : Moteur Diesel à double combustion

**1** La transformation  $1 \rightarrow 2$  est une adiabatique réversible d'un gaz parfait. D'après la loi de Laplace en température et volume,  $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ , d'où

$$T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad \text{soit} \quad \boxed{T_2 = \beta^{\gamma-1} T_m = 9,1 \cdot 10^2 \text{ K}}$$

La transformation  $2 \rightarrow 3$  est isochore, d'où on déduit de l'équation d'état

$$\frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T_2 = \beta^{\gamma-1} T_m \\ P_3 = p_M \\ P_2 = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma P_1 = \beta^\gamma p_m \end{cases}$$

ce qui conduit à

$$\boxed{T_3 = \frac{p_M}{\beta p_m} T_m = 1,0 \cdot 10^3 \text{ K}}$$

Enfin, la loi de Laplace appliquée sur  $4 \rightarrow 5$  qui est adiabatique réversible donne

$$T_5 = \left( \frac{V_4}{V_5} \right)^\gamma T_4$$

où le volume  $V_4$  s'exprime en fonction de  $V_3 = V_m$  par la caractéristique de l'isobare,

$$\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3}$$

ce qui donne

$$T_5 = \left( \frac{V_3}{V_5} \frac{T_4}{T_3} \right)^\gamma T_4 = \left( \frac{1}{\beta} \frac{T_M}{T_m} \frac{\beta p_m}{p_M} \right)^\gamma T_M \quad \text{donc} \quad \boxed{T_5 = \left( \frac{T_M p_m}{T_m p_M} \right)^\gamma T_M = 8,8 \cdot 10^2 \text{ K}}$$

**2** Notons  $n$  la quantité de matière de gaz du mélange. Le transfert thermique  $Q_c$  est fourni au cours des étapes  $2 \rightarrow 3$  et  $3 \rightarrow 4$ . En utilisant d'une part le bilan d'énergie (premier principe) appliquée à  $2 \rightarrow 3$  qui est isochore et d'autre part le fait que le système soit un gaz parfait, on trouve

$$\Delta U_{2 \rightarrow 3} \underset{\text{1er ppe}}{=} W_{2 \rightarrow 3} + Q_{2 \rightarrow 3} \underset{\text{isochore}}{=} 0 + Q_{2 \rightarrow 3} \quad \text{et} \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} \underset{\text{GP}}{=} C_V \Delta T_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_2)$$

De même, pour  $3 \rightarrow 4$  qui est une isobare, on obtient

$$\Delta H_{3 \rightarrow 4} \underset{\text{1er ppe}}{=} W_{\neq p, 3 \rightarrow 4} + Q_{3 \rightarrow 4} \underset{\text{isobare}}{=} 0 + Q_{3 \rightarrow 4} \quad \text{et} \quad \Delta H_{3 \rightarrow 4} \underset{\text{GP}}{=} C_P \Delta T_{3 \rightarrow 4} = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} (T_4 - T_3)$$

Finalement, en introduisant la masse  $m$  via  $n = m/M$ ,

$$Q_c = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta H_{3 \rightarrow 4} \quad \text{soit} \quad Q_c = \frac{mR}{M(\gamma - 1)} [T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)]$$

et enfin on obtient le transfert thermique massique,

$$q_c = \frac{R}{M(\gamma - 1)} [T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)] = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

**3** Comme  $5 \rightarrow 1$  est une isochore d'un gaz parfait, on a

$$\Delta U_{5 \rightarrow 1} \underset{\text{1er ppe}}{=} 0 + Q_{5 \rightarrow 1} \quad \text{et} \quad \Delta U_{5 \rightarrow 1} \underset{\text{GP}}{=} \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_5)$$

d'où par le même raisonnement que précédemment

$$q_f = \frac{R}{M(\gamma - 1)} (T_1 - T_5) = -4,2 \cdot 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

**4** D'après le premier principe appliqué sur l'ensemble du cycle,

$$Q_f + Q_c + W = 0 \quad \text{donc} \quad w = -q_f - q_c = -7,1 \cdot 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

**5** Le rendement du moteur est défini par

$$\eta = \left| \frac{w}{q_c} \right| = -\frac{w}{q_c} = 63\%.$$

C'est une valeur élevée, mais qui a été obtenue avec une modélisation très idéalisée des transformations. En pratique, l'ordre de grandeur du rendement d'un moteur diesel est plutôt que 40–45%.

## Annales de concours

### Exercice 5 : Climatisation d'une voiture

[écrit ATS 2012]

*Le cycle complet est représenté sur le diagramme page 6 (copié d'un document de P. Salles, professeur en ATS). Une version couleur est disponible sur le site de la classe.*

**1** Les freons ont été abandonnés car ce sont des **gaz à effet de serre** et que sous l'effet du rayonnement UV, ils se décomposent en éléments susceptibles de **détériorer la couche d'ozone**.

**2** La zone d'équilibre liquide-vapeur du solide se trouve **sous la courbe de saturation**. Le domaine du liquide seul est **à gauche du diagramme**, le domaine de la vapeur seule **à sa droite**. Pour le retrouver simplement, il suffit de raisonner à pression constante et de voir comment la courbe isobare intercepte les isothermes : plus l'enthalpie massique est élevée (donc plus on se déplace vers la droite du diagramme), plus les isothermes rencontrées sont associées à des températures élevées. Comme la phase vapeur est stable à températures élevées, on en déduit que son domaine se trouve à droite du domaine liquide-vapeur.

**3** Du point de vue enthalpique, la caractéristique d'un gaz parfait est que son enthalpie ne dépend que de la température. Ainsi, le fluide est modélisable par un gaz parfait dans le domaine gazeux du diagramme où les isenthalpes se confondent avec les isothermes, c'est-à-dire où les isothermes (en rouge) sont verticales. Il s'agit de la partie **en bas à droite du diagramme**, en ordre de grandeur limitée par  $P \lesssim 0,8 \text{ bar}$  et  $h \gtrsim 50 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**4** On place le point (1) sur l'isobare 3 bar (horizontale) et entre les isothermes (rouge)  $0^\circ\text{C}$  et  $10^\circ\text{C}$ , à peu près au milieu. Par lecture graphique de l'abscisse, on trouve

$$h_1 = 405 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Par ailleurs, ce point se trouve entre les isentropes (bleu) à 1,70 et 1,75  $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ , plus près de la deuxième. Compte tenu de la précision demandée par l'énoncé, il est suffisant de conclure

$$s_1 = 1,75 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

5 Par définition du rapport de compression,

$$P_2 = r P_1 = 18 \text{ bar}.$$

La compression étant supposée isentropique, le point (2) se trouve à l'intersection de l'isobare  $P = P_2 = 18 \text{ bar}$  (horizontale) et de l'isentrope  $s = s_1 = 1,75 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . On lit alors la valeur de l'isotherme qui passe par (2) et celle de son abscisse pour trouver

$$T_2 \simeq 70^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad h_2 \simeq 440 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

6 Comme la compression est adiabatique,  $\mathcal{P}_q = 0$ , et le premier principe appliqué au compresseur donne

$$\mathcal{P}_m = D_m (h_2 - h_1) = 3,5 \text{ W} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

On trouve  $\mathcal{P}_m > 0$ , c'est-à-dire sans surprise qu'il faut fournir du travail à un fluide pour le comprimer.

7 Le point (3) se trouve à l'intersection de l'isobare  $P = P_2 = 18 \text{ bar}$  (horizontale) et de l'isotherme  $T = T_3 = 60^\circ\text{C}$ . Le point se trouve donc dans la zone liquide où l'isotherme n'est pas tracée : il faut la compléter par une droite verticale pour placer correctement le point (3). On y lit l'abscisse,

$$h_3 = 285 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

8 Comme le détenteur est adiabatique,  $\mathcal{P}_q = 0$ , et comme il ne contient pas de parties mobiles alors  $\mathcal{P}_w = 0$ . Le premier principe appliqué au détenteur donne alors directement

$$h_s - h_e = 0,$$

c'est-à-dire que **la détente est isenthalpique**.

9 Le point (4) se trouve à l'intersection de l'isobare  $P = P_1 = 3 \text{ bar}$  et de l'isenthalpe (verticale) passant par le point (3). Il se trouve presque sur l'isotherme  $0^\circ\text{C}$ , grâce à quoi on conclut pour avoir la précision souhaitée

$$T_4 \simeq 0^\circ\text{C}.$$

Le point (4) se trouve à peu près au milieu des isotitres  $x_V = 0,4$  et  $x_V = 0,5$ , d'où on conclut

$$x_4 \simeq 0,45.$$

Le cycle complet est représenté sur le diagramme page 6 (copié d'un document de P. Salles, professeur en ATS).

10 Par application du premier principe à l'évaporateur et comme aucune puissance mécanique n'est fournie au fluide,

$$\mathcal{P}_e = D_m (h_1 - h_4) = 12 \text{ kW} \cdot \text{kg}^{-1}$$

L'air est bien refroidi car  $\mathcal{P}_e > 0$  : la puissance thermique est effectivement reçue par le fluide frigorigène, donc extraite de l'air de la voiture.

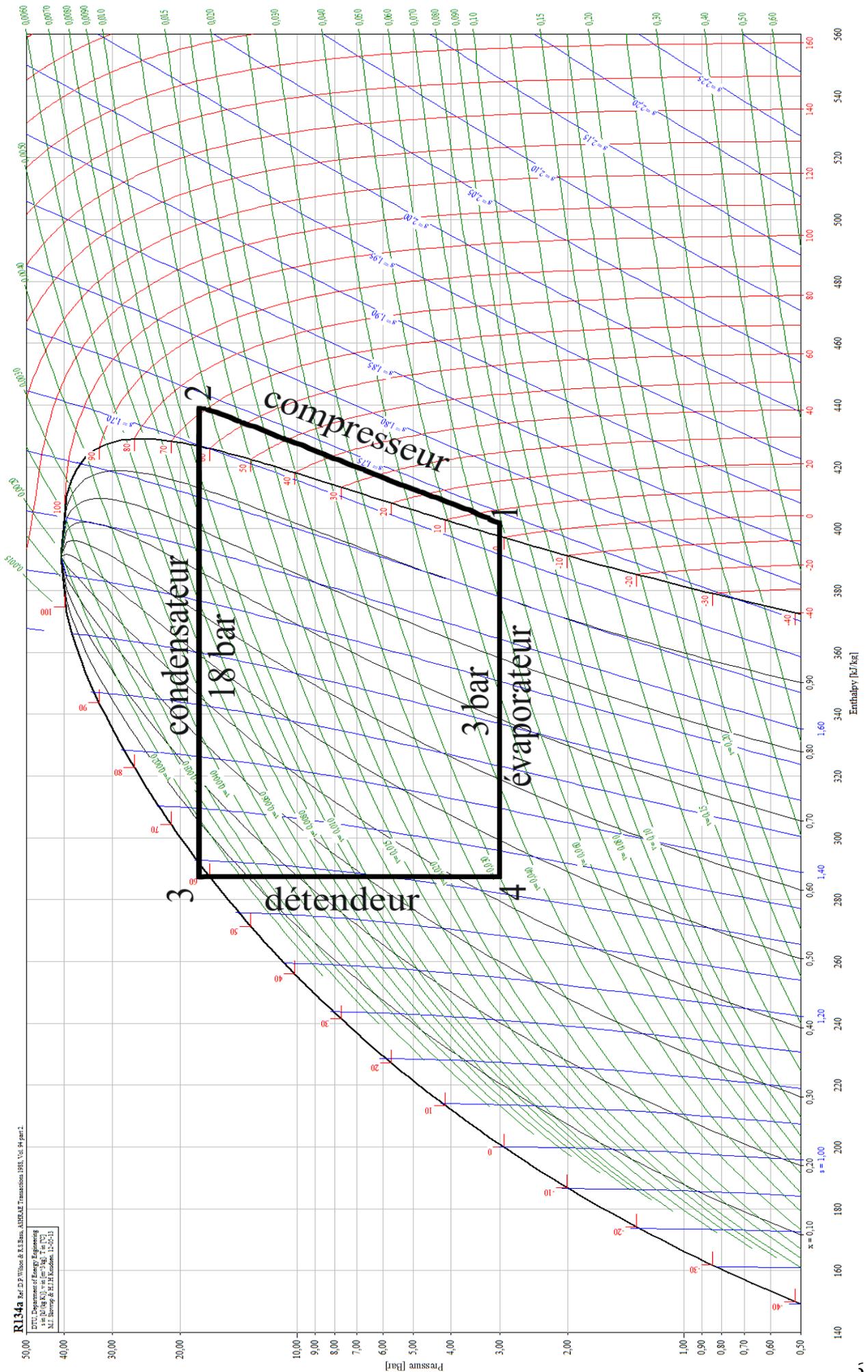
11 L'efficacité peut être indifféremment définie à partir d'énergie ou de puissance et à partir de grandeurs massiques ou non. La puissance utile d'un climatiseur est le transfert thermique échangé avec la source froide, soit ici  $\mathcal{P}_e$  au niveau de l'évaporateur. La puissance coûteuse est la puissance motrice  $\mathcal{P}_m$  à apporter au niveau du compresseur. L'efficacité vaut donc

$$e = \frac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_m} = 3,4$$

12 La température de liquéfaction à  $P_2 = 18 \text{ bar}$  est lue sur le diagramme environ égale à  $T_3 = 60^\circ\text{C}$  : c'est la valeur de l'isotherme (rouge) qui se confond avec l'isobare à  $P_2$  dans la zone de coexistence liquide-vapeur. L'efficacité d'un climatiseur de Carnot fonctionnant entre la température  $T_4$  de l'évaporateur et la température de liquéfaction  $T_3$  serait

$$e_{\text{Carnot}} = \frac{T_4}{T_3 - T_4} = 4,6.$$

L'efficacité de la machine réelle est comme attendu inférieure à l'efficacité de Carnot : la transformation au sein du détenteur est irréversible.



R134a Ref. D.P. Wilson & K.S. Bala, ASHRAE Transactions 1981, Vol. 94 part 2.

PTSI, Department of Energy Engineering  
 rue de l'Énergie, 75013 Paris, France  
 M. Storti & H. Thibierge, 12-02-13

**Exercice 6 : Circuit secondaire d'une centrale nucléaire REP****[écrit Centrale MP 2016]****A - Cycle de Rankine**

1 Le diagramme est représenté figure 7. L'allure des isothermes dans le diagramme de Clapeyron est connue, elles sont donc tracées grâce à la connaissance des pressions. On place ensuite le point  $A'$  (sur la courbe de saturation) puis le point  $B$  grâce au fait que  $A \rightarrow B$  est isobare. Le point  $C$  est placé approximativement dans le domaine diphasé connaissant sa pression, et on en déduit la position du point  $D$  le long de l'isobare et sur la courbe de saturation. On note enfin que  $A$  se trouve sur l'isotherme  $T_D$  car la compression  $D \rightarrow A$  est adiabatique et on néglige le travail fourni par la pompe, elle se fait donc à enthalpie (massique) constante d'après le premier principe, et donc à température constante en supposant le liquide incompressible : l'enthalpie d'un liquide incompressible ne dépend que de la température. Au cas où cet argument échapperait au candidat, il est indiqué question 5.

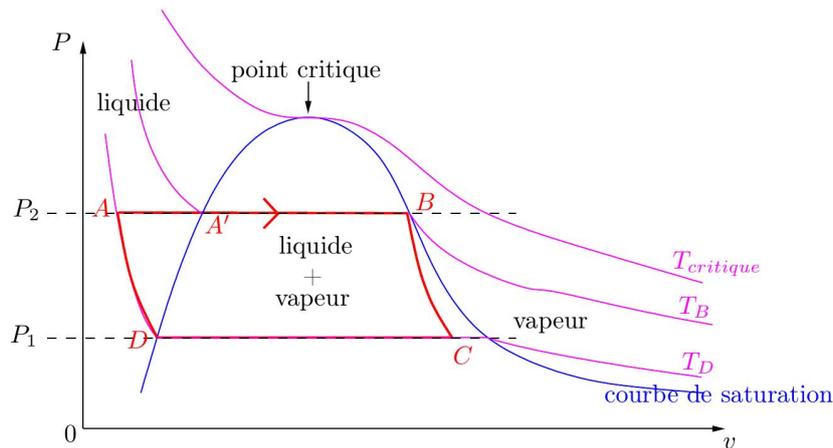


Figure 7 – Cycle de Rankine représenté dans le diagramme de Clapeyron.

2 Au point  $A'$ , on a du liquide saturant sous pression  $P_{A'} = P_{\text{sat}} = 55 \text{ bar}$ , d'où on déduit par lecture de la table

$$T_{A'} = 270^\circ\text{C} \quad h_{A'} = 1190,10 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad s_{A'} = 2,9853 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Au point  $B$ , le fluide est dans l'état de vapeur saturante sous la même pression. Il faut donc lire la colonne relative à la vapeur de la même ligne de la table que précédemment, d'où

$$T_B = 270^\circ\text{C} \quad h_B = 2788,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad s_B = 5,9226 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Enfin, au point  $D$ , le fluide est dans l'état de liquide saturant sous pression 43 mbar égale à la pression de vapeur saturante, ce qui donne

$$T_D = 30^\circ\text{C} \quad h_D = 125,22 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad s_D = 0,4348 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

3 Voir figure 8. Les points  $A'$ ,  $B$  et  $D$  se placent directement à partir des valeurs de pression et enthalpie massique lues à la question précédente, ou tout simplement à partir des valeurs de pression et en les plaçant sur la courbe de saturation. Pour placer le point  $C$ , on utilise le fait que  $B \rightarrow C$  est une adiabatique réversible et  $C \rightarrow D$  une isobare :  $C$  se trouve à l'intersection de l'isentrope passant par  $B$  et de l'isobare passant par  $D$ . Enfin, on sait que  $A \rightarrow B$  est une isobare et que  $D \rightarrow A$  est une isenthalpique (cf. question 1), d'où on déduit la position de  $A$ , à l'intersection de l'isobare (horizontale) passant par  $B$  et de l'isenthalpe (verticale) passant par  $D$ . Au cas où cet argument échapperait au candidat, il est indiqué question 5.

4 L'évolution dans la turbine est par hypothèse adiabatique, d'où

$$h_C - h_B = w_{BC} + 0 \quad \text{soit} \quad w_{BC} = -990 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

5 Le générateur de vapeur n'apporte aucun travail utile au fluide, donc

$$h_{A'} - h_A = 0 + q_{AA'} = c_P(T_{A'} - T_A) \quad \text{d'où} \quad q_{AA'} = 1000 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

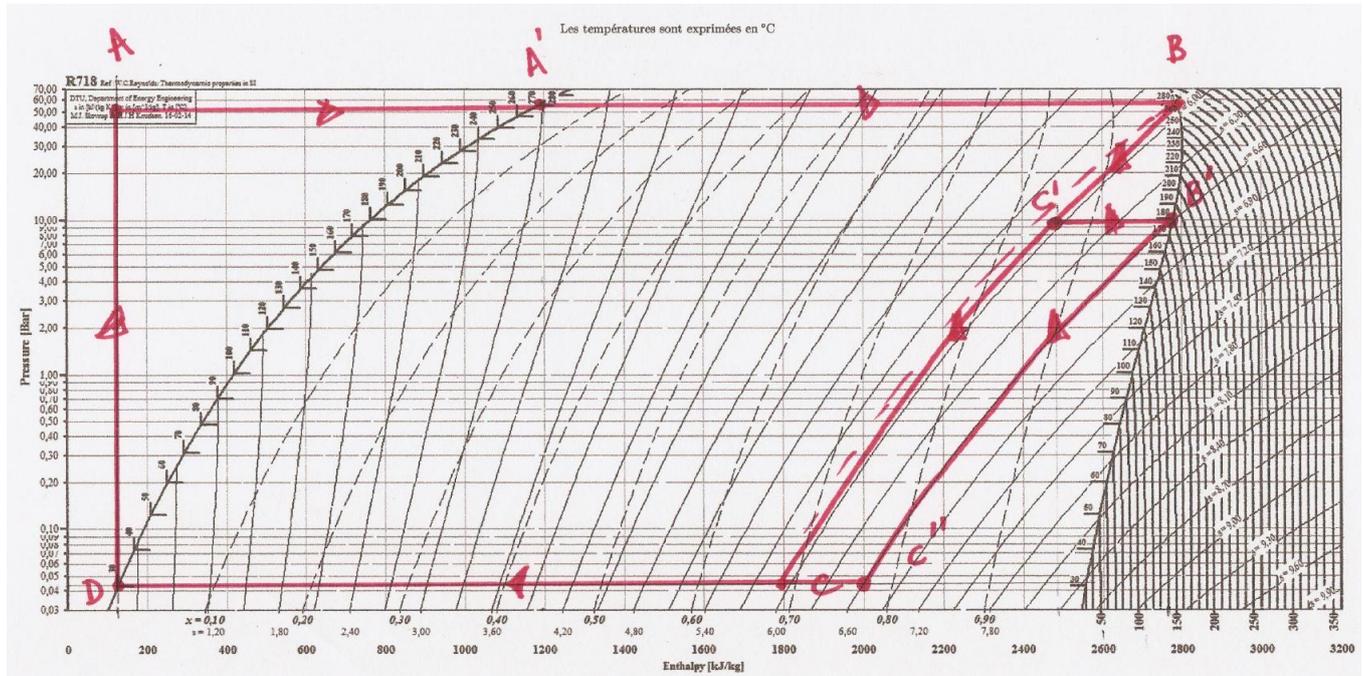


Figure 8 – Cycles de Rankine et de Rankine étagé représentés dans le diagramme des frigoristes.

Le plus simple est d'utiliser la lecture du diagramme, mais la formulation de la question laisse penser que les concepteurs du sujet souhaitent exploiter la relation avec les températures. En plus, cela permet d'éviter toute erreur éventuelle de placement du point A sur le diagramme.

6 L'évolution  $A' \rightarrow B$  a toujours lieu dans le générateur de vapeur et sans travail, donc exactement comme à la question précédente,

$$h_B - h_{A'} = 0 + q_{A'B} \quad \text{d'où} \quad q_{A'B} = 1600 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Attention cette fois l'eau est diphasée, il n'est donc pas question d'utiliser une capacité thermique. Pour exprimer différemment ce transfert thermique, c'est une enthalpie de changement d'état (non donnée ici) qu'il faudrait faire intervenir.

7 Le rendement du cycle de Rankine s'exprime à partir du travail massique  $w_{\text{turb}}$  cédé à la turbine et du transfert thermique massique  $q_{\text{GV}}$  apporté par le générateur de vapeur sous la forme

$$\eta_{\text{Rankine}} = \left| \frac{w_{\text{turb}}}{q_{\text{GV}}} \right| \quad \text{d'où} \quad \eta_{\text{Rankine}} = - \frac{w_{BC}}{q_{AA'} + q_{A'B}} = 0,40.$$

Le rendement de Carnot d'un cycle fonctionnant entre les mêmes sources thermiques, de températures respectives  $T_{\text{ch}} = T_B = 270 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $T_{\text{fr}} = T_D = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ , serait

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{fr}}}{T_{\text{ch}}} = 0,44.$$

Conformément au second principe, le rendement du cycle de Rankine est inférieur au rendement de Carnot, mais il demeure relativement proche, signe que le cycle est correctement optimisé. Attention toutefois, la modélisation des transformations de compression et détente comme étant réversibles surestime ce rendement.

8 Enfin, le rendement réel de la centrale vaut

$$\eta_{\text{réel}} = \frac{P_e}{P_{\text{th}}} = 0,32$$

ce qui est nettement inférieur au rendement de Rankine. La modélisation du cycle est à remettre en cause, et même si elles sont faibles, il ne faut pas oublier non plus les pertes lors de la conversion d'énergie mécanique en énergie

électrique par l'alternateur, qui diminuent le rendement.

**9** À la fin de la détente, l'état de l'eau se trouve décrit par le point  $C$  : il s'agit d'un mélange diphasé liquide-vapeur. Comme le point  $C$  se trouve un peu à gauche de l'isotitre  $x = 0,70$ , on en déduit

$$x_C = 0,69.$$

Le problème pour la turbine de la présence d'eau liquide est un **risque de corrosion des parties métalliques**, qui limiterait sa durée de vie.

## B - Cycle de Rankine avec détente étagée

**10** Voir figure 8.  $C'$  se trouve à l'intersection de l'isentrope passant par  $B$  et de l'isobare  $P = P_3 = 10$  bar.  $B'$  se trouve sur la même isobare, et comme l'eau s'y trouve sous la forme de vapeur saturante sèche, on en déduit que  $B'$  est à l'intersection de cette isobare avec la courbe de saturation. Enfin  $C''$  est à l'intersection de l'isentrope passant par  $B'$  et de l'isobare à pression  $P = P_1 = 43$  mbar (même pression que  $C$ ).

**11** Par lecture (approximative!) des isotitres, on trouve

$$x_{C'} = 0,85 \quad \text{et} \quad x_{C''} = 0,77.$$

Ces deux titres sont tous deux supérieurs à  $x_C$ , ce qui signifie qu'il y a moins d'eau liquide présente en sortie de turbine dans le cas de la détente étagée, ce qui permet de limiter la corrosion des turbines.

**12** Le nouveau rendement du cycle vaut

$$\eta_{\text{étagé}} = -\frac{w_{BC'} + w_{B'C''}}{q_{AA'} + q_{A'B} + q_{C'B'}} = 0,38.$$

Le rendement du cycle étagé est légèrement inférieur au rendement du cycle de Rankine avec détente simple, mais la durée de vie des pièces est améliorée.

## Résolution de problème

### Exercice 7 : Money, money, money

Supposons que les bouteilles de jus de fruit sont à température initiale  $T_I = 25^\circ\text{C}$ , et que la température finale (celle du frigo) vaut  $T_F = 5^\circ\text{C}$ . Commençons par calculer l'énergie nécessaire au refroidissement.

▷ Système : contenu du frigo.

▷ Bilan des échanges énergétiques :

→ transfert thermique reçu de la part du fluide frigorigène :  $Q_{\text{frigo}} < 0$  que l'on cherche à déterminer ;

→ transfert thermique de fuite :  $Q_{\text{fuite}} = +\mathcal{P}_{\text{fuite}} \Delta t > 0$  avec  $\mathcal{P}_{\text{fuite}} = 10$  W et  $\Delta t = 1$  h =  $3,6 \cdot 10^3$  s (attention au signe, compte tenu de la différence de température, c'est le contenu du frigo qui reçoit effectivement de l'énergie).

▷ Variation d'énergie interne : par additivité,  $\Delta U = \Delta U_{\text{jus}}$ , et on assimile le jus de fruit à de l'eau du point de vue thermique.

$$\Delta U \underset{\text{1er ppe}}{=} Q_{\text{frigo}} + Q_{\text{fuite}} \underset{\text{modèle}}{=} m_{\text{jus}} c_{\text{eau}} (T_F - T_I)$$

où  $m_{\text{jus}} = 6$  kg. On en déduit

$$Q_{\text{frigo}} = m_{\text{jus}} c_{\text{eau}} (T_F - T_I) - \mathcal{P}_{\text{fuite}} \Delta t = -5,4 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Calculons maintenant le coût en énergie électrique du refroidissement. On fait l'hypothèse que l'énergie électrique fournie au frigo ne sert qu'à faire tourner le moteur. Par définition de l'efficacité d'un frigo,  $e = |Q_{\text{froid}}/W|$  où les échanges énergétiques sont ceux du fluide. Ici, on a donc  $e = |Q_{\text{frigo}}|/\mathcal{E}_{\text{élec}}$ . Par ailleurs, l'efficacité de Carnot d'un frigo vaut  $e_C = T_{\text{frigo}}/(T_{\text{ext}} - T_{\text{frigo}})$ . En combinant, on en déduit

$$e = \frac{|Q_{\text{frigo}}|}{\mathcal{E}_{\text{élec}}} = 0,7 \frac{T_{\text{frigo}}}{T_{\text{ext}} - T_{\text{frigo}}} \simeq 10 \quad \text{d'où} \quad \mathcal{E}_{\text{élec}} = \frac{|Q_{\text{frigo}}|}{e} = 5 \cdot 10^4 \text{ J}.$$

Enfin, calculons le prix en euros de cette énergie, sachant que  $1 \text{ kWh} = 1 \cdot 10^3 \text{ W} \times 3,6 \cdot 10^3 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$ . On trouve

$$p = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ J}}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} \times 0,15 \text{ €} = 0,2 \text{ centime}.$$