



Oscillateurs

Oscillateur RLC parallèle

PT A 2021

C.II.1. Étude du filtre

45 **Classique** L'admittance équivalente à l'association des trois dipôles en parallèle s'écrit

$$\underline{Y} = \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R} + jC\omega.$$

On en déduit la fonction de transfert du filtre, par un pont diviseur,

$$\begin{aligned} \underline{H} &= \frac{v_2}{v_1} = \frac{\underline{Z}}{R_0 + \underline{Z}} \\ &= \frac{1}{1 + \underline{Y} R_0} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{R_0}{jL\omega} + \frac{R_0}{R} + jR_0C\omega} \\ &= \frac{1}{\frac{R + R_0}{R} + \frac{R_0}{jL\omega} + jR_0C\omega} \\ &= \frac{R/(R + R_0)}{1 + \frac{RR_0}{R + R_0} \left(jC\omega + \frac{1}{jL\omega} \right)} \end{aligned}$$

Attention à la simplicité des calculs : inutile de remettre l'impédance équivalente au même dénominateur si c'est pour tout re-simplifier et n'utiliser que l'admittance sous forme d'une somme.

Par identification avec la forme canonique donnée dans l'énoncé, on en déduit

$$\boxed{H_0 = \frac{R}{R + R_0}} \quad \text{et} \quad \begin{cases} jQ_F \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{RR_0}{R + R_0} jC\omega \\ Q_F \frac{\omega_0}{j\omega} = \frac{RR_0}{R + R_0} \frac{1}{jL\omega} \end{cases}$$

Le produit des deux relations précédentes conduit à

$$Q_F^2 = \left(\frac{RR_0}{R + R_0} \right)^2 \frac{C}{L} \quad \text{soit} \quad \boxed{Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}},$$

et le quotient donne

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{d'où} \quad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}.$$

46 **Cours** La bande passante du filtre est liée à sa fréquence propre et au facteur de qualité par

$$\boxed{\Delta f = \frac{f_0}{Q}}.$$

47 **Classique** • Limite basse fréquence :

$$\underline{H}_{\text{BF}} \simeq \frac{H_0}{-jQ_F/x} = \frac{jxH_0}{Q_F} \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}} \simeq 20 \log x + 20 \log \frac{H_0}{Q_F} \simeq 20 \log x - 23$$

• Limite haute fréquence :

$$\underline{H}_{\text{HF}} \simeq \frac{H_0}{jQ_F x} \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}} \simeq -20 \log x + 20 \log \frac{H_0}{Q_F} \simeq -20 \log x - 23.$$

• Valeur à la résonance :

$$\underline{H}(f=f_0) = H_0 = 0,2 \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}}(f=f_0) = 20 \log H_0 = -14 \text{ dB}.$$

Le tracé est représenté figure 1.

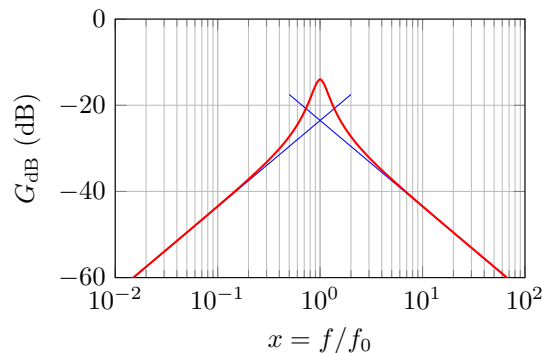


Figure 1 – Diagramme de Bode du filtre.

Je ne comprends pas bien ce qu'attend l'énoncé en termes de calculs numériques : il est évident que les valeurs de $\log 2$ et $\log(2/3)$ ne sont pas à connaître par les candidats ! Dans ce cas, le tracé du diagramme de Bode peut sans doute se limiter à un tracé qualitatif avec résonance ($Q_F > 1/\sqrt{2}$) ... mais alors à quoi servent les autres données numériques ?

C.II.2. Étude de l'amplificateur

48 **Cours** Les montages ne présentent qu'une rétroaction négative, les ALI fonctionnent donc en régime linéaire.

• Structure n° 1 : d'après la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée \ominus ,

$$\frac{v_e - v_-}{R_1} + \frac{v_s - v_-}{R_2} = 0$$

et comme l'ALI fonctionne en régime linéaire, $v_- = v_+ = 0$, d'où on déduit

$$\underline{A_1} = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

• Structure n° 2 : comme l'ALI fonctionne en régime linéaire, alors $v_- = v_+ = v_e$, et par un pont diviseur de tension,

$$\frac{v_e}{v_s} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{d'où} \quad \underline{A_2} = \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

49 **Cours** L'impédance d'entrée des montages est le rapport $\underline{Z_e} = \underline{v_e}/\underline{i_e}$.

• Structure n° 1 : le loi d'Ohm appliquée à R_1 donne

$$v_e - v_- = R_1 i_e$$

et comme $v_- = 0$ alors on en déduit

$$\underline{Z_e} = R_1.$$

- **Structure n° 2** : l'ALI étant idéal, le courant i_e est nul, et ainsi

$$\boxed{Z_{e2} = \infty .}$$

Le but étant de placer l'amplificateur en sortie du filtre, il est nécessaire que son impédance d'entrée soit la plus grande possible pour qu'il appelle le moins de courant possible en sortie du filtre, car cet appel de courant perturbe le comportement du filtre en affectant sa fonction de transfert.

- 50** La fonction de transfert en boucle ouverte de l'association du filtre et de l'amplificateur s'écrit

$$\underline{H}_{FA} = \underline{A}_2 \underline{H}_F \quad \text{soit} \quad \boxed{\underline{H}_{FA} = \frac{H_0 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}{jQ_F \left(x - \frac{1}{x}\right)}}$$

ce qui permet d'identifier

$$\boxed{\underline{H}_1 = H_0 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{R}{R + R_0} \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \quad \text{et} \quad Q = Q_F = \frac{RR_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}} .}$$

C.II.5. Stabilité de l'oscillateur

C.II.5.1. Oscillateur quasi-sinusoidal

- 63** **Classique** En utilisant les fonctions de transfert,

$$\boxed{V_2 = \underline{H}_F V_1 \quad \text{et} \quad V_3 = \underline{A} V_2 .}$$

Pour être complètement exhaustif sur les justifications, il faudrait ajouter d'une part que l'impédance d'entrée infinie du montage amplificateur retenu permet de considérer la fonction de transfert du filtre en sortie ouverte (pas d'appel de courant) et d'autre part que la valeur de R_0 est suffisamment élevée pour éviter une saturation en courant de l'ALI du montage amplificateur.

De plus, comme le système est bouclé, la sortie de l'amplificateur coïncide avec l'entrée du filtre donc

$$\boxed{V_1 = V_3 .}$$

S'il y a effectivement oscillations sinusoidales, ces relations deviennent

$$V_1 = V_3 = \underline{A} V_2 = \underline{A} \underline{H}_F V_1$$

ce qui donne en simplifiant par V_1 ,

$$\boxed{\underline{A} \underline{H}_F = 1 .}$$

- 64** Comme la fonction de transfert de l'amplificateur est réelle, alors en prenant l'argument de la condition d'oscillation

$$\underbrace{\arg \underline{A}}_{=0} + \underbrace{\arg \underline{H}_F}_{=0} = \arg 1 \quad \text{soit} \quad \boxed{\arg \underline{H}_F = 0 .}$$

C.II.5.2. Stabilité à court terme

- 65** La condition d'oscillation devient

$$\underline{A}' \underline{H}_F = 1 \quad \text{soit} \quad \underbrace{\arg \underline{A}'}_{=\delta\psi} + \arg \underline{H}_F = 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\arg \underline{H}_F = -\delta\psi .}$$

- 66** **Difficile** À l'écart de pulsation $\delta\omega$ est associé l'écart $\delta x = \delta\omega/\omega_0$, au voisinage de $x = 1$ puisque $\omega \simeq \omega_0$. Comme $\delta x \ll 1$, on peut procéder à un développement limité dans le dénominateur de la fonction de transfert du filtre :

$$1 + \delta x - \frac{1}{1 + \delta x} \simeq 1 + \delta x - (1 - \delta x) = 2\delta x .$$

La fonction de transfert devient

$$\underline{H}_F(x=1+\delta x) \simeq \frac{H_0}{1+2jQ_F \delta x}$$

et ainsi

$$\arg \underline{H}_F = -\arg(1+2jQ_F \delta x) = -\arctan(2Q_F \delta x) \simeq -2Q_F \delta x.$$

Par identification avec la condition d'oscillation donnée question précédente,

$$2Q_F \delta x = \delta \psi \quad \text{soit} \quad 2Q_F \frac{\delta f}{f_0} = \delta \psi \quad \text{d'où} \quad \boxed{\delta f = \frac{f_0}{2Q_F} \delta \psi \simeq 3 \cdot 10^2 \text{ Hz}}$$

Le fait que l'énoncé indique explicitement $\delta\omega \ll \omega_0$ doit vous inciter à faire des approximations, principalement des développements limités ... mais je reconnais que c'est une question difficile, particulièrement en début d'année.

67 **Difficile** Si la fluctuation $\delta\psi$ varie au cours du temps, alors la fréquence de l'oscillateur va varier également. En calculant le spectre sur une longue durée, au lieu d'un pic infiniment fin, on observera un **élargissement de ce pic** proportionnel à l'amplitude des fluctuations, comme schématisé figure 2. L'oscillateur perdra ainsi en qualité.

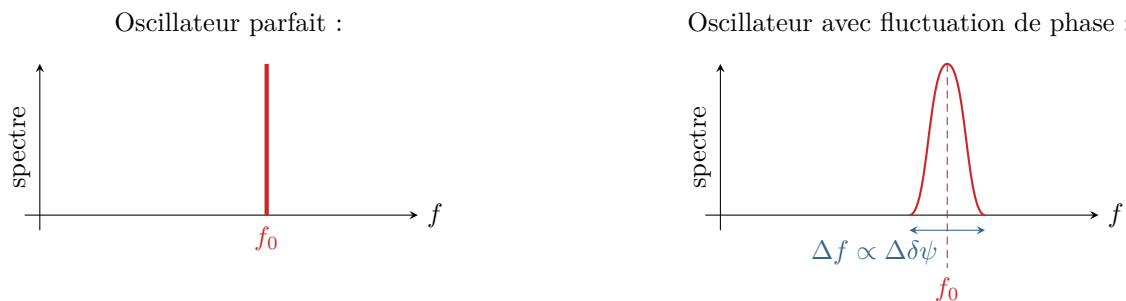


Figure 2 – Effet des fluctuations sur le spectre de l'oscillateur.

68 Limiter autant que possible les fluctuations au sein de l'amplificateur est la première piste d'amélioration ... mais cela est souvent délicat car elles sont principalement due aux fluctuations thermiques internes du circuit intégré. Une amélioration supplémentaire consiste donc à limiter l'impact de ces fluctuations sur la fréquence de l'oscillateur, ce qui d'après la question 65 demande de choisir un **filtre de facteur de qualité élevé**.